

Imagerie interférométrique grand champ et applications

Olivier Guyon

4 septembre 2002

Remerciements

Mes tout premiers remerciements vont à François Roddier, Claude Roddier et Pierre Léna, qui ont encadré mon travail. Je garde un excellent souvenir de mes fréquents séjours dans le bureau de François, où la plupart des idées développées dans cette thèse trouvent leur origine. Claude m'a formé à la réduction d'images obtenues par optique adaptative, et ses idées ont inspirés les algorithmes que j'ai développés pour la réduction de mes images.

Je remercie le laboratoire d'accueil, l'Institute for Astronomy (IfA) de l'université d'Hawaii, pour m'avoir accueilli pendant la durée de ma thèse. Les astronomes de l'institut avec lesquels j'ai travaillé, Tobias Owen, Dave Sanders et Alan Stockton en particulier, ont été disponibles pour répondre à mes question et ont, après le départ de François, encadré mon travail. J'ai beaucoup apprécié travailler avec Pierre Baudoz, dont l'expérience en coronographie et en optique a influencé cette thèse en de nombreux points. Cette thèse repose beaucoup sur l'utilisation de l'outil informatique, et l'aide des administrateurs du réseau informatique, Narayan Raja, Pui-Hin Rhoads et George Miyashiro à Honolulu et surtout Josh Hoblitt à Hilo, fut précieuse.

L'étude du concept pour la mission spatiale TPF¹, qui fait l'objet de la première partie de ma thèse, fut effectuée au sein d'une équipe de scientifiques et ingénieurs assemblée par Boeing-SVS². Cette étroite collaboration a été indispensable pour étudier la faisabilité du concept et a permis d'y apporter de nombreuses améliorations. Je remercie en particulier Tim Howard, Mike Kaplan, Ed Friedman, tous trois employés de Boeing-SVS, et Steve Ridgway pour avoir mené cette collaboration. Plus généralement, je remercie tous les membres de l'équipe Boeing-SVS qui ont participé à cette étude.

Je remercie l'équipe OHANA, et tout particulièrement Jean Guerin, Guy Perrin et Julien Woillez, pour avoir répondu à mes nombreuses questions sur OHANA, alors qu'ils étaient occupés par les premiers tests d'efficacité de couplage sur le ciel au CFHT. L'expérience de Guy en interférométrie à fibres a été d'une aide précieuse pour la rédaction de la seconde partie de la thèse, et je lui suis très reconnaissant pour sa relecture attentive de cette partie.

J'ai passé avec mes collègues Pierre Baudoz et Dan Potter de nombreuses nuits au télescope Gemini Nord au commandes du système d'optique adaptative Hokupa'a. J'ai utilisé une fraction de ce temps d'observation pour obtenir les images des quasars

¹Terrestrial Planet Finder : mission de la NASA pour l'imagerie directe de planètes terrestres autour d'autres étoiles.

²Boeing-SVS est une subdivision de Boeing.

nécessaires à ma thèse. Ces observations n'auraient pas été possibles sans l'aide du personnel de Gemini Nord, en particulier Mark Chun, Simon Chan, John Hamilton, Alan Hatakeyama, Kathy Roth, Wendy Shook, Brian Walls et Dolores Walter, et des personnes qui ont pensé et construit Hokupa'a : François Roddier, Buzz Graves et Malcom Northcott.

Enfin, ce travail, et plus généralement mes études en sciences, a bénéficié du support de mes proches, en particulier celui de mes parents et de ma femme.

Table des matières

Introduction	1
0.1 Quelques définitions : champ, couverture (u,v) et imagerie.	5
0.1.1 Champ couplé et champ propre	5
0.1.2 Taux de couverture (u,v)	6
 I Un concept d’imageur grand champ à recombinaison Fizeau pour TPF/Darwin	 7
1 Introduction	9
1.1 Exo-planètes	9
1.1.1 Techniques de détections et résultats	9
1.1.2 Définition du terme “planète terrestre”	11
1.2 Présentation des missions TPF et Darwin	12
1.3 Historique des concepts proposés pour TPF et DARWIN	12
 2 Champ de vue et couverture (u,v)	 15
2.1 Intérêt	15
2.1.1 Détection de planètes extra-solaires	15
2.1.2 Autres applications	17
2.2 Optimisation de la couverture (u,v)	17
2.2.1 Efficacité de couverture (u,v) d’un interféromètre à synthèse d’ouverture par rotation	18
2.2.2 Technique d’optimisation et résultats	20
2.3 Sensibilité et couverture (u,v)	22
 3 Densification/Dilution de pupille et Coronagraphie interférentielle	 25
3.1 Densification de pupille	25
3.1.1 Présentation de la technique de densification de pupille	25
3.1.2 La densification de pupille 1D par Albert Michelson	26
3.1.3 Généralisation	27
3.2 Coronagraphie à masque de phase	30
3.2.1 Principe théorique du coronographe à masque de phase avec pupille non apodisée	30
3.2.2 Démonstration en laboratoire	33
3.2.3 Coronographe à masque de phase avec apodisation de pupille .	33

3.2.4	Performances	36
3.2.5	Caractéristiques de la FEP pour l'imagerie	39
3.3	Observations et soustraction du résidu de coronographie	40
3.3.1	Minimisation de l'intensité des speckles	41
3.3.2	Utilisation de la source comme référence	41
3.3.3	Décorrélation source/speckles	42
4	Performances	43
4.1	Détection et caractérisation de planètes extra-solaires : modèle théorique	43
4.1.1	Effet de la non-redondance de la géométrie de l'interféromètre	48
4.1.2	Effet du coronographe sur la planète	50
4.1.3	Résultats du modèle théorique et calcul du S/B	50
4.2	Simulateur du concept	51
4.3	Comparaison avec les interféromètres de type Bracewell	56
4.3.1	Comparaison des S/B	60
4.3.2	Champ, imagerie et couverture (u,v).	61
4.4	Discussion	62
5	Concept TPF présenté à la NASA	65
5.0.1	Étude au sein de l'équipe Boeing-SVS	65
5.1	Définition des objectifs de la mission	65
5.2	Choix des paramètres du concept	66
5.2.1	Meilleures sources potentielles	68
5.2.2	Considérations pratiques	71
5.2.3	Impact du champ sur les performances	72
II	Imagerie grand champ avec un interféromètre à recombinaison cohérente et applications à l'étude de NAGs avec OHANA	75
6	Introduction	77
6.1	Principe d'un interféromètre à fibres	77
6.2	Filtrage spatial et efficacité de couplage	79
6.2.1	Cas idéal (front d'onde parfait, pupille circulaire pleine)	79
6.2.2	Front d'onde perturbé	80
6.2.3	Forme de la pupille	82
6.3	Présentation du projet OHANA	83
7	La problématique du champ de vue dans les interféromètres à filtrage spatial	87
7.1	Expression du signal interférométrique dans le cas d'une source étendue	87
7.1.1	Observation d'une source ponctuelle	87
7.2	Étude de cas particuliers	89

7.2.1	Pupilles circulaires pleines identiques sans aberrations. Source de très petite taille.	89
7.2.2	Pupilles circulaires pleines identiques sans aberrations.	89
7.2.3	Pupilles circulaires sans aberrations.	90
7.3	Observations avec aberrations non statiques du front d'onde	91
7.3.1	Cas général	92
7.3.2	Exemple de l'observation d'une étoile double	92
7.3.3	Quelques conclusions préliminaires	93
8	Évaluation de l'amplitude des erreurs de mesure	97
8.1	Simulateur	97
8.2	Résultats	97
8.2.1	Observation d'une étoile double	99
8.3	Autres types d'objets	103
8.4	Effet de la précision finie de la mesure de visibilité	106
8.5	Qualité du front d'onde	109
8.6	Conclusions importantes pour l'utilisation optimale d'un interféromètre	110
8.7	Discussion	112
9	Solutions envisagées	115
9.1	Amélioration et connaissance de la FEP	115
9.1.1	Optique adaptative performante	115
9.1.2	Estimation des cartes d'efficacité de transmission en temps réel	115
9.1.3	Possibilité d'observation séquentielle des différentes parties de l'objet	116
9.2	Réduction des données	117
9.3	Réduction du diamètre des télescopes	120
9.4	Réduction de la focale du couplage	121
10	Couplage multi-fibres	123
10.1	Description du principe	123
10.2	Efficacité de couplage	124
10.2.1	Efficacité de couplage maximale théorique du pavage	124
10.2.2	Considérations pratiques	125
10.3	Cophasage et analyse du signal	125
10.4	Couverture (u,v) et champ couplé pour l'interféromètre OHANA . . .	130
11	Évaluation de l'amplitude des erreurs de mesures à partir de l'observation de NAGs par optique adaptative	133
11.1	Introduction	133
11.2	Modèle théorique	134
11.3	Difficultés techniques de l'observation des galaxies hôtes de NAGs par optique adaptative	136
11.3.1	Fort contraste et faible luminosité	136
11.4	Observations	140

11.5 Réduction des données	143
11.5.1 Modélisation de la galaxie hôte	145
11.6 Distribution du flux dans la région centrale	155
11.7 Mesure de la visibilité	156
11.8 Discussion	160
 Conclusion	 167
 Annexes	 171
A Amélioration de l'efficacité de couplage dans une fibre monomode	173
B "Aperture Rotation Synthesis : Optimization of the (u,v)-Plane Coverage for a Rotating Phased Array of Telescopes"	177
C "The Nulling Stellar Coronagraph : Laboratory Tests and Performance Evaluation"	185
D "A nulling wide field imager for exoplanets detection and general astrophysics"	197
E "Wide field interferometric imaging with single-mode fibers"	215

Introduction

La vision que l’astronome moderne a du ciel est bien différente de celle de l’astronome (ou astrologue) ayant vécu avant l’invention du télescope. À l’exception de deux astres, la Lune et le Soleil, et du passage occasionnel d’une comète, le ciel était alors constitué d’un ensemble de points lumineux, pour la plupart immuables. Seules la luminosité apparente et la position de ces “points” pouvaient être mesurées. La nature physique de l’univers était par conséquent largement mystérieuse. C’est l’invention du télescope qui a permis de comprendre la nature physique de l’univers, des satellites de Jupiter aux plus lointaines galaxies. Un énorme gain en résolution angulaire (d’un facteur 100) fût effectué en une très courte période, et, simultanément, un gain bien plus important en sensibilité a été accompli par la construction de télescopes de plus en plus gros.

D’après les lois physiques de la diffraction, la résolution angulaire accessible est inversement proportionnelle au diamètre du télescope utilisé. Hélas, pour améliorer la résolution angulaire depuis le sol, il ne suffit pas de construire de plus gros télescopes car les déformations mécaniques des grands miroirs et la turbulence atmosphérique limitent la qualité des images obtenues. Il est cependant possible d’obtenir directement des images dont la résolution angulaire est égale à la limite théorique imposée par la diffraction grâce à l’optique adaptative ou l’utilisation d’un télescope dans l’espace. La limite sur la résolution angulaire accessible est alors imposée par la taille maximale réalisable d’un télescope, qui est de quelques dizaines de mètres actuellement³.

Pour obtenir une résolution angulaire supérieure à la limite imposée par cette taille maximale d’un télescope, il est nécessaire de combiner la lumière de télescopes distincts, constituant un interféromètre. L’information alors obtenue n’est accessible qu’à une résolution angulaire correspondant à la limite de diffraction d’un télescope de diamètre égal à la distance entre les deux télescopes de l’interféromètre. En 1868, Fizeau réalise l’importance de cette technique pour la mesure du diamètre des étoiles, et il faudra attendre 1921 pour que la première mesure du diamètre d’une étoile (Betelgeuse) soit faite [Michelson et Pease, 1921]. L’interférométrie est maintenant couramment utilisée pour accéder à des résolutions angulaires jusqu’à 50 fois plus petites que la limite de diffraction du plus gros télescope actuel. L’interférométrie actuelle au sol souffre néanmoins de deux problèmes :

- Faible sensibilité

³Le plus gros télescope a actuellement un miroir de 10m, et des projets de télescopes de 30 à 100m de diamètre sont à l’étude.

– Champ réduit.

L'utilisation de l'optique adaptative sur ces instruments, ou la construction d'interféromètres dans l'espace, va prochainement permettre d'améliorer la sensibilité des interféromètres. Une sensibilité accrue va permettre l'observation d'objets non stellaires, et donc plus étendus et diffus, ce qui rend le problème du champ des interféromètres encore plus sérieux. Ce problème, et ses solutions, constitue le sujet de ma thèse.

Champ de vue des techniques d'imagerie haute résolution

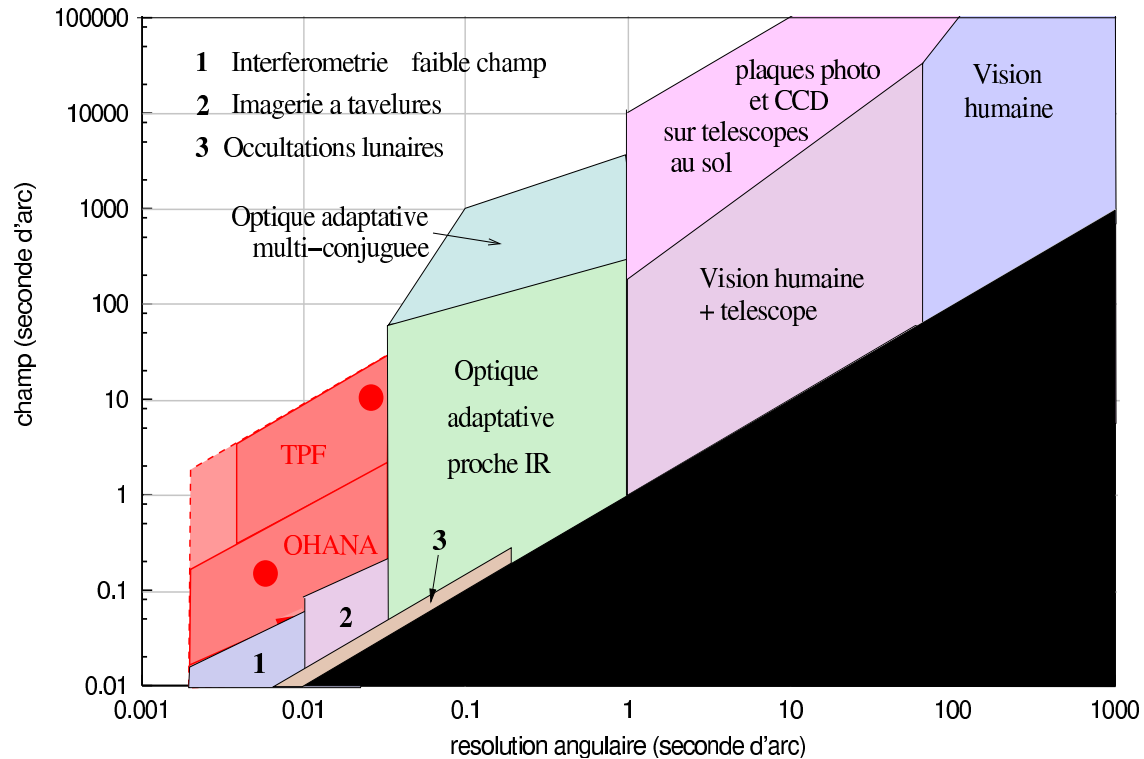


FIG. 1 – Champ et résolution des techniques d'imagerie disponibles pour les longueurs d'ondes optiques et proches infra-rouge ($10\mu m - 0,5\mu m$). Les techniques étudiées dans cette thèse permettent d'accéder à la région en rouge en bas à gauche du graphe.

La figure 1 présente les performances des techniques d'imagerie astronomique dans un espace résolution/champ ⁴. L'imagerie interférométrique grand champ, qui regroupe plusieurs techniques, permet d'accéder à la région de la figure 1 marquée en rouge. Avant de décrire ces techniques, un bref résumé des autres techniques d'imagerie est donné dans les paragraphes suivants.

⁴Dans cette section, le **champ** est défini pour une seule observation : les techniques de pavage séquentiel du champ ne sont pas considérées.

Vision humaine

L'oeil humain a une résolution angulaire maximale d'une minute d'arc environ et un champ d'environ 50 degrés. La résolution angulaire décroît rapidement avec la distance à l'axe optique, et est moins bonne en vision nocturne. Jusqu'à la première utilisation d'un télescope sur le ciel par Galilée en 1610, les planètes du système solaire n'avaient pas été résolues et on ignorait que la voie lactée était composée d'étoiles. Sans augmenter le nombre d'éléments de résolution (résels), le télescope a permis d'améliorer la résolution de la vision humaine jusqu'à la limite imposée par la turbulence l'atmosphérique, environ 0,5".

Imagerie "classique" sur télescopes au sol

L'imagerie photographique ou électronique avec des télescopes au sol permet d'obtenir jusqu'à 10^8 éléments de résolution (résels) grâce aux mosaïques CCD actuelles. La résolution est limitée à environ 0,5" par la turbulence atmosphérique dans le visible et le proche infrarouge.

Optique adaptative

L'optique adaptative permet d'obtenir une résolution de quelques dizaines de millisecondes d'arc (*msa*) en proche infrarouge sur un télescope de 10m. Le champ est limité par l'effet d'anisoplanétisme⁵ et est d'environ une minute d'arc. Cet effet peut être partiellement corrigé par l'utilisation d'un système d'optique adaptative multiconjuguée, c'est à dire à plusieurs miroirs déformables, conjugués à des altitudes différentes.

Occultations lunaires

La mesure de diamètres stellaires par occultations lunaires permet de mesurer le diamètre d'une étoile de 1 *msa* de diamètre. Le champ de cette technique est très faible car seuls des objets très lumineux (étoiles), et donc très petits, peuvent être observés. La dynamique de cette technique est très faible. C'est cependant la seule méthode qui peut accéder à une résolution angulaire inférieure de plusieurs ordres de magnitude à la limite de diffraction du télescope utilisé.

Imagerie à tavelures

L'imagerie à tavelures [Labeyrie, 1970] permet d'atteindre une résolution égale à la limite de diffraction du télescope utilisé. Cette technique est limitée aux objets brillants et a une très faible dynamique.

⁵La correction des fronts d'ondes appliquée n'est valable que sur un champ réduit.

Interférométrie

Les techniques d'interférométrie actuelles permettent d'atteindre une résolution de quelques *mas*. Le champ des interféromètres actuels est relativement faible pour les raisons suivantes :

- **Filtrage spatial** : Afin d'obtenir une bonne précision sur la mesure des franges (phase et visibilité), les faisceaux sont souvent “nettoyés” par filtrage spatial, ce qui limite le champ de l'interféromètre.
- **Faible couverture (u,v)** : Une faible couverture (u,v) ne permet pas la reconstruction d'une image grand champ.
- **Technique de recombinaison** : Souvent, la technique de recombinaison utilisée ne permet pas de conserver l'information sur la taille des pupilles et réduit par conséquent la couverture (u,v). D'autre part, un filtrage spatial est parfois effectué par le recombineur.

Dans les deux parties de cette thèse, ces trois limitations du champ des interféromètres seront développées, et des solutions seront proposées pour contourner ces limitations, tout en veillant à ne pas sacrifier les performances de l'interféromètre. Un éventail large de solutions est présenté par l'étude de deux cas particulier, dont chacun fait l'objet d'une partie :

- La recherche d'exo-planètes de type terrestre grâce à un interféromètre infra-rouge dans l'espace (missions TPF⁶ et DARWIN [Leger et Mariotti, 1996]).
- L'imagerie haute résolution de noyaux actifs de galaxies (NAGs) avec l'interféromètre OHANA

Dans chaque cas, l'intérêt scientifique d'un grand champ est évalué. Pour l'étude des NAGs avec OHANA, cette évaluation repose en grande partie sur une modélisation de la morphologie des NAGs. Ainsi, des observations par optique adaptative d'un échantillon de NAGs servent de base à l'étude des effets de champ pour OHANA dans cette thèse.

Intérêt scientifique

L'observation interférométrique de sources très confinées, ou pour lesquelles il existe un modèle avec peu de paramètres libres, ne dépend pas ou peu du champ de l'interféromètre :

- Orbites d'étoiles doubles serrées
- Mesure de diamètres stellaires
- Imagerie de surfaces stellaires

⁶Terrestrial Planet Finder. Projet de la NASA dont le lancement est prévu en 2015 environ.

- Astrométrie différentielle⁷.

Cependant, certains types d’objets ayant une morphologie complexe et dont l’image n’est pas confinée nécessitent un champ important. Ainsi, les domaines d’étude suivants nécessitent l’utilisation d’un interféromètre imageur grand champ :

- Formation stellaire
- Noyaux actifs de galaxies (NAGs)
- Recherche de planètes extra-solaires par imagerie.

Il est intéressant de noter que la première liste correspond presque exactement aux travaux qui ont été ou sont effectués par les interféromètres actuels, alors que l’apport de l’interférométrie optique dans les domaines de la seconde liste est très modeste. Le faible champ et la faible capacité d’imagerie des interféromètres actuels limitent leur champ d’application.

Dans les deux parties de la thèse, l’intérêt de l’imagerie interférométrique grand champ pour, respectivement la détection de planètes par imagerie (Première partie) et l’étude des NAGs (Deuxième partie), est présenté. Bien que l’objectif de TPF/DARWIN soit l’imagerie directe de planètes, le concept présenté dans la première partie est un instrument très puissant pour l’étude des NAGs et de la formation d’étoiles. En particulier, la longueur d’onde adoptée, $10\mu m$, permet l’imagerie de ce type d’objets souvent très obscurcis en visible. L’étude de la formation stellaire est un autre objectif scientifique prioritaire d’OHANA, et les performances d’OHANA pour ce type d’observations peuvent être étudiées de façon quasi identique au travail présenté dans la deuxième partie.

0.1 Quelques définitions : champ, couverture (u,v) et imagerie.

0.1.1 Champ couplé et champ propre

Dans ce travail, je définis deux champs pour un interféromètre : le **champ couplé** et le **champ propre**.

Le **champ couplé** est le champ sur le ciel à l’intérieur duquel la lumière d’une source ponctuelle est “couplée” dans l’interféromètre. Ainsi, si une source est à l’intérieur de ce champ, son flux sera présent dans les faisceaux qui vont des télescopes à l’optique de combinaison, et les photons de la source sont présents dans les sorties interférométriques. La lumière d’une source en dehors de ce champ est physiquement bloquée avant d’atteindre les sorties interférométriques : soit au niveau des télescopes, soit dans l’optique de recombinaison. Par exemple, la technique de filtrage spatial des faisceaux, présentée dans la section 6.2, limite le champ couplé.

Le **champ propre** est la taille angulaire maximale d’un objet pour laquelle les signaux interférométriques permettent d’en reconstruire une image fidèle. Cette taille angulaire dépend de la complexité de l’objet, et la définition de champ propre

⁷Pour cette application, deux sources doivent être observées. Dans le cas où les sources ne sont pas observées simultanément, le champ nécessaire est très petit.

considère un objet dont la morphologie est complexe. Ainsi, il est parfois possible de reconstruire l'image d'une étoile double dont la séparation est inférieure au champ couplé mais supérieure au champ propre.

0.1.2 Taux de couverture (u,v)

Le **taux de couverture** (u,v) est, dans le plan (u,v), la fraction du disque de centre (0,0) et de rayon B/λ couverte par l'instrument, où B/λ est la fréquence spatiale maximale accessible par l'interféromètre. On notera que d'après cette définition stricte, ce taux de couverture est nul pour des interféromètres qui ne préservent pas l'information de phase sur la pupille. En effet, la couverture (u,v) est alors constituée de points de surface totale nulle.

Il existe une relation entre la couverture (u,v) et le champ propre. Je note r_{uv} le rayon du plus grand disque du plan (u,v) dont aucun point ne fait partie de la couverture (u,v) (mais dont le centre est à une distance de l'origine inférieure à B/λ). Une convolution du plan (u,v) par un noyau de rayon r_{uv} permet alors de "remplir" le plan (u,v), et, en notant que cette convolution est équivalente à une multiplication dans le plan image par une enveloppe de rayon $1/r_{uv}$, on obtient

$$champ\ propre \approx \frac{1}{r_{uv}}. \quad (1)$$

Première partie

Un concept d'imageur grand
champ à recombinaison Fizeau
pour TPF/Darwin

Chapitre 1

Introduction

1.1 Exo-planètes

1.1.1 Techniques de détections et résultats

100 planètes extra-solaires sont actuellement (1er Juillet 2002) connues [Schneider, 2002]. Bien que les techniques actuelles de détection de planètes extra-solaires ne soient pas sensibles à des planètes de type terrestre (trop faible masse et petit diamètre), ce résultat est important et suggère l'existence de nombreuses planètes terrestres. Un large éventail de techniques de détection de planètes est actuellement disponible, et la description de chacune de ces techniques sort du cadre de ce travail. Il est néanmoins instructif de commencer ce chapitre par un bref résumé des trois techniques de détections indirectes qui sont les plus efficaces car leurs résultats permettent ou permettront de mieux comprendre les systèmes planétaires (formation, dynamique) et d'évaluer le nombre et la distribution des planètes terrestres. Ces résultats affectent à la fois l'intérêt scientifique de la mission TPF et son architecture (type d'interféromètre ou de coronographe, durée de la mission etc...).

Vitesse radiale. Le centre de masse d'un système étoile/planète n'étant pas au centre de l'étoile, le mouvement orbital d'une planète entraîne un mouvement de l'étoile de signe opposé. Pour une orbite circulaire, l'amplitude (en vitesse) de ce mouvement, projeté sur la ligne de visée du système, est

$$V = V_0 \times \sin(i) \times \frac{M_p}{\sqrt{M_{et}} \times a} \quad (1.1)$$

avec i l'inclinaison du système, M_p la masse de la planète (unité : masse terrestre), M_{et} la masse de l'étoile (unité : masse solaire) et a le demi-grand axe de l'orbite de la planète (unité : UA¹). V_0 , la vitesse maximale pour un système Soleil/Terre, vu par la tranche ($i = \pi/2$) est 10 cm/s. La toute première planète extra-solaire fut découverte par Mayor et Queloz [Mayor et Queloz, 1995] avec cette technique (figure 1.1).

¹Unité Astronomique. 1 UA = 1,5 10¹¹m.

La précision actuelle de la mesure de vitesse radiale d'une étoile est d'environ 1 m/s, et la détection de planètes terrestres par cette méthode est donc impossible dans un futur proche.

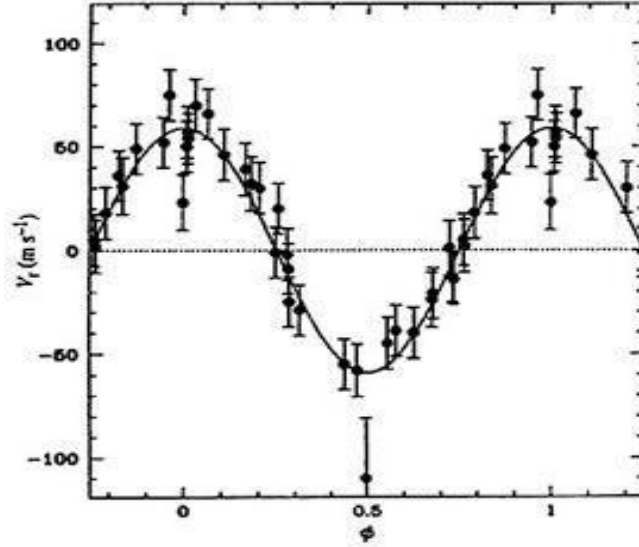


FIG. 1.1 – Vitesse radiale de 51 Peg et courbe théorique ($M \sin(i) = 0,44 M_J$, $e = 0,013$, $a = 0,0512 \text{ UA}$).

Astrométrie. Tout comme la technique de détection par vitesse radiale, l'astrométrie permet de mesurer le déplacement de l'étoile dû à la présence de la planète. Le mouvement mesuré est cette fois perpendiculaire à la ligne de visée et est d'amplitude angulaire

$$\alpha = \alpha_0 \times \frac{a \times M_p}{d \times M_{et}} \quad (1.2)$$

avec d la distance du système en parsec². L'amplitude α_0 du mouvement pour un système Soleil/Terre à 1 parsec est $3 \mu\text{as}$. Pour obtenir une précision astrométrique suffisante pour la détection de planètes de masse terrestre à 10 pc ($0,3 \mu\text{sa}^3$), un interféromètre est nécessaire. L'interféromètre Keck devrait atteindre une précision de $20 \mu\text{sa}$, suffisante pour la détection d'une planète similaire à Uranus autour d'une étoile à 10 pc . SIM⁴, avec une précision de $1 \mu\text{sa}$, pourra détecter des planètes de quelques masses terrestres à 10 pc .

²parsec. $1 \text{ pc} = 3,09 \cdot 10^{16} \text{ m}$

³ $1 \mu\text{sa} = 10^{-6}$ seconde d'arc

⁴Space Interferometry Mission, NASA

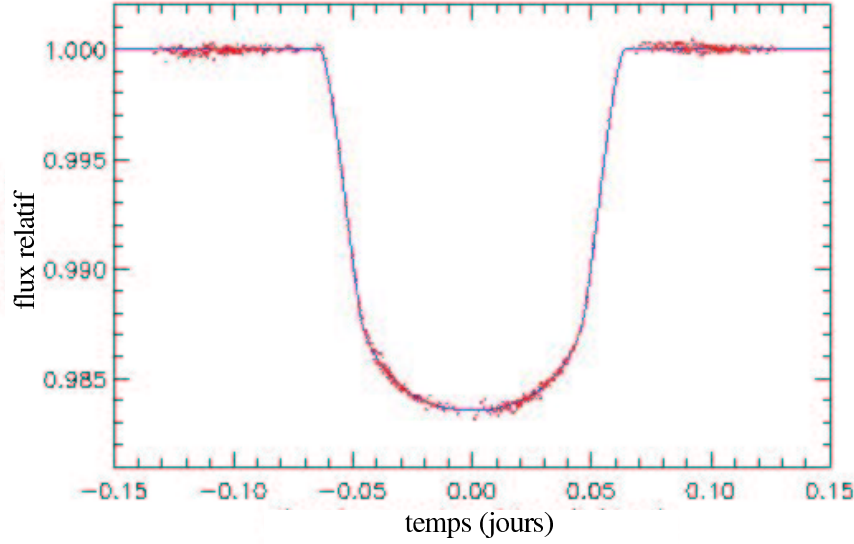


FIG. 1.2 – Courbe de luminosité du transit de HD209458 observé par HST [Brown et al., 2001].

Transits. Le passage d’une planète devant une étoile peut être détecté photométriquement. L’amplitude photométrique relative de cette occultation partielle est

$$F = F_0 \times \left(\frac{R_p}{R_{et}} \right)^2 \quad (1.3)$$

avec R_{pt} le rayon de la planète (unité : rayon terrestre) et R_{et} le rayon de l’étoile (unité : rayon solaire). L’amplitude F_0 pour un système Soleil/Terre est $8,4 \cdot 10^{-5}$ ($9,12 \cdot 10^{-5}$ magn) et nécessite une précision photométrique difficilement réalisable à partir du sol. La détection de planètes géantes par cette technique est relativement aisée (l’amplitude de l’extinction est environ 1%), comme le démontre la courbe de luminosité de HD209458 (figure 1.2). Les programmes spatiaux CORO (ESA, 2005) et KEPLER (NASA, 2005) devraient permettre la détection de planètes terrestres. Les résultats de ces missions permettront de connaître la probabilité de présence de planètes terrestres autour d’étoiles avant que TPF/DARWIN ne soit opérationnel.

1.1.2 Définition du terme “planète terrestre”

Une planète terrestre est une planète susceptible d’accueillir la vie, telle que nous la connaissons sur Terre. Ce terme désigne toute planète à la surface de laquelle l’eau peut subsister à l’état liquide. Cette définition implique que la température de surface soit proche de 300K, et contraint donc la distance entre la planète et l’étoile. L’intervalle de distance à l’étoile centrale est la **zone habitable**. La masse de la planète doit être suffisamment importante pour retenir une atmosphère mais suffisamment faible pour ne pas avoir d’atmosphère trop dense et épaisse (comme Jupiter par exemple).

Cette définition est bien sûr discutable, car la possibilité de l'existence de vie sans ces conditions est admise, comme par exemple sous le manteau de glace d'Europe.

1.2 Présentation des missions TPF et Darwin

L'objectif des missions TPF et Darwin est la détection et la caractérisation, par spectroscopie à faible résolution, de planètes terrestres. Bien que de nombreuses techniques existent pour la détection de ces objets, l'imagerie directe apporte beaucoup plus d'informations et est la seule option envisageable pour caractériser une planète et y mettre en évidence une activité biologique. Cette conclusion a été formulée à la fois en Europe (DARWIN) et aux États-Unis (TPF), qui disposent par conséquent de programmes aux objectifs très similaires :

- Détection : Au début de la mission, observation (par imagerie) d'environ 150 étoiles de types F,G,K. Ces observations doivent être capables de détecter les éventuelles planètes terrestres pour chacune des étoiles observées.
- Caractérisation : Spectroscopie à faible résolution ($R=20$) des meilleurs candidats détectés dans la phase "détection" de la mission.

Les difficultés technologiques que ces missions doivent résoudre rendront ces projets très coûteux, et il est donc quasi inévitable que TPF et DARWIN ne soient en fait qu'une seule mission.

Pour TPF, le lancement est officiellement prévu pour 2015, avec un choix final du concept adopté en 2006/2007.

1.3 Historique des concepts proposés pour TPF et DARWIN

Le très fort contraste entre l'étoile centrale et la planète (10^9 dans le visible, $5 \cdot 10^6$ à $10\mu m$) nécessite une suppression efficace ("nulling") de la lumière de l'étoile sans atténuer significativement celle de la planète, qui se trouve à $0,1''$ de l'étoile pour un système Soleil-Terre à 10 pc.

Les techniques classiques d'imagerie (télescope au sol + coronographe Lyot) ne permettent pas d'accéder à une dynamique suffisante, et bien que l'optique adaptative permette maintenant d'améliorer significativement le Strehl⁵, un contraste de 10^9 à $0,1''$ n'est toujours pas envisageable dans un futur proche (20 ans). Pour résoudre ce problème, il est rapidement apparu qu'il est nécessaire de s'affranchir de la turbulence atmosphérique et d'observer depuis l'espace. Les performances d'un coronographe de type Lyot étant insuffisantes, il fut proposé d'utiliser un interféromètre dont la différence de marche (DDM) est ajustée pour supprimer par interférences destructives la lumière de l'étoile centrale [Bracewell, 1978]. Bracewell proposait de faire tourner un

⁵Le rapport de Strehl, ou *Strehl*, est une mesure de la qualité d'image dans le plan focal. Sa valeur est égale au rapport entre le pic d'intensité de la FEP avec aberrations et le pic d'intensité de la FEP sans aberrations.

interféromètre à deux télescopes autour de son axe optique pour moduler le signal de la planète, afin de le découpler des photons résiduels de l'étoile de ceux de la planète. Grâce à la longue base accessible avec un interféromètre, il serait possible d'observer dans l'infrarouge ($10\mu m$, 50 à 100m de base). La gamme spectrale $5\mu m$ - $20\mu m$ est très avantageuse :

- Contraste planète / étoile favorable : Le rapport de luminosité est 10^9 à $0,5\mu m$ et $5 \cdot 10^6$ à $10\mu m$
- Présence de signatures spectrales intéressantes : $O_3(9,6\mu m)$, $CO_2(12\mu m)$, $CH_4(12\mu m)$, H_2O (nombreuses signatures du visible à $8\mu m$) sont considérés comme de bons indicateurs d'une activité biologique.
- Tolérances sur le front d'onde : Pour obtenir l'extinction de l'étoile désirée, une précision sur le front d'onde 300 fois plus petite⁶ est nécessaire dans le visible ($0,5\mu m$) par rapport à l'infrarouge ($10\mu m$).
- Possibilité de refroidissement passif : Pour cette gamme de longueur d'onde, les optiques doivent être refroidis à 30K : il est possible de s'affranchir d'un refroidissement actif des télescopes. Au delà de $20\mu m$, un refroidissement actif des optiques serait nécessaire.

Ces considérations ont mené au concept initialement proposé à l'ESA pour la mission DARWIN [Leger et Mariotti, 1996]. L'interféromètre de Bracewell à deux télescopes a été remplacé par une géométrie à cinq télescopes. D'autres groupes ont adopté la même approche, avec des interféromètres comprenant de trois à cinq télescopes. Par rapport à l'idée initiale de Bracewell, ces concepts obtenaient une extinction de l'étoile centrale meilleure et également une meilleure caractérisation de la géométrie de l'objet. En particulier, le concept à cinq télescopes sur une ellipse produisait une signature différente pour un nuage exo-zodiacal (symétrie centrale) ou une planète. C'est ce concept, aux capacités d'imagerie supérieures, qui fut étudié de façon détaillée par Alcatel pour l'ESA. Un concept similaire, mais avec une géométrie différente (quatre télescopes alignés) a été étudié par la NASA.

En 2000, la NASA décide de financer 3 groupes pour une nouvelle étude. Chaque groupe devra présenter 5 concepts pour TPF. Quatre équipes, chacune constituée de scientifiques et ingénieurs regroupés au sein d'une compagnie aérospatiale, répondent à l'appel d'offre : Ball Aerospace, Lockheed-Martin, SVS (qui sera acheté par Boeing quelques mois plus tard) et TRW. Avec François Roddier, nous nous joignons au groupe SVS. Les quatre équipes seront finalement financées pour cette étude. Nous avons développé un concept d'imageur interférométrique grand champ utilisant un coronographe à masque de phase, qui fait partie des 5 concepts que Boeing/SVS présente à la NASA en 2001. La NASA décide alors de choisir, pour chaque groupe, le concept le plus prometteur, dont l'étude doit être poursuivie :

- Ball Aerospace : Coronographe visible. Télescope visible de 6x4m (pupille elliptique) équipé d'un coronographe.
- Boeing/SVS : Hyper-télescope. Ce terme regroupe notre travail et celui de l'équipe d'Antoine Labeyrie. Ce concept évoluera ensuite vers notre travail

⁶Ce rapport est le produit du rapport des longueurs d'ondes par la racine carrée du rapport des contrastes.

plutôt que celui de l'équipe d'Antoine Labeyrie, parce qu'il est perçu comme étant plus facilement réalisable (nous proposons 6 télescopes sur une structure rigide, le groupe d'Antoine Labeyrie proposait 36 télescopes à voiles solaires).

- Lockheed-Martin : Interféromètre IR. Ce concept, mené par l'équipe de Roger Angel, est la continuation de l'interféromètre à 4 télescopes qui était avant cette étude le concept "officiel" de la NASA.
- TRW : Coronographe infrarouge. Télescope de 30m à miroir segmenté équipé d'un coronographe.

Il est important de noter que deux autres idées, nées de cette étude, sont également poursuivies :

- Télescope à pupille carrée apodisée (Boeing/SVS)
- Télescope à pupille non apodisée, mais dont le contour minimise la diffraction dans certaines directions (Ball Aerospace)

En 2001, il apparût ainsi que TPF pourrait être soit un interféromètre, soit un télescope mono-pupille. En 2002, la NASA décide de restreindre les études pour TPF à deux options :

- Télescope visible
- Interféromètre infrarouge

Le télescope infrarouge, proposé par TRW, est donc abandonné.

Cette première partie de la thèse présente le concept avec une géométrie à 6 télescopes non alignés, avec une base maximale de 60m. Fin Juin 2002, nous avons également proposé à la NASA une géométrie à 6 télescopes de 2,3m alignés sur une structure linéaire de 35m, qui correspond à la configuration minimale pour effectuer la mission TPF en deux ans et demi. Ce concept est cependant considéré par la NASA comme technologiquement "risqué" pour TPF, et ne fait actuellement pas l'objet d'une étude technologique approfondie.

Chapitre 2

Champ de vue et couverture (u,v)

2.1 Intérêt

2.1.1 Détection de planètes extra-solaires

A première vue, un système planète-étoile est un objet relativement simple dont l'image peut être caractérisée par un nombre limité (3) de paramètres : rapport des flux, séparation et angle. Tout comme il est possible de mesurer le diamètre d'une étoile avec seulement une base (un seul paramètre à déterminer), il devrait alors être possible de caractériser le système à partir de seulement 3 mesures interférométriques. Hélas, l'image d'un système planétaire est en fait bien plus complexe que l'image d'une étoile, et il n'existe pas de modèle simple (peu de paramètres) qui définisse l'image. Ceci est dû à plusieurs éléments qui sont présents dans le système observé, et qui sont décrits dans les paragraphes suivants.

- **Autres planètes.** Il est très probable que le système observé compte plusieurs planètes. Dans le système solaire interne (Mercure, Venus, Terre, Mars), il n'y plus de place pour une autre planète (son orbite serait instable) [Lecar et al., 2001]. Cela indique que lors de la formation du système, il existait sans doute un nombre plus important de proto-planètes, dont les orbites étaient instable du fait de leur proximités. Cette instabilité a progressivement réduit le nombre de planètes jusqu'à obtenir une configuration stable sur une échelle de temps égale à l'âge du système solaire. Si ce scénario est exact, la densité de planètes dans d'autres systèmes doit être comparable à celle observée dans le système solaire. À $10\mu m$, un total de 5 planètes (la Terre comprise) ont une luminosité supérieure à 10% de la luminosité de la Terre, et pourraient donc être source de confusion pour un instrument aux capacités d'imagerie faibles.
- **Nuage exo-zodiacal.** Le système solaire "baigne" dans un nuage de poussières : le nuage zodiacal. Ce nuage, optiquement mince, s'étend de 0,02 UA du soleil (à de plus faibles rayons, les poussières sont sublimées) jusqu'au nuage d'Oort. Sa luminosité décroît rapidement avec la distance au Soleil. Le nuage dans son ensemble est environ 200 fois plus lumineux que la Terre (ce rapport varie peu avec la longueur d'onde, du visible à l'infrarouge), et si le système est vu de

face, la Terre est aussi brillante qu'un "pixel" avoisinant de lumière zodiacale de 0,3 UA de côté. Ce nuage est d'autant plus problématique pour la détection de planètes qu'il est irrégulier. Les planètes du système piègent les particules de poussières dans des orbites, créant des anneaux et arcs dans la distribution de la lumière exo-zodiacale. En particulier, la Terre crée deux arcs de lumière zodiacale le long de son orbite, qui sont responsables d'un surcroît de luminosité de surface de 10% dans la lumière zodiacale vue depuis la Terre [Dermott et al., 1994; Reach et al., 1995; Spiesman et al., 1995]. Dans certains cas, ces structures peuvent être plus lumineuses que la planète elle-même [Liou et Zook, 1997], et une planète peut être détectée par l'effet qu'elle produit sur la distribution de lumière exo-zodiacale. Il est important de remarquer que la concentration la plus anormale de poussières zodiacales se situe au niveau de l'orbite de la planète massive la plus lointaine. En effet, l'effet Pointing-Robertson fait migrer les particules de poussières vers l'intérieur, mais elles s'accumulent sur la première orbite de planète massive qu'elles rencontrent sur leur chemin vers le Soleil. Dans le système solaire, c'est Neptune qui remplit ce rôle [Liou et Zook, 1997]. L'orbite de Neptune est suffisamment lointaine pour que cette structure ne soit pas très lumineuse. Ainsi, un système dans lequel une (ou plusieurs) planète massive est proche de la zone habitable, et qui n'a pas de planète massive à de plus grandes distances, serait un cas très défavorable. Un autre facteur important est l'inclinaison du système : un arc zodiacal vu par la tranche ressemble beaucoup à une planète. Dans ce chapitre, l'unité qui est utilisée pour la quantité de poussières zodiacales dans un système est le *zodi* : le système solaire, par définition, a un nuage zodiacal de 1 *zodi*. La quantité de poussières autour d'autres étoiles est peu connue. Les observations photométriques en infrarouge ne sont capables de détecter que les nuages de plus de 1000 *zodis*.

- **Comètes.** Les comètes sont une source importante de poussières qui sont déposées sur leur orbite et se diluent ensuite progressivement dans le nuage zodiacal. En particulier, des courants de poussières d'origine cométaires ont été observés par IRAS et ISO [Sykes et al., 1986; Reach et al., 2000; Davies et al., 1997]. Les grains de poussière qui les composent sont plus gros que ceux qui constituent la queue de poussières des comètes, et sont donc peu affectés par le rayonnement solaire [Sykes et Walker, 1992]. Ils s'accumulent ainsi le long de l'orbite de la comète. En novembre 1998, une équipe japonaise menée par Nakamura [Nakaruma et al., 2000] a observé dans le visible depuis le Mauna Kea le courant de poussières déposé par les passages successifs de la comète 55P/Tempel-Tuttle et responsable de la fameuse pluie d'étoile filantes des Léonines. Dans le système solaire, ces concentrations, lorsqu'elles sont observées avec une résolution d'une fraction d'UA, produisent des variations de luminosité de moins d'un pourcent sur le fond continu de lumière zodiacale. Néanmoins, le passage d'une comète géante peut temporairement compliquer la détection d'une planète, et comme pour les arcs générés par les orbites des planètes, une orbite de comète vue par la tranche peut créer une fausse image de planète. Dans le cas des arcs engendrés par les orbites des planète, on peut

tout simplement éviter d’observer les systèmes vus par la tranche. Les orbites des comètes étant souvent très inclinées, il n’est pas possible de s’affranchir de ce problème par simple sélection sur l’inclinaison du système.

- **Sources extragalactiques.** La faible luminosité d’une planète terrestre à 10 pc (magnitude visible 30, $0,5\mu Jy$ à $10\mu m$) rend le risque de détection d’une source non liée au système important. Les sources potentielles de confusion sont les étoiles de faible masses du halo (ou n’appartenant pas à notre galaxie) et les NAGs distants. Le mouvement propre d’un système étoile+planète est suffisant pour que l’observation sur une base temporelle de quelques jours permette d’identifier les sources non liées au système.

La complexité du système observé nécessite donc une bonne couverture (u,v) afin d’augmenter la probabilité de détection d’une exo-planète tout en minimisant la probabilité de fausse détection. Ce dernier point est très important car la seconde phase de la mission (spectroscopie faible résolution) nécessite un temps d’observation par objet très long (environ une semaine) et il faut autant que possible éviter de consacrer beaucoup de temps à la spectroscopie de “fausses planètes”. Une bonne couverture (u,v) est un outil précieux car il est alors possible de reconstruire une image fidèle de l’objet, et de discerner les planètes (points) des autres structures (arcs le long des orbites, comètes). Une couverture (u,v) pleine permet également de reconstruire une image fiable grand champ, indispensable pour couvrir la gamme de distances angulaire des zones habitables des étoiles observées.

2.1.2 Autres applications

Avec une couverture (u,v) complète, il est possible d’imager des sources arbitrairement complexes, pour lesquelles aucun modèle fiable de distribution d’intensité n’existe. L’imagerie de noyaux actifs de galaxies (NAGs) à une résolution de quelques dizaines de *msa* dans l’infrarouge ($10\mu m$) permet d’observer la distribution de poussières proches du disque d’accrétion (voir la représentation du modèle standard donnée par la figure 11.1). La compréhension des mécanismes qui nourrissent le disque d’accrétion central repose sur de telles observations. L’étude de la formation d’étoiles et de leur système planétaire avec une résolution de quelques dizaines de *msa* dans l’infrarouge est tout particulièrement intéressante. Un TPF/DARWIN visible serait moins performant pour l’observation de ces objets entourés de beaucoup de poussières. Un tel projet est également un complément naturel de l’observation de planètes et permettrait de mieux comprendre la formation des planètes terrestre. Par exemple, la présence de planètes massive très proche de l’étoile est souvent expliquée par une migration de la planète vers l’intérieur, et l’observation de systèmes planétaires pendant cette phase de migration permettrait de tester cette théorie.

2.2 Optimisation de la couverture (u,v)

Pour obtenir une bonne couverture (u,v), il faut disposer d’un interféromètre dont la géométrie permet d’accéder à un grand nombre de bases, et il est également

nécessaire de prévoir une recombinaison qui exploite pleinement cette géométrie. Dans cette section, la question de la géométrie optimale est étudiée.

2.2.1 Efficacité de couverture (u, v) d'un interféromètre à synthèse d'ouverture par rotation

Le problème de l'optimisation de la géométrie pour obtenir une bonne couverture (u, v) instantanée a été étudié par plusieurs auteurs [Moffet, 1968; Golay, 1971; Cornwell, 1988a; Mugnier et al., 1996]. Des géométries ont été proposées par ces auteurs pour maximiser la couverture (u, v) suivant divers critères.

La couverture (u, v) instantanée d'un interféromètre est néanmoins bien souvent très faible et ne permet pas de reconstituer l'image d'un objet pour lequel il n'existe pas de modèle simple. Par exemple, une géométrie à 6 télescopes sur une base de 60m de 3m de diamètre ne remplit au mieux que 8% du plan (u, v) . Ce taux de remplissage est calculé par rapport à la couverture (u, v) d'un télescope monolithique dont la pupille serait un disque de diamètre égal à la plus grande base de l'interféromètre.

Plusieurs solutions existent pour améliorer cette couverture :

- Augmenter le nombre de télescopes.
- Augmenter le diamètre des télescopes.
- Modifier temporellement la géométrie de l'interféromètre : synthèse d'ouverture.

Les deux premières solutions augmentent la couverture (u, v) instantanée, alors que la dernière change cette couverture en fonction du temps pour remplir séquentiellement le plan (u, v) . Une couverture (u, v) instantanée pleine nécessitant un grand nombre de télescopes (ou des télescopes de diamètre important), il est souvent nécessaire de modifier la géométrie de l'interféromètre pour remplir le plan (u, v) . Cela est fait de façon naturelle sur les interféromètres au sol, où la rotation terrestre modifie la base (projetée sur un plan perpendiculaire à la ligne de visée). Il est aussi possible de déplacer physiquement les télescopes sur la surface terrestre.

Dans l'espace, il a été proposé de rendre les télescopes d'un interféromètre structurellement indépendants les uns des autres : chaque télescope possède alors ses propres outils de navigation (gyroscopes, propulseurs) et se maintient en position par rapport aux autres durant l'observation ("vol en formation"). Il est alors possible de changer la géométrie de l'interféromètre et même de modifier sa base par un ordre de grandeur. Bien que cette solution semble très avantageuse, le coût en masse et complexité est conséquent pour des bases modestes (100m ou moins) par rapport à une solution rigide. Pour de longues bases (quelques centaines de mètres jusqu'à plusieurs km), cette approche semble néanmoins indispensable.

Pour des bases modestes ($< 100\text{m}$) une solution plus pratique, mais toutefois complexe, est d'articuler une structure pour en modifier la géométrie. Une autre possibilité, encore plus simple, est d'utiliser une structure rigide dont l'orientation (inclinaison et rotation) est modifiée pour en changer la couverture (u, v) instantanée. Il est tout particulièrement intéressant de se limiter à une rotation autour de l'axe optique afin de s'affranchir du problème de la variation du chemin optique vers le recombineur. C'est la solution qui a été retenue pour ce concept. Nous verrons plus tard

(section 3.3.3) que cette approche permet également une meilleure suppression de la lumière résiduelle de l'étoile centrale. Un tel interféromètre remplit le plan (u,v) par **synthèse d'ouverture par rotation**.

Dans ce cas, la couverture (u,v) est optimisée en choisissant une géométrie qui, après rotation de l'interféromètre, permet un remplissage maximum du plan (u,v). Avant de décrire comment cette configuration optimale peut être calculée, je vais définir les quantités caractéristiques de ce problème. Je considère dans ce travail un interféromètre constitué de N télescopes à pupilles circulaires, chacune de diamètre d , dont la base maximale est B . La couverture (u,v) instantanée de l'interféromètre est donnée par la fonction d'auto-corrélation de la pupille. Pour $d = 0$, cette fonction est un ensemble de $N(N - 1) + 1$ points, non nécessairement distincts : deux points par base plus un point à l'origine. Pour $d \neq 0$, chacun de ces points est remplacé par un disque de diamètre $2d/\lambda$. Le taux de couverture (u,v) instantanée T_{inst} d'un tel interféromètre est donc borné.

$$T_{inst} < \frac{d^2 \times (N(N - 1) + 1)}{B^2} \quad (2.1)$$

Une rotation de l'interféromètre entraîne une rotation de sa couverture (u,v) instantanée par le même angle. Ainsi, lorsque la technique de synthèse d'ouverture par rotation est utilisée, la couverture (u,v) accessible est un ensemble d'anneaux, d'épaisseur $2d/\lambda$, et de rayon la distance entre l'origine (dans le plan (u,v)) et le centre du disque qui a engendré l'anneau par rotation. Pour un interféromètre à N télescopes de diamètres nuls, l'ensemble des modules des coordonnées des points (u,v) couverts est une série de $[N(N - 1)/2] + 1$ nombres positifs a_i [$i = 0..(N - 1) - 1$] non nécessairement distincts, qui sont ordonnés par ordre croissant, avec $a_0 = 0$. Dans le cas $d \neq 0$, les rayons des "anneaux" de couverture (u,v) sont les a_i . Dans le cas idéal pour notre problème, la distance entre deux anneaux consécutifs (ordonnés par rayon) est égale à leur largeur : il n'y a pas de trous dans la couverture (u,v) obtenue par synthèse d'ouverture. J'utilise ce cas idéal pour exprimer la *fréquence de coupure optimale* d'un interféromètre à N télescope de diamètre d :

$$f_{co} = \left[\frac{N \times (N - 1) + 1}{2} \right] \frac{2d}{\lambda}. \quad (2.2)$$

Ainsi, dans ce cas idéal, un interféromètre à 10 télescopes de 1m serait capable d'avoir la couverture (u,v) d'un télescope à pupille circulaire de diamètre 91m. Nous verrons par la suite que ce cas idéal n'existe pas pour $N = 10$. Dans un cas non idéal, la fréquence de coupure maximale f_c qui puisse être obtenue avec une couverture (u,v) pleine est inférieure à f_{co} .

$$f_c = \alpha(N) \times f_{co} \quad (2.3)$$

Si le cas idéal présenté ci-dessus existe, $\alpha(N) = 1$, et pour les valeurs de N pour lesquelles le cas idéal n'existe pas, $\alpha(N) < 1$. Dans la suite de ce travail, α va être estimé pour différentes valeurs de N ainsi que les géométries correspondantes.

2.2.2 Technique d'optimisation et résultats

Le problème d'optimisation se ramène à chercher le minimum de la fonction A définie par :

$$A = \frac{N \times (N - 1)}{2} \times \left[\max_{i=0..(N(N-1)/2-1)} (a_{i+1} - a_i) \right] \times \frac{1}{a_{N(N-1)/2}}. \quad (2.4)$$

On notera que la valeur minimale de A pour un nombre de télescope donné est égale à l'inverse de α .

$$A = \frac{1}{\alpha} \quad (2.5)$$

Ainsi, si une solution idéale existe, $A = \alpha = 1$ et $a_i = i \times a_1$ pour $i = 0..N(N-1)/2$.

A est une fonction de $2(N-2)$ variables : les coordonnées des N points de l'interféromètre en deux dimensions ($2N$) moins les invariances par translation, rotation et échelle. C'est une fonction qui possède un très grand nombre de minima locaux. La technique de minimisation par recuit simulé [Kirkpatrick et al., 1983; Kirkpatrick, 1984; Metropolis et al., 1953] a donc été choisie pour résoudre ce problème. Afin de s'assurer que la solution obtenue est bien le minimum absolu de A , l'algorithme de minimisation a été utilisé avec des points de départ différents. Le fait que le gradient de A soit borné rend cette technique de minimisation fiable.

Les résultats de cette simulation pour $N = 1..10$ sont présentés dans la figure 2.1. La table 2.1 montre, pour un nombre de télescope N de diamètre d , quelle est la base maximale pour laquelle la couverture (u,v) est totale avec les géométries présentées dans la figure 2.1. Pour $N < 10$, l'efficacité de couverture (u,v) par synthèse d'ouverture par rotation est proche de 1. Ainsi, il est possible d'obtenir une couverture pleine jusqu'à une base de 60m avec seulement 6 télescopes de 2m. La même couverture (u,v) est également possible avec 9 télescopes de 1m.

Les géométries calculées jusqu'à présent ont pour but l'obtention d'une couverture (u,v) pleine à une longueur d'onde donnée. La couverture (u,v) étant une fonction de la longueur d'onde (facteur d'échelle égal à l'inverse de la longueur d'onde), il est possible d'améliorer la couverture (u,v) d'une géométrie par une observation en bande large, si une hypothèse sur la "couleur" des objets de l'image est faite.

Dans certains cas où un modèle de l'objet existe, il n'est pas nécessaire d'obtenir une couverture (u,v) pleine. Par exemple, la recherche de planètes extra-solaires dans des systèmes où le nuage exo-zodiacal n'a pas de structures à petites échelles peut se passer des points du plan (u,v) proches de l'origine (basses fréquences). Ce problème d'optimisation particulier n'a pas été exploré dans ce travail, mais un exemple d'une géométrie optimale pour une couverture (u,v) dans une bande de fréquences a été calculé en adaptant l'algorithme à ce problème [Guyon, 2001].

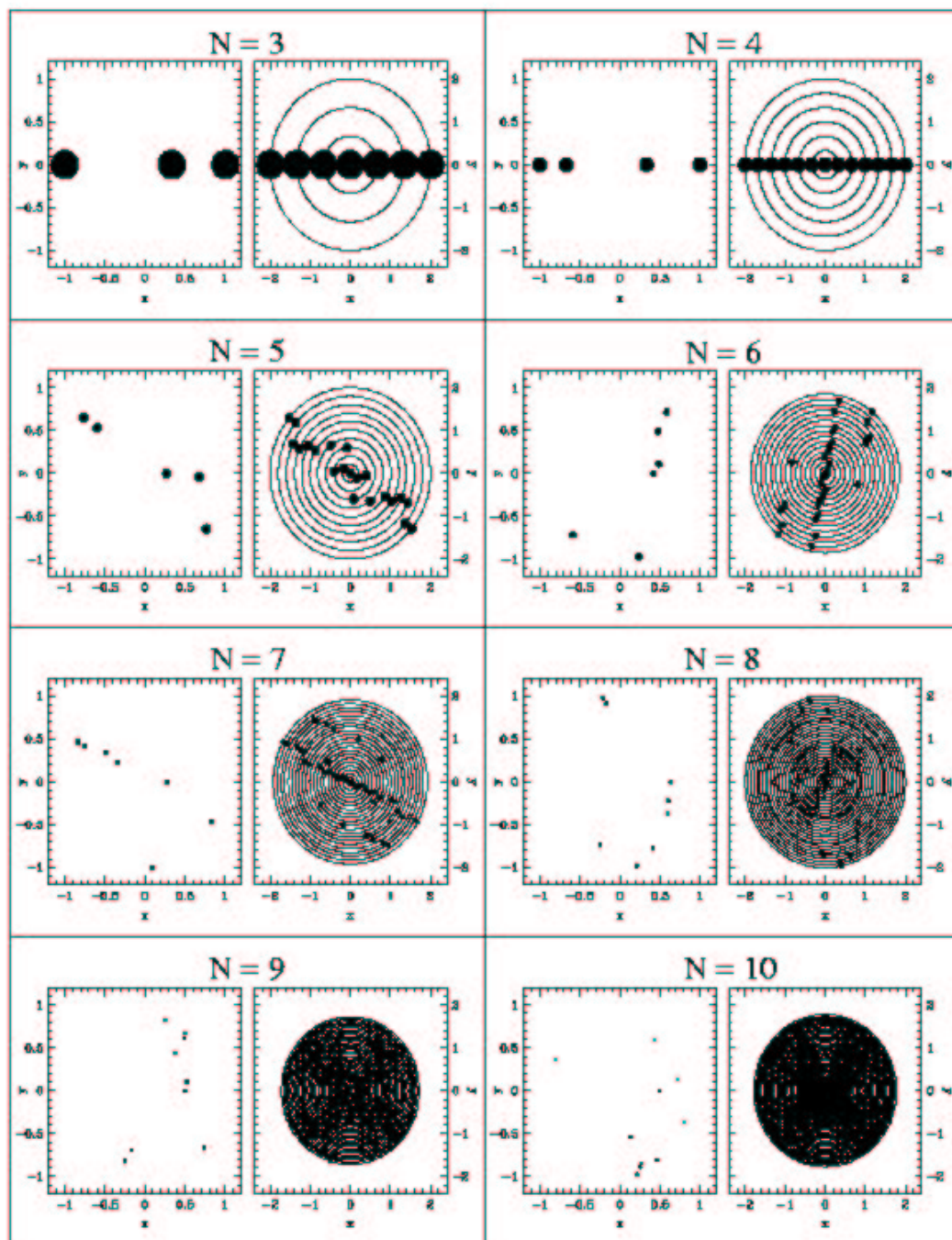


FIG. 2.1 – Solutions optimales pour la géométrie 2D d'un interféromètre à synthèse d'ouverture par rotation. Le diamètre des sous-pupilles est tel que la couverture (u,v) est pleine après une demi-rotation. Pour chaque valeur de N , la géométrie optimale est représentée à gauche, et la couverture (u,v) instantanée est représentée à droite. Les positions parcourues par les centres des "disques" de couverture (u,v) sont indiquées

N	α	$d = 1m$	$d = 2m$	$d = 4m$	$d = 6m$	$d = 10m$
1	1,000	1,00m	2,00m	4,00m	6,00m	10,00m
2	1,000	3,00m	6,00m	12,00m	18,00m	30,00m
3	1,000	7,00m	14,00m	28,00m	42,00m	70,00m
4	1,000	13,00m	26,00m	52,00m	78,00m	130,00m
5	0,984	20,66m	41,33m	82,66m	123,98m	206,64m
6	0,973	30,16m	60,32m	120,65m	180,98m	301,63m
7	0,977	42,01m	84,02m	168,04m	252,07m	420,11m
8	0,947	53,98m	107,96m	215,92m	323,87m	539,79m
9	0,902	65,85m	131,69m	263,38m	395,08m	658,46m
10	0,869	79,08m	158,16m	316,32m	474,47m	790,79m

TAB. 2.1 – Base maximale d’un interféromètre à N télescopes de diamètre d pour obtenir une couverture (u,v) pleine par synthèse d’ouverture par rotation.

2.3 Sensibilité et couverture (u,v)

L’obtention d’une couverture (u,v) pleine avec un nombre réduit de télescopes n’est possible qu’avec une géométrie fortement non-redondante. La FEP¹ (au sens Fizeau, c’est à dire pour une recombinaison dans le plan focal imageur final) d’une telle géométrie comporte de nombreux pics de diffraction peu contrastés. Au contraire, une géométrie redondante produirait une série de pics de diffraction régulièrement espacés et mieux contrastés comme le montre la figure 2.2.

Le concept étudié dans ce travail permet la détection de planète grâce à deux techniques de suppression de la lumière de l’étoile centrale :

- **Suppression interférométrique dans le coronographe** : la plus grande partie des photons de l’étoile est absorbée par le coronographe. Le résidu de coronographie est typiquement 10^{-4} .
- **Résolution spatiale dans le plan focal imageur** : les photons de la planète et ceux de la lumière résiduelle de l’étoile sont spatialement séparés sur le détecteur. Ce facteur permet de limiter la fraction de photons de la lumière résiduelle de l’étoile “mélangée” aux photons de la planète à 10^{-2} .

La non-redondance de la pupille d’entrée, en produisant une FEP peu contrastée, limite le gain apporté par la résolution spatiale dans le plan focal. Ainsi, une géométrie redondante permet d’obtenir un rapport signal à bruit (S/B) supérieur pour un même temps de pose, mais avec une couverture (u,v) réduite. Une comparaison quantitative entre ces deux solutions est donnée dans la section 4.1.

Dans le reste de ce travail, j’adopte une géométrie non redondante, permettant d’obtenir une couverture (u,v) pleine et par conséquent l’accès à des images reconstruites grand champ. Il est important de noter qu’un faible taux de couverture (u,v)

¹Fonction d’Étalement du Point (“Point Spread Function” en anglais).

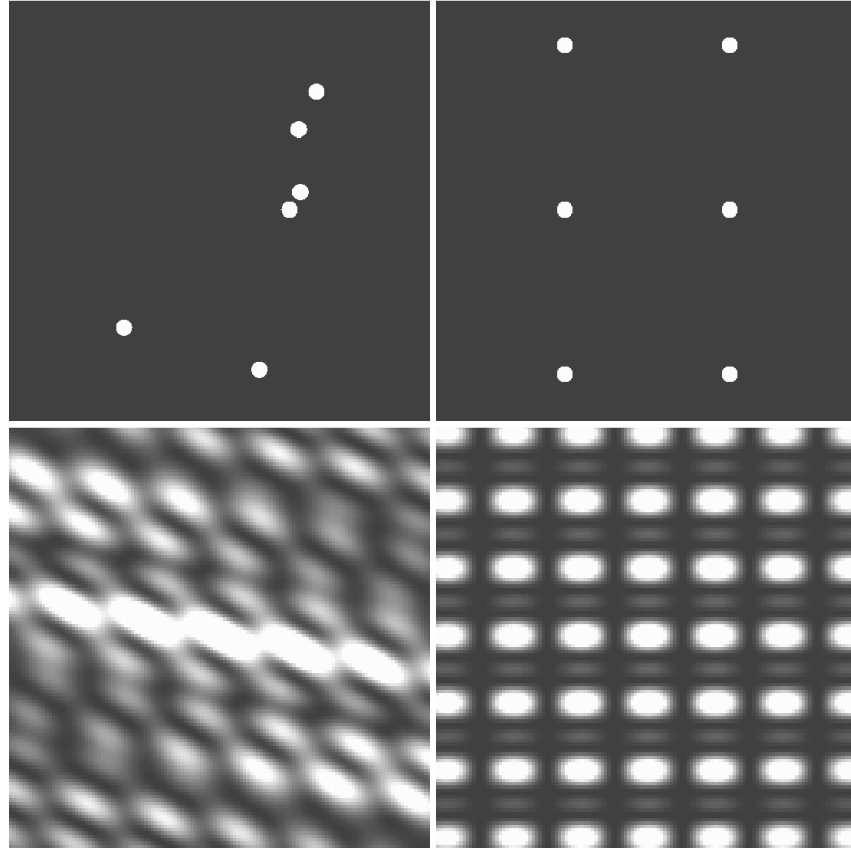


FIG. 2.2 – Deux géométries possibles pour un interféromètre et les FEP qui y correspondent. à gauche, une géométrie non redondante produit une figure de diffraction peu contrastée, à droite, la FEP de la géométrie redondante est mieux contrastée.

réduit la confiance dans le résultat : il est nécessaire d'obtenir un plus grand nombre d'observations pour avoir le même degré de certitude que la planète détectée n'est pas un artefact. Cette considération n'apparaît pas dans les équations du S/B mais doit être prise en compte dans l'optimisation de la géométrie.

Chapitre 3

Densification/Dilution de pupille et Coronagraphie interférentielle

3.1 Densification de pupille

3.1.1 Présentation de la technique de densification de pupille

La densification de pupille a été proposée pour la première fois par Antoine Labeyrie [1996] pour produire des images à partir de la pupille diluée d'un interféromètre. L'image produite par un interféromètre à pupille très diluée par recombinaison de type Fizeau comporte un nombre important de pics de diffraction. Ainsi, un interféromètre à N télescopes de diamètre d chacun, dont la base est B , offre une FEP comportant environ $B/(Nd)$ pics de diffraction. Une telle FEP est peu appropriée pour produire une image faible champ sur un détecteur, car pour collecter tous les photons provenant de la source, il faudrait placer un détecteur de grande taille dans le plan focal (ayant donc beaucoup de pixels dont le contenu en information est très redondant). Dans la suite de ce chapitre, je vais utiliser la notion de facteur de remplissage F_r de la pupille. Ce facteur est le rapport entre la surface totale de la pupille et la surface qu'aurait une pupille circulaire pleine (sans obstruction centrale) de diamètre égal à la base maximale contenue dans la pupille. Pour une pupille circulaire sans obstruction centrale, $F_r = 1$. Pour un interféromètre, en adoptant les notations adoptées précédemment :

$$F_r = \frac{N d^2}{B^2}. \quad (3.1)$$

La technique de densification de pupille propose d'augmenter le facteur de remplissage d'une pupille en réarrangeant la géométrie des sous-ouvertures. Si la géométrie des centres des sous-pupilles est conservée (à une homothétie près), l'image produite par cette pupille densifiée est une fidèle représentation de l'objet observé (ce point sera discuté plus en détail). Deux approches, non exclusives, sont possibles pour densifier une pupille :

- Modifier la taille des sous-pupilles. La pupille densifiée est créée en conservant la position des sous-pupilles, mais chaque sous-pupille est “grossie” de façon à

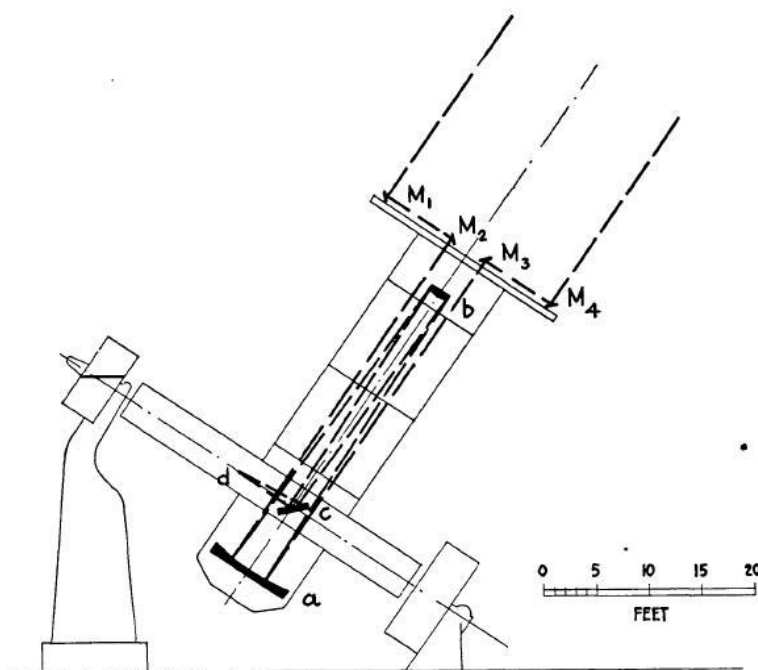


FIG. 3.1 – Schéma optique de l'interféromètre de Michelson. Cette figure est extraite de l'article original [Michelson et Pease, 1921]. Les miroirs M_1 , M_2 , M_3 et M_4 sont plans et "densifient" la pupille d'entrée avant injection dans le télescope de 2,5m.

augmenter le facteur de remplissage (le diamètre d est augmenté).

- Modifier la position des sous-pupilles. Les sous-pupilles, dont les tailles ne sont pas modifiées, sont rapprochées les unes des autres (la base B est diminuée).

Une très belle illustration de la seconde approche est l'expérience d'interférométrie de Michelson en 1920, décrite dans le paragraphe suivant.

3.1.2 La densification de pupille 1D par Albert Michelson

La première démonstration sur le ciel de la technique de densification de pupille fut l'expérience d'Albert Michelson sur le télescope de 2,5m au mont Wilson [Michelson et Pease, 1921], dont un schéma est donné dans la figure 3.1. Dans cette expérience, la pupille d'entrée (avant densification) est constituée de deux ouvertures de 15cm séparées de 6,1m. Cette pupille est densifiée avant d'être injectée dans la pupille de 2,5m du télescope. Dans ce cas, la pupille densifiée conserve la taille des ouvertures mais change leur séparation (1,14m après densification), et le facteur de densification est 5,3.

Michelson a densifié sa pupille car il disposait déjà d'un recombineur (le télescope de 2m50) mais il voulait disposer d'une base plus grande que le diamètre du télescope. Dans un interféromètre "classique", dans lequel l'optique de recombinaison n'est pas un télescope déjà existant, l'intérêt de la densification de pupille est de disposer d'une combinaison de type Fizeau tout en limitant le nombre de "franges" visibles. Cela

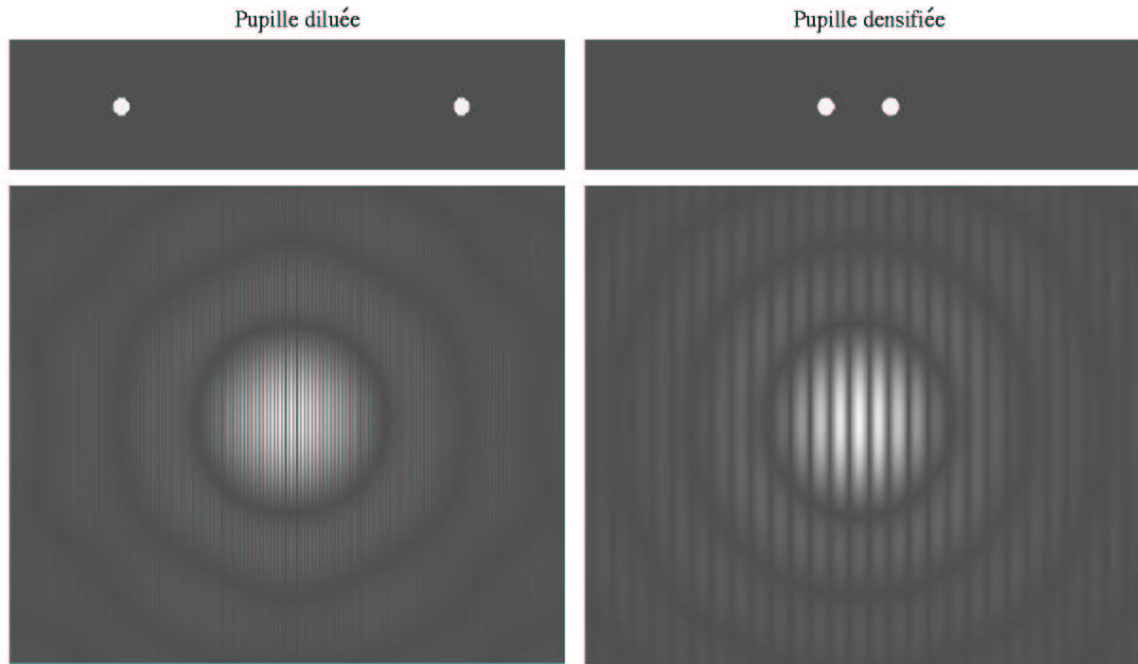


FIG. 3.2 – Pupilles diluées et densifiées dans l’expérience de Michelson. Dans le cas de la pupille densifiée, le nombre de franges est réduit, ce qui augmente la luminosité par frange.

implique bien sûr que la quantité de lumière par frange est plus grande que dans une recombinaison de type Fizeau classique. Dans le cas de l’expérience de Michelson, cela lui a permis d’augmenter la visibilité (au sens ophtalmologique du terme) des franges en multipliant la luminosité par frange par 5,3, comme le montre la figure 3.2. Cette considération de flux par frange n’est pas mentionnée par Michelson, et si il avait disposé d’un télescope de 6m, il aurait sans doute mesuré le diamètre de Betelgeuse en utilisant un masque avec deux ouvertures devant le télescope, produisant ainsi des franges de plus faible luminosité.

3.1.3 Généralisation

Ce que Michelson fit avec 2 ouvertures peut être appliqué à un nombre arbitraire d’ouvertures. La densification de pupille permet d’augmenter le facteur de remplissage et donc, de diminuer le nombre de pics de diffraction (ou franges, dans le cas unidimensionnel) de la FEP. En effet, la FEP d’un interféromètre peut être schématisée par une figure de diffraction s’étendant à l’infini, donnée par la géométrie des centres des sous-pupilles, multipliée par une enveloppe qui est la figure de diffraction d’une sous-pupille (figure 3.3). La densification de pupille diminue le rapport entre la taille de l’enveloppe de la figure de diffraction et la distance entre les pics de la figure de diffraction, ce qui diminue le nombre de pics de diffraction dans l’enveloppe.

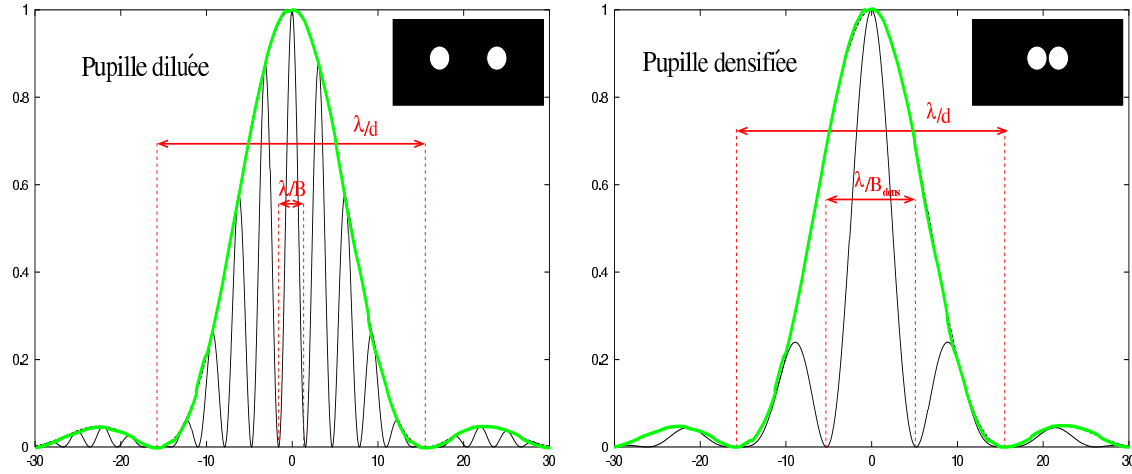


FIG. 3.3 – Comparaison entre les FEP d’une pupille diluée et densifiée.

Pourquoi densifier la pupille ? La densification de pupille n’est nullement nécessaire pour produire une image par synthèse d’ouverture. Bien au contraire, la perte d’information liée à l’imagerie en pupille densifiée rend impossible l’imagerie grand champ. Comme je l’explique plus loin, c’est la raison pour laquelle la pupille densifiée doit être re-diluée avant imagerie dans ce concept.

L’intérêt de la densification de pupille est qu’elle permet l’utilisation d’un coronographe à masque de phase (voir section 3.2), qui permet de supprimer la lumière de l’étoile centrale par interférence destructive tout en conservant la possibilité d’imagerie grand champ. De nombreuses techniques de suppression interférentielle non coronographiques existent (interféromètre de Bracewell, interféromètre à fibres), mais elles traitent les faisceaux provenant des télescopes comme des faisceaux parfaitement cohérents, comme en interférométrie radio. L’information liée au diamètre des ouvertures est alors perdue, et avec elle la possibilité d’imagerie grand champ.

Le coronographe à masque de phase ne peut néanmoins pas être directement appliqué à l’interféromètre dont la pupille est très peu compacte. En effet, la FEP de l’interféromètre est une figure de diffraction comportant de nombreux pics, qui ne sont pas très contrastés (géométrie non redondante). Un coronographe devrait ainsi “coronographier” chacun de ces pics, qui sont dispersés en longueur d’onde (variation de la taille de la figure de diffraction avec la longueur d’onde). La densification de pupille permet de créer une pseudo-image de l’étoile, ne comportant qu’un seul pic de diffraction : la technique permet d’adapter la pupille au coronographe à masque de phase. Cette adaptation permet au coronographe à masque de phase d’obtenir une extinction totale d’une source infiniment petite sur l’axe optique (voir 3.2).

Propriétés de l’image obtenue en pupille densifiée. La table 3.1 résume les propriétés importantes de l’imagerie à pupille densifiée et diluée. En pupille densifiée, la lumière d’une source ponctuelle sur l’axe optique est concentrée dans un seul pic de diffraction, ce qui rend possible l’utilisation d’un coronographe. Cependant, le

	Pupille Densifiée	Pupille Diluée
Champ de vue	utile : $\sqrt{N} \times \frac{\lambda}{B}$	pas de limite
Nombre de pics de diffraction	1	$(\frac{B}{d\sqrt{N}})^2$
Invariance par translation	Non	Oui

TAB. 3.1 – Champ de vue et nombre de pics de diffraction dans le cas de l'imagerie en pupille densifiée et de l'imagerie en pupille diluée. N est le nombre de sous-pupille, B est la base de l'interféromètre et d est le diamètre des sous-pupilles.

faible champ de vue utile (défini par la largeur de l'enveloppe de diffraction d'une sous-ouverture) est trop faible pour permettre d'imagerie à grand champ. De plus, la non-invariance de la FEP par translation limite les possibilités d'imagerie. L'imagerie en pupille diluée (Fizeau) permet par contre la reconstruction d'une image grand champ, mais le nombre important de pics de diffraction rend très difficile l'utilisation d'un coronographe.

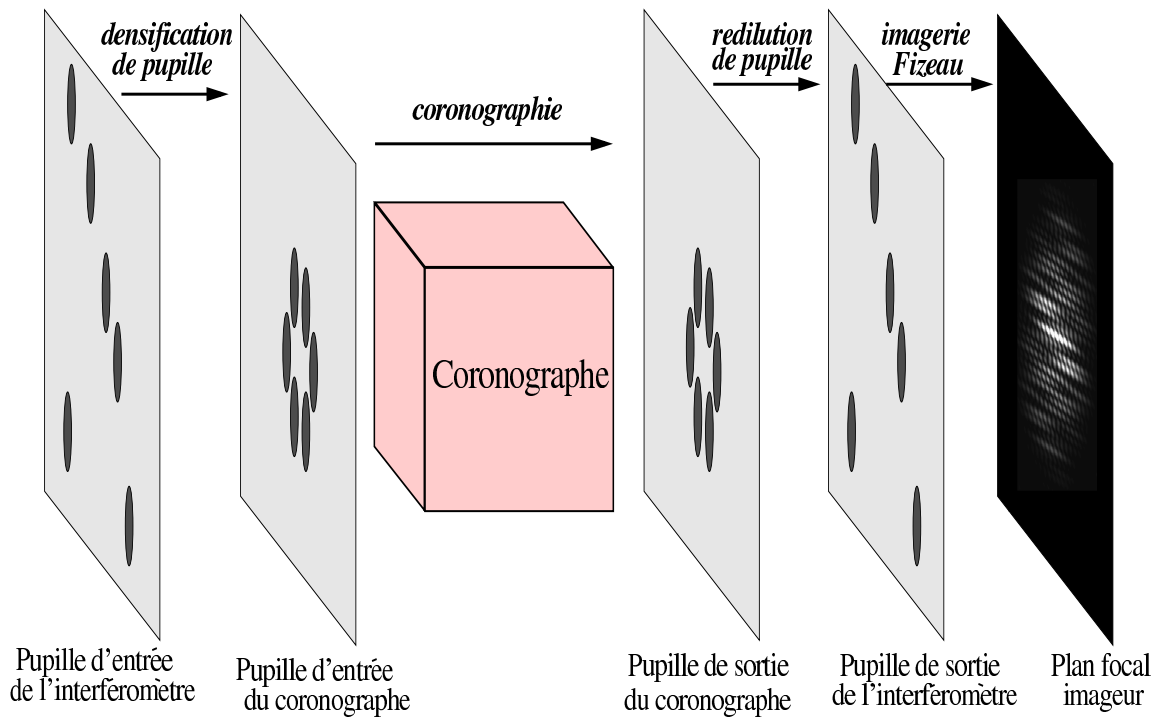


FIG. 3.4 – Représentation des principales étapes vers la formation de l'image Fizeau coronographiée.

La figure 3.4 présente une solution qui combine les avantages de la coronagraphie en pupille densifiée et de l'imagerie en pupille diluée : la pupille est densifiée avant le coronographe et re-diluée entre le coronographe et le plan focal imageur.

Densification non homothétique. Afin d’obtenir une pupille densifiée compacte (taux de remplissage proche de 1) à partir d’une pupille diluée, il est nécessaire de modifier la position relative des ouvertures. Cette densification de pupille, dite non homothétique semble contraire au principe qui énonce que dans un interféromètre imageur, la géométrie de la pupille doit être conservée. En fait, cette densification n’est qu’une étape intermédiaire, et la pupille de sortie respecte bien ce principe. Une conséquence directe du violent changement de géométrie de la pupille introduit par la densification est que la FEP dans le plan focal du coronographe varie de façon complexe avec la position de la source dans le ciel (voir figure 3.5). Un point source sur l’axe optique produit un front d’onde parfaitement plat sur chaque sous-pupille, sans déphasage relatif entre les sous-ouvertures. Ainsi, la FEP obtenue pour une source ponctuelle sur l’axe optique est “propre” (la quasi-totalité du flux est concentrée dans un seul pic de diffraction au centre du plan focal) et est efficacement supprimée par le coronographe.

Re-dilution de pupille. La pupille de sortie du coronographe, densifiée, est re-diluée pour former une géométrie identique à la pupille d’entrée. En l’absence d’un coronographe, ceci garantit l’invariance par translation de la FEP.

3.2 Coronographie à masque de phase

3.2.1 Principe théorique du coronographe à masque de phase avec pupille non apodisée

Le principe du masque de phase a été élaboré en 1997 par François et Claude Roddier [Roddier et Roddier, 1997]. Un masque de phase circulaire est placé dans le plan focal, centré sur la tache d’Airy. Ce masque est de très petite taille (moins de λ/d pour un télescope à ouverture circulaire sans obstruction centrale) et déphase la lumière qui le traverse de π . La figure 3.6 illustre le fonctionnement d’un coronographe à masque de phase. Dans la suite de cette étude, je note α et β les vecteurs positions dans les plans focal et pupille respectivement, et $A(\beta)$, $B(\alpha)$, $B'(\alpha)$, $C(\beta)$, $C'(\beta)$ et $D(\alpha)$ l’amplitude complexe dans les plans A,B,B’,C,C’ et D représentés dans la figure 3.6. Le plan B correspond au plan focal immédiatement avant le masque de phase, alors que le plan B’ est immédiatement après le masque de phase. De même, C et C’ correspondent au plan pupille immédiatement avant et immédiatement après le masque pupillaire. Les équations suivantes relient les fonctions d’amplitude complexe dans les différents plans :

$$B(\alpha) = \mathcal{F}(A(\beta)) \quad (3.2)$$

$$C(\beta) = \mathcal{F}^{-1}(B'(\alpha)) \quad (3.3)$$

$$D(\alpha) = \mathcal{F}(C'(\beta)) \quad (3.4)$$

où $\mathcal{F}$ dénote une transformée de Fourier (passage d’un plan pupille à un plan focal), et $\mathcal{F}^{-1}$ dénote une transformée de Fourier inverse (passage d’un plan focal à

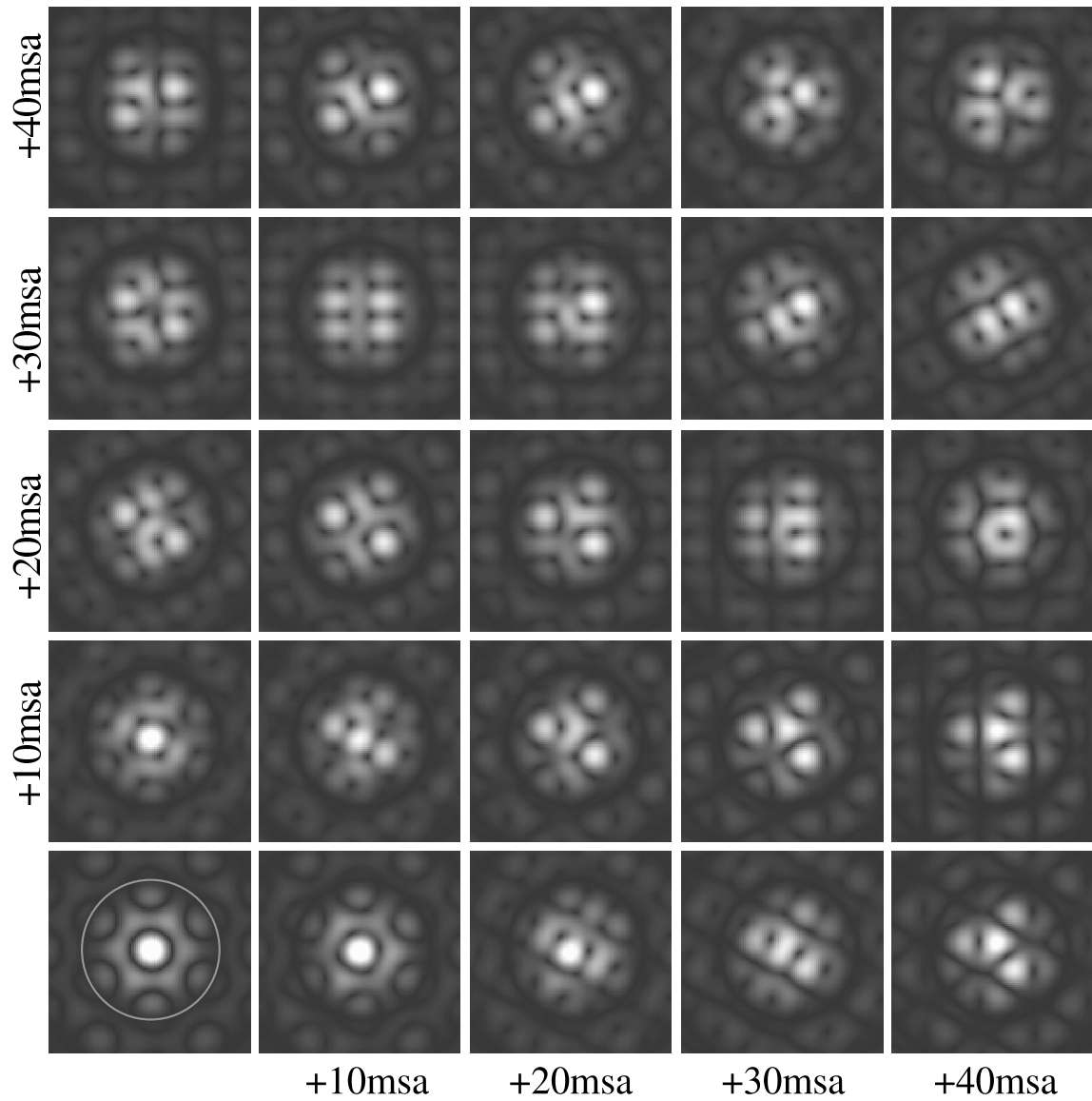


FIG. 3.5 – FEPs formées par la pupille densifiée dans le plan focal du coronographe. En bas à droite : FEP pour une source ponctuelle sur l’axe optique de l’interféromètre. Le cercle représente le champ de vue en pupille densifiée (taille de la figure de diffraction d’une sous-ouverture). Chaque FEP correspond à une position différente sur le ciel, avec un déplacement angulaire de 10 msa entre deux images consécutives. Les deux axes de cette “table” de FEPs sont perpendiculaires.

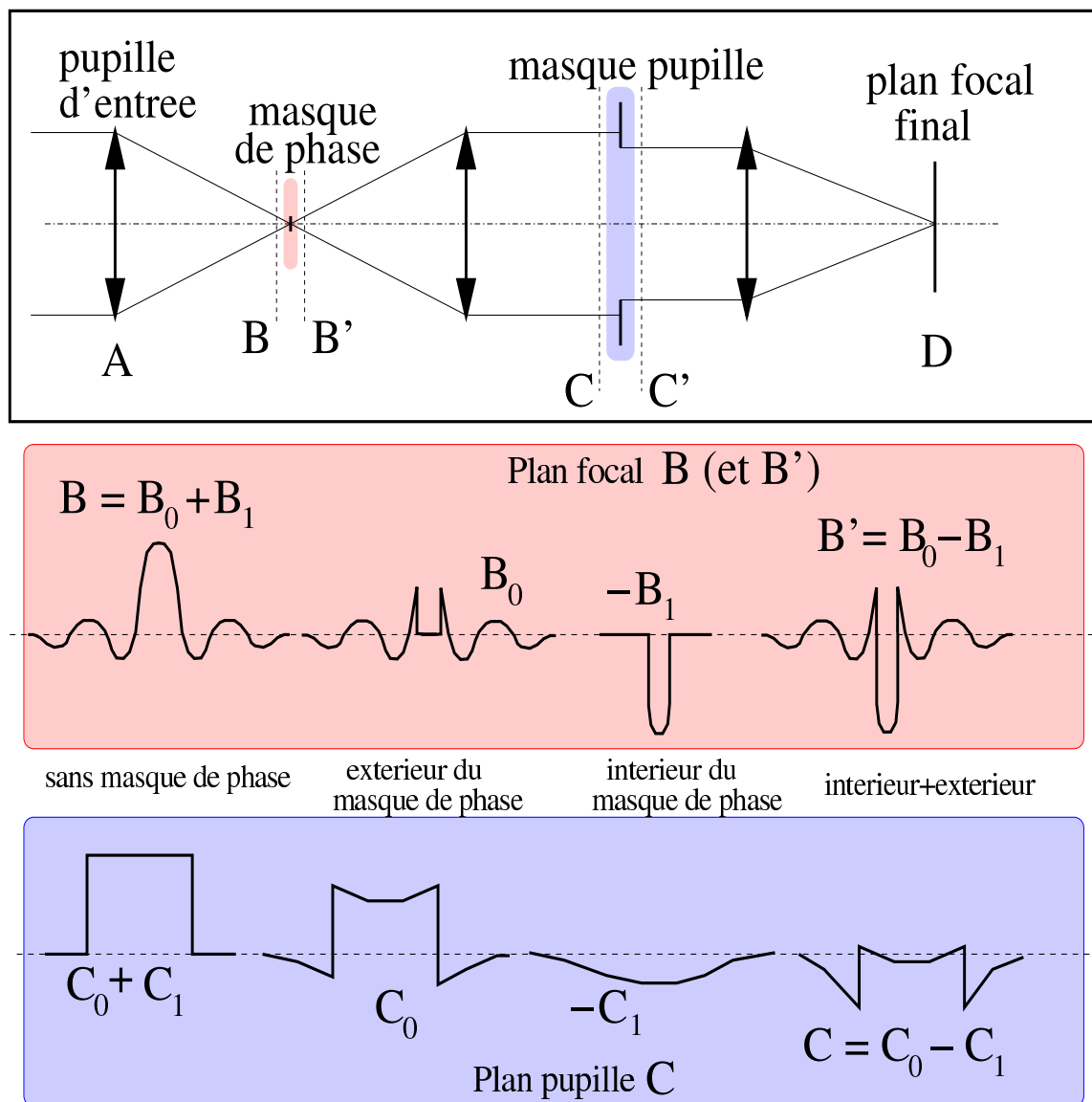


FIG. 3.6 – Principe du coronographe à masque de phase pour une pupille circulaire pleine. Les amplitudes complexes sont représentés dans les plans B, B' et C pour une source ponctuelle sur l'axe optique.

un plan pupille).

$$B'(\alpha) = B(\alpha) \times MPha(\alpha) = B_0(\alpha) - B_1(\alpha) \quad (3.5)$$

où $MPha(\alpha)$ est la fonction de transmission du masque de phase (1 à l'extérieur du masque et -1 à l'intérieur), $B_0(\alpha)$ est l'amplitude complexe incidente sur le domaine où $MPha = 1$ et $B_1(\alpha)$ est l'amplitude complexe incidente sur le domaine $MPha = -1$. Ainsi, $B(\alpha) = B_0(\alpha) + B_1(\alpha)$. Par la suite, je noterai $C_0(\beta) = \mathcal{TF}^{-1}(B_0(\alpha))$ et $C_1(\beta) = \mathcal{TF}^{-1}(B_1(\alpha))$.

$$C(\beta) = \mathcal{TF}^{-1}(B'(\alpha)) = C_0(\beta) - C_1(\beta) \quad (3.6)$$

$$C'(\beta) = C(\beta) \times MPup(\beta) \quad (3.7)$$

où $MPup(\beta)$ est la fonction de transmission du masque pupillaire (0 en dehors de la pupille, 1 à l'intérieur de la pupille). Finalement,

$$D(\alpha) = \mathcal{TF}(C'(\beta)) \quad (3.8)$$

Les fonctions B_0 , B_1 , B , B' , C_0 , C_1 , et C sont représentées dans la figure 3.6. Lorsque le diamètre du masque de phase augmente, une fraction grandissante de la tache d'Airy $B(\alpha)$ est déphasée : à l'intérieur de la pupille, dans le plan C, $C_1(\beta)$ augmente et $C_0(\beta)$ diminue. Pour une valeur optimale du diamètre du masque de phase, $C(\beta) = C_0(\beta) - C_1(\beta)$ devient proche de zéro sur la pupille (voir figure 3.6). Pour une source ponctuelle hors de l'axe optique, la tache d'Airy correspondante n'est pas affectée par le masque de phase et la lumière de cette source est distribuée uniformément à l'intérieur de la pupille. Un effet coronographique est ainsi obtenu en masquant l'extérieur de la pupille dans le plan C.

3.2.2 Démonstration en laboratoire

Ce coronographe a été testé en laboratoire sur une source ponctuelle monochromatique [Guyon et al., 1999]. Une description détaillée de l'expérience et des résultats obtenus est donnée dans le papier [Guyon et al., 1999] inclus en annexe. Cette expérience a permis de valider le concept, et un programme de simulation du coronographe à masque de phase a été écrit. Ce programme a permis de reproduire les résultats observés et a été ensuite inclus dans le simulateur du concept proposé pour TPF.

3.2.3 Coronographe à masque de phase avec apodisation de pupille

Le coronographe à masque de phase, tel qu'il a été présenté par F. Roddier en 1997 [Roddier et Roddier, 1997], ne permet pas d'atteindre une extinction d'une source ponctuelle au-delà d'un facteur 200 environ. En effet, comme le montre la figure 3.6, pour la taille optimale du masque de phase, $C(\beta)$ n'est pas uniformément nul sur la pupille : dans cette représentation, $C(\beta)$ a une courbure non nulle à l'intérieur de

	Transmission du masque apodisant	Rapport d'extinction
Itération 0	1,00000	7,274568e+01
Itération 1	0,68786	1,318979e+06
Itération 2	0,68617	2,261639e+08
Itération 3	0,68616	2,282766e+08
Itération 4	0,68616	2,282767e+08

TAB. 3.2 – Convergence de l'algorithme d'apodisation pour une pupille circulaire pleine. La précision des calculs (simple précision) limite l'extinction à partir de la troisième itération.

la pupille. Il est cependant possible de rendre $C(\beta)$ nul sur l'intérieur de la pupille en apodisant la pupille d'entrée. L'algorithme suivant permet de converger vers une solution pour laquelle l'extinction théorique pour une source ponctuelle est totale ¹. L'algorithme itératif est initialisé avec une pupille $A = A^0$ non apodisée pour laquelle la fonction C^0 est calculée avec les équations 3.2, 3.5, 3.6, 3.7 et 3.8. Pour chaque itération i de l'algorithme, le calcul est répété en adoptant pour la pupille A :

$$A^{i+1}(\beta) = |A^0(|\beta|)| \frac{A^i(\beta) - C^i(\beta)}{\max_{|A^0(\beta)|=1} (A^i(\beta) - C^i(\beta))}. \quad (3.9)$$

Cette formule garantit que :

- le support de A^i est inclus dans le support de A^0 (premier terme de l'expression)
- pour tout vecteur β dans la pupille, $0 < |A^i(\beta)| < 1$.

La convergence de cet algorithme vers une solution parfaite (extinction totale) s'explique avec la représentation graphique des fonctions d'amplitude complexe de la figure 3.6. Le résidu C a une courbure négative dans cette représentation. Lorsqu'une courbure de signe opposé est introduite dans A par la première itération de l'algorithme, la courbure résiduelle de C dans la pupille devient presque nulle, ce qui permet d'obtenir un résidu C quasi uniformément nul à l'intérieur de la pupille. Quelques itérations suffisent pour obtenir une extinction meilleure que 10^{10} . Il faut néanmoins noter que cet algorithme ne convergera pas vers une solution parfaite si le diamètre du masque de phase a été mal choisi. Pour obtenir la solution parfaite, l'algorithme doit être appliqué parallèlement pour une série de diamètres de masques de phase. Le diamètre optimal du masque de phase est augmenté lorsqu'une apodisation est appliquée à la pupille. Les résultats de cet algorithme pour une pupille circulaire pleine, avec une précision de calcul simple sont données dans la table 3.2.

Cet algorithme fonctionne car le masque de phase est très petit : une modification de A modifie peu C_1 mais modifie C_0 de façon similaire à la modification qui a été

¹En pratique, la précision des calculs de l'ordinateur limite cette extinction à 10^8 lorsque les calculs sont fait en simple précision et 10^{16} lorsque la double précision est utilisée

appliquée à A . C'est ainsi que le résidu C dans la pupille peut être annulé en quelques itérations simples sur A . Dans le cas d'un masque de phase de type différent qui est très étendu dans le plan focal, cet algorithme ne permet pas d'obtenir une suppression du résidu d'extinction. C'est le cas par exemple du masque à 4 quadrants [Rouan et al., 2000; Riaud et al., 2001].

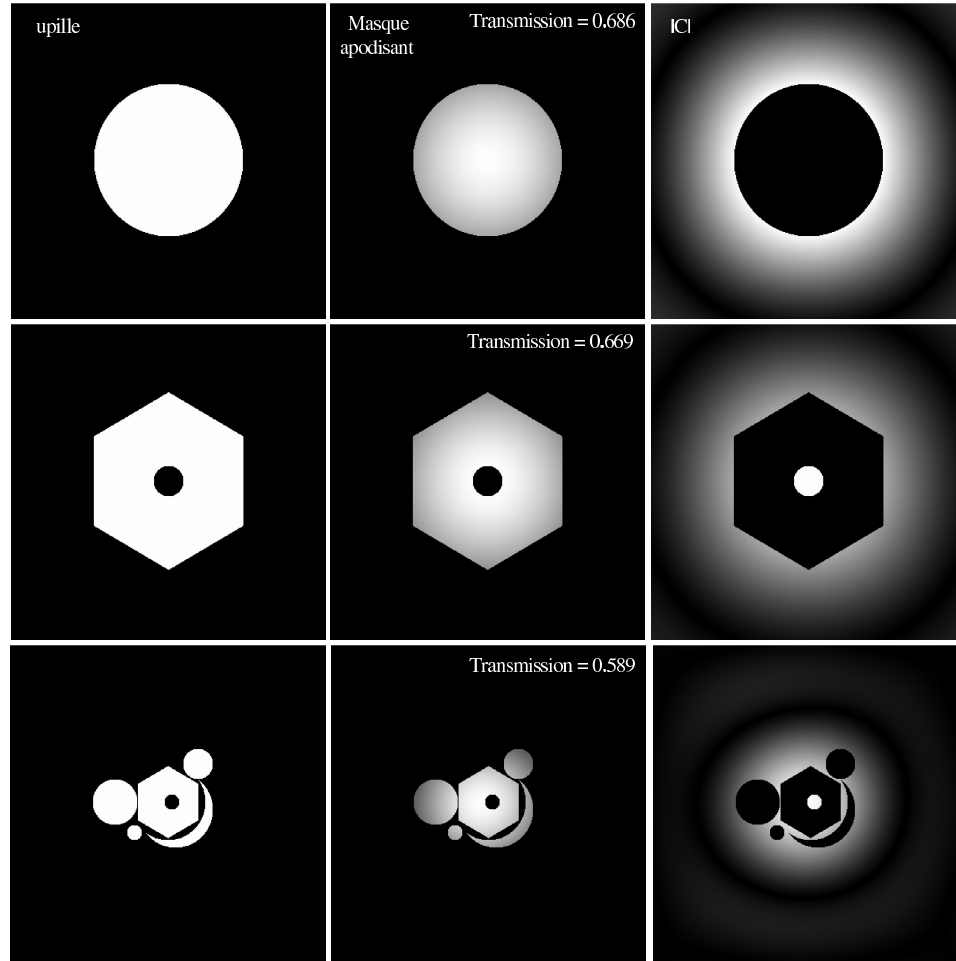


FIG. 3.7 – Masque apodisant (seconde colonne) et distribution de l'intensité lumineuse dans le plan C, plan pupille après le masque de phase, pour une source ponctuelle (troisième colonne) pour différentes formes de pupilles (première colonne).

Cet algorithme permet d'obtenir une solution parfaite (extinction totale) pour des pupilles non circulaires. Si la pupille a un facteur de remplissage supérieur à environ 0,3, il y a convergence vers une solution parfaite. Contrairement à d'autres coronographes (par exemple le coronographe à 4 quadrants), il est donc possible d'utiliser efficacement le coronographe à masque de phase sur des pupilles aux formes non conventionnelles. La figure 3.7 illustre cette propriété en présentant le masque d'apodisation et la fonction $|C(\beta)|$ pour différentes formes de pupilles. Dans chacun de ces cas, $|C(\beta)|$ est nul sur la pupille ($|C'(\beta)| = 0$) et l'extinction coronographique est totale.

3.2.4 Performances

Dans la discussion précédente, le coronographe à masque de phase était considéré parfait et monochromatique. En utilisant le formalisme présenté au début de cette section, il est possible de calculer les performances de ce coronographe dans un cas plus réaliste incluant un certain nombre de défauts.

Épaisseur du masque. Dans le cas d'un masque de phase mono-couche en transmission, la relation entre le déphasage p induit par le masque de phase et son épaisseur e est donnée par :

$$p = (n - 1) \frac{e 2\pi}{\lambda} \quad (3.10)$$

où n est l'index du matériau utilisé pour obtenir le déphasage. Cette formule peut facilement être adaptée à d'autres types de masques de phase. Par exemple, pour un masque en réflexion, $(n - 1)$ doit être remplacé par 2 (e est dans ce cas la "hauteur" ou "profondeur" du masque). Une erreur de δe dans l'épaisseur du masque provoque une erreur en déphasage exprimée par

$$\delta p = (n - 1) \frac{\delta e 2\pi}{\lambda}. \quad (3.11)$$

Pour une source ponctuelle sur l'axe optique, $C(\beta) = 0$ à l'intérieur de la pupille. Par linéarité de la transformée de Fourier, on peut donc écrire, pour tout vecteur β à l'intérieur de la pupille :

$$C(\beta) = \mathcal{FT}[(n - 1)\delta e \times B_1(\alpha)] \quad (3.12)$$

La contribution totale en lumière de cette erreur est dans le plan focal

$$L = \int_{|A(\beta)| > 0} C(\beta)^2 d\beta = \pi^2 \left(\frac{\delta e}{e}\right)^2 \times \int_{|A(\beta)| > 0} (\mathcal{FT}[B_1(\alpha)])^2 d\beta \quad (3.13)$$

La fraction du flux incident (avant le coronographe) total qui "fuit" à travers le coronographe est donc

$$F_1 = \pi^2 \left(\frac{\delta e}{e}\right)^2 \times \frac{\int_{|A(\beta)| > 0} (\mathcal{FT}[B_1(\alpha)])^2 d\beta}{\int_{|A(\beta)| > 0} (\mathcal{FT}[B_0(\alpha) + B_1(\alpha)])^2 d\beta} \quad (3.14)$$

Or, $\mathcal{FT}[B_0(\alpha)] - \mathcal{FT}[B_1(\alpha)] = 0$ à l'intérieur de la pupille (coronographe parfait). On a donc

$$F_1 = \frac{\pi^2}{4} \times \left(\frac{\delta e}{e}\right)^2. \quad (3.15)$$

Avec $\left(\frac{\delta e}{e}\right) = 0,001$, $F_1 = 2,5 \cdot 10^{-6}$.

Diamètre du masque. Dans ce paragraphe, le diamètre optimal du masque est noté ρ_0 . Pour un masque de diamètre $\rho_0 + \delta\rho$, pour tout vecteur β à l'intérieur de la pupille,

$$C(\beta) = \mathcal{FT}[2B(\alpha)_{\rho_0 < |\alpha| < \rho_0 + \delta\rho}] \quad (3.16)$$

où $B(\alpha)_{\rho_0 < |\alpha| < \rho_0 + \delta\rho} = B(\alpha)$ pour $\rho_0 < |\alpha| < \rho_0 + \delta\rho$ et 0 partout ailleurs. La fraction de la lumière qui “fuit” est donc

$$F_2 = \frac{\int_{|A(\beta)| > 0} (\mathcal{FT}[2B(\alpha)_{\rho_0 < |\alpha| < \rho_0 + \delta\rho}])^2 d\beta}{\int_{|A(\beta)| > 0} (\mathcal{FT}[B_0(\alpha) + B_1(\alpha)])^2 d\beta} \quad (3.17)$$

Pour $\delta\rho \ll \rho_0$

$$F_2 = \frac{\rho_0^2 \times \int_{|\vec{\alpha}| < R} (\mathcal{FT}[2B(\vec{\alpha})\delta(|\vec{\alpha}| - \rho_0)])^2 d\vec{\alpha}}{\int (\mathcal{FT}[B_0(\vec{\alpha}) + B_1(\vec{\alpha})])^2 d\vec{\alpha}} \times \left(\frac{\delta\rho}{\rho_0}\right)^2 \quad (3.18)$$

où $\delta()$ est la fonction de Dirac. Pour une pupille circulaire pleine, le calcul numérique donne

$$F_2 = 1,702 \times \left(\frac{\delta\rho}{\rho_0}\right)^2. \quad (3.19)$$

Ainsi, avec $(\frac{\delta\rho}{\rho_0}) = 0,001$, on obtient $F_2 = 1,7 \cdot 10^{-6}$.

Bande passante spectrale. Le masque de phase tel qu'il a été présenté jusqu'à présent n'est pas achromatique. D'une part, le déphasage introduit par le masque n'est pas achromatique, et d'autre part, la taille de la tache de diffraction change avec la longueur d'onde, alors que le masque a une taille constante. Dans un premier temps, l'effet du déphasage est étudié.

Un masque à déphasage achromatique (ou quasi-achromatique) peut être obtenu par un empilement de couches dont les matériaux ont des indexes qui varient différemment avec la longueur d'onde et sont choisis pour obtenir un déphasage constant sur la gamme de longueur d'onde. Si une telle technique n'est pas utilisée, le déphasage p introduit peut être modélisé par une fonction linéaire de la longueur d'onde λ sur la bande passante). Par exemple, dans le cas d'un masque par réflexion optimisé pour la longueur d'onde λ_0 , le déphasage à la longueur d'onde $\lambda_0 + \delta\lambda$ est

$$p = \pi \times \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \delta\lambda} \approx \pi - \pi \frac{\delta\lambda}{\lambda_0}. \quad (3.20)$$

En notant qu'un déphasage δp est équivalent à une erreur δe dans l'épaisseur du masque, avec

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\delta e}{e_0}, \quad (3.21)$$

l'équation 3.15 peut être intégrée pour obtenir la proportion F_3 de la lumière de la source qui “fuit” à travers le coronographe :

$$F_3 = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda_0}\right)^2. \quad (3.22)$$

Une autre source de fuites chromatiques est due à la variation de la taille de la figure de diffraction dans le plan focal en fonction de la longueur d'onde. On remarque que ce changement d'échelle est équivalent à un changement de du diamètre du masque de phase $\delta\rho$ donné par

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\delta\rho}{\rho_0} \quad (3.23)$$

Ainsi, par intégration de l'équation 3.18, on calcule la proportion F_4 de la lumière qui "fuit" à travers le coronographe

$$F_4 = \frac{\rho_0^2 \times \int_{|A(\beta)|>0} (\mathcal{FT}[2B(\alpha)\delta(|\alpha| - \rho_0)])^2 d\beta}{\int (\mathcal{FT}[B_0(\alpha) + B_1(\alpha)])^2 d\beta} \times \frac{1}{3} \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda_0}\right)^2 \quad (3.24)$$

Le calcul numérique donne, pour une pupille circulaire pleine,

$$F_4 = 0,567 \times \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda_0}\right)^2. \quad (3.25)$$

Ainsi, pour une bande passante de $1\mu m$ centrée à $10\mu m$, le résidu coronographique dû à cet effet est de 0,15%. Une solution potentielle à ce problème est l'utilisation d'un dispositif optique dont le grossissement varie en fonction de la longueur d'onde de façon à compenser la variation de la taille de la figure de diffraction avec la longueur d'onde. Un tel dispositif permet d'imager des franges d'interférence en bande large dans le visible ?? et de faire de l'imagerie speckle en bande large ?. Cette solution permet vraisemblablement d'étendre la bande spectrale utilisable par un facteur 100.

Erreurs de pointage et autres aberrations optiques. Pour une erreur de pointage de $\delta\vec{\alpha}$, le résidu de coronographie est, pour de petites valeurs de $\delta\vec{\alpha}$,

$$F_5 = \frac{\int_{|A(\beta)|>0} (\mathcal{FT}[\int 2B(\alpha)\delta(|\vec{\alpha}| - \rho_0)\cos(\theta - \theta_{\delta\vec{\alpha}})d\theta])^2 d\beta}{\int (\mathcal{FT}[B_0(\alpha) + B_1(\alpha)])^2 d\beta} \times |\delta\vec{\alpha}|^2 \quad (3.26)$$

Le calcul numérique pour une pupille circulaire pleine donne

$$F_5 = 0,364 \times \frac{|\delta\vec{\alpha}|^2}{\rho_0^2}. \quad (3.27)$$

Les aberrations de plus hauts ordres produisent un résidu coronographique de la forme

$$F_5 = \gamma \times (1 - \text{Strehl}) \quad (3.28)$$

où *Strehl* et le rapport de Strehl de la FEP obtenue avec l'aberration. Cette formule a été testée avec les polynômes de Zernikes 4 à 100 et γ est alors compris entre 0,6 et 1, suivant le polynôme de Zernike considéré.

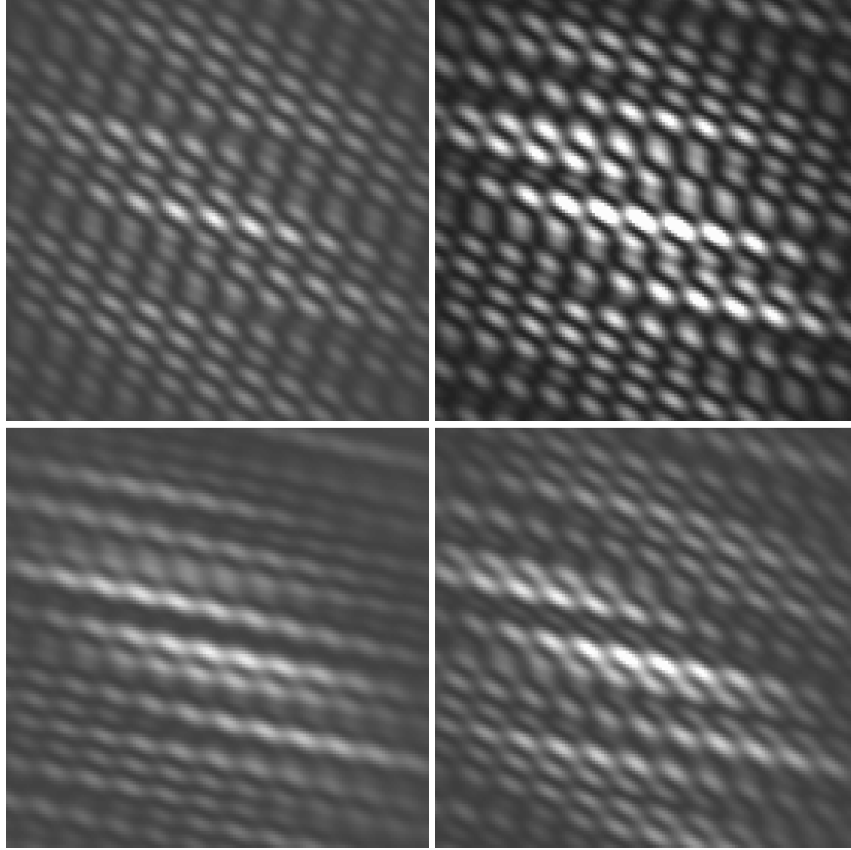


FIG. 3.8 – Quatre FEPs, dans le plan image final, correspondant à des positions différentes d’une source ponctuelle. Chaque image couvre un champ de $1,6''$ par $1,6''$. Les positions des sources ponctuelles par rapport à l’axe optique, sont, en *msa*, dans le système de coordonnées utilisé dans la figure 3.5 : $(+10,+10)$ (en haut à gauche), $(+20,+20)$ (en haut à droite), $(+30,+30)$ (en bas à gauche) et $(+40,+40)$ (en bas à droite).

3.2.5 Caractéristiques de la FEP pour l’imagerie

S’il n’y avait pas de masque de phase dans le plan focal du coronographe, alors la densification de pupille, suivie de sa re-dilution, n’aurait aucun effet sur la FEP. La FEP dans le plan focal imageur serait alors invariante par translation.

La figure 3.5 montre que la morphologie de la FEP dans le plan focal du coronographe varie avec la position de la source sur le ciel. L’effet du masque de phase varie donc avec la position de la source : pour certaines positions de la source, l’effet du masque de phase est minime, alors que pour d’autres il est très important. Cette variation de la morphologie et du flux total de la FEP est également présente après re-dilution de la pupille. La figure 3.8 illustre cet effet en comparant 4 FEPs, correspondant à 4 positions différentes sur le ciel. L’effet du coronographe sur la FEP dans le plan focal imageur est double

- La morphologie de la FEP change avec la position de la source (voir figure 3.8)

- Le flux total dans la FEP est une fonction de la position de la source.

Ce dernier effet est la définition même d’un coronographe : le flux total de la FEP est très faible si la source est proche de l’axe optique. Hélas, le nombre réduit de télescopes rend inévitable l’extinction des sources présentes dans les lobes secondaires de diffraction d’un interféromètre qui supprime la lumière de la source centrale. Cet effet est illustré par la figure 3.9.

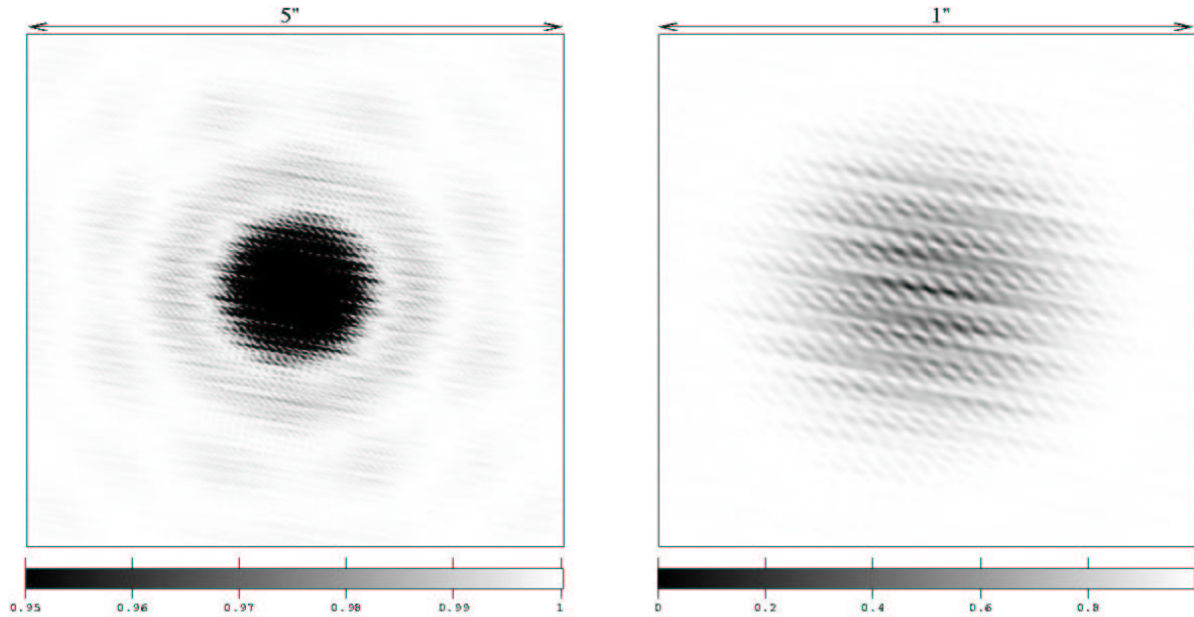


FIG. 3.9 – Transmission du concept en fonction de la position d’une source ponctuelle sur le ciel. La lumière de l’étoile centrale est supprimée par la zone centrale de faible transmission, de diamètre égal à environ 40mas .

3.3 Observations et soustraction du résidu de coronographie

Le calcul des performances du concept repose sur l’hypothèse que les résidus coronographiques sont soustraits parfaitement, et que seul le bruit de photon qui est associé à ces résidus contribue au bruit dans l’expression du S/B. Cette hypothèse mérite une justification détaillée, car des hypothèses similaires ont par le passé mené à des conclusions d’un optimisme irréaliste (par exemple, l’imagerie directe de planètes depuis des télescopes au sol en quelques heures de pose).

Le problème des “speckles” atmosphériques est bien connu, et plus particulièrement les raisons pour lesquelles il est très difficile de les soustraire, qui peuvent être résumés par les deux “lois” suivantes.

- **Loi 1** : Le spectre de puissance des variations temporelles des speckles est “anormalement” élevé aux basses fréquences. Il existe une corrélation entre la structure des speckles à deux instants différents. Cette corrélation est une

fonction lentement décroissante du temps. Pour bien moyenner les speckles, il faut donc attendre un temps quasi infini.

- **Loi 2** : Les speckles changent de structure avec la position dans le ciel du télescope. Ainsi, il est en pratique impossible d’obtenir une bonne soustraction des speckles par l’observation d’une étoile de référence différente de l’étoile observée. De plus, la structure des speckles dépend de l’étoile observée (couleur, luminosité pour une observation avec optique adaptative).

Les speckles résiduels pour un observatoire dans l’espace partagent avec leurs “cousins” atmosphériques la première loi, et, dans une moindre mesure, la seconde loi. Ces deux “lois” peuvent être résolues par les stratégies suivantes.

- Pour la **Loi 1** : Introduction d’une variation de l’objet imagé totalement décorrélée des speckles.
- Pour la **Loi 2** : Utilisation de la source observée comme référence.

Parallèlement, il est bien sûr également important de minimiser, autant que possible, l’intensité des speckles, afin que les speckles ne soient pas une fraction significative du flux de photons collectés.

3.3.1 Minimisation de l’intensité des speckles

D’après les équations 4.11 et 4.16, dans ce concept, si l’erreur sur le front d’onde égale ou inférieure à $\sigma = 25 \text{ nm}$, l’intensité des fuites coronographiques est égale aux fuites statiques du coronographe dues au diamètre apparent non nul de l’étoile coronographiée. Cette valeur critique de la précision sur le front d’onde a été calculée pour une étoile similaire au soleil à 10pc. Ainsi, pour $\sigma = 10 \text{ nm}$, valeur réaliste qui a été adoptée dans cette étude, l’intensité lumineuse des speckles dus aux défauts de front d’onde ne représente que 16% en intensité des fuites statiques. Il est donc réaliste d’obtenir une précision sur le front d’onde telle que les speckles n’augmentent pas significativement les fuites coronographiques mais sont une petite variation de ces fuites (en intensité et en structure spatiale). Dans ce cas, si la technique de détection n’est pas sensible à l’effet des deux “lois” exposée ci-dessus, le calcul analytique fait dans le modèle théorique (voir section 4.1) est valable.

3.3.2 Utilisation de la source comme référence

L’étoile centrale est symétrique par rotation et peut être modélisée par un disque de luminosité de surface uniforme. A $10\mu\text{m}$, l’assombrissement du bord de l’étoile est beaucoup plus faible que dans le visible, et le contraste entre les tâches solaires et le reste du disque est également plus faible que dans le visible. L’élongation équatoriale des étoiles à rotation rapide peut être minimisée en évitant l’observation de systèmes vus par la tranches (qui doivent de toutes façon être évités pour d’autres raisons). Ainsi, durant la rotation de l’interféromètre, la distribution de la lumière résiduelle de l’étoile ne varie pas sur le détecteur (si on ignore les speckles). Cependant, l’image de la planète change en fonction de l’angle de rotation de l’interféromètre. Il est donc possible d’extraire la composante stellaire par filtrage statistique des poses courtes

(moyenne, médiane etc...). Cette composante peut ensuite être soustraite à chaque pose avant reconstruction de l'image finale.

Il est également possible de prédire, dans une certaine mesure, la distribution de la lumière résiduelle de l'étoile dans le plan focal en utilisant un modèle simple pour l'étoile (disque). Cela est possible grâce à la quantité importante d'information collectée par l'image. Cette dernière approche n'a cependant pas été étudiée en détail.

3.3.3 Décorrélation source/speckles

Le point le plus critique de la détection de la planète dans un “nuage” de speckles est de se placer dans la situation favorable où les speckles sont décorrelés de l'image de la planète. Cette décorrélation peut être en fait obtenue par la rotation de l'interféromètre, qui est également utilisée pour s'affranchir de l'observation d'une source de référence. L'image de la planète évolue alors avec le temps (fonction de l'angle de rotation de l'interféromètre) d'une façon totalement prédictible qui n'est fonction que de la position de la planète dans le ciel. Cette technique de détection a été utilisée pour l'imagerie de compagnons faibles par P. Baudoz sur le télescope Gemini avec le système d'optique adaptative Hokupa'a. J'ai utilisé cette même technique pour l'imagerie de NAGs par optique adaptative (voir section 11.3).

Chapitre 4

Performances

4.1 Détection et caractérisation de planètes extrasolaires : modèle théorique

Dans cette section, un modèle théorique permettant le calcul des performances du concept est élaboré. Ce modèle est important car il permet de comprendre quelles sont les principales sources de bruit dans la détection de planètes. L'utilisation d'un tel modèle est irremplaçable pour optimiser les paramètres de l'interféromètre, car la simulation numérique est trop lente (voir section 4.2) pour explorer efficacement l'espace des paramètres. Ce modèle servira de base à une comparaison entre les concepts interférométriques (section 4.4). Les variables utilisées dans ce modèle sont présentées dans la table 4.1. Je commente les valeurs de certaines de ces variables et les hypothèses qui ont mené à ces valeurs

- **Lumière zodiacale.** La valeur donnée dans la table est pour $\lambda = 10\mu m$ et correspond à $15 MJy.sr^{-1}$ ($1 MJy = 1,510^{12} ph.s^{-1}.\mu m^{-1}.m^{-2}$). Cette valeur est représentative d'une observation vers un point en dehors de l'écliptique [Leinert et al., 1998; Reach et al., 1995].
- **Lumière exo-zodiacale.** Le nuage exo-zodiacal est supposé similaire au nuage zodiacal, à un facteur multiplicatif près. L'unité adoptée, le *zodi*, correspond au contenu en poussières du nuage zodiacal autour du Soleil. Le modèle suivant est adopté [Reach et al., 1995] :
 - Le nuage est vu de face
 - La profondeur optique du nuage varie en $r^{-0,37}$, r étant la distance à l'étoile en Unités Astronomiques.
 - La température du nuage varie en $r^{-0,42}$.
 - Le bord interne du nuage est à $r = 0,02$ (limite de sublimation des grains de poussière de $1300K$)
 - La luminosité de surface d'un nuage de $1zodi$ est $25 MJy.sr^{-1}$ à $r = 1$.

Je vais calculer la contribution (en $ph.s^{-1}.\mu m^{-1}$) des principales sources de lumière dans le domaine géométrique (dans le plan focal) où le flux de la planète est concentré :

Variable		Valeur	Unité
N	Nombre de télescopes	6	m
d	Diamètre des télescopes	3	m
B	Base	60	m
τ	transmission du masque d'apodisation	0,57	
λ	longueur d'onde	10	μm
σ	erreurs de phase (RMS) sur la pupille	10^{-8}	m
F_{st}	Flux stellaire	$5 \cdot 10^6$	$ph.s^{-1}.m^{-2}.\mu m^{-1}$
F_{pl}	Flux planétaire	1	$ph.s^{-1}.m^{-2}.\mu m^{-1}$
R_{st}	Rayon stellaire	$2,26 \cdot 10^{-9}$	rad
a	distance angulaire étoile/planète	$4,8 \cdot 10^{-7}$	rad
B_z	fond de lumière zodiacale	$2,25 \cdot 10^{13}$	$ph.s^{-1}.\mu m^{-1}.m^{-2}.sr^{-1}$
z	luminosité du nuage exo-zodiacal	1	$zodi$

TAB. 4.1 – Définitions et valeurs des variables utilisées dans la description du modèle théorique.

- N_{pl} : Photons provenant de la planète.
- N_{st1} : Photons provenant du résidu coronographique dû à la résolution partielle de l'étoile par l'interféromètre.
- N_{st2} : Photons provenant du résidu coronographique dû aux erreurs sur le front d'onde.
- N_Z : Photons provenant de la lumière zodiacale.
- N_{EZ} : Photons provenant de la lumière exo-zodiacale.

Le calcul est effectué dans un premier temps avec les hypothèses suivantes :

- Redondance : La géométrie de l'interféromètre est parfaitement redondante. Le calcul est alors simplifié car le domaine géométrique (dans le plan focal) où le flux de la planète est concentré est alors facilement défini.
- Effet du coronographe sur la planète : L'effet du coronographe sur la planète est négligé.

Le calcul de la sensibilité avec ces deux hypothèses servira de base à un calcul plus réaliste incluant la non-redondance et l'effet du coronographe sur la planète.

N_{pl} : Photons provenant de la planète. La FEP en pupille diluée est constituée d'une série de pics de diffraction de taille λ/B , séparés de $\sqrt{N}\lambda/B$ selon chaque axe. Il y a donc un total de $(B/(d\sqrt{N}))^2$ pics de diffraction inclus dans l'enveloppe de taille λ/d de la FEP (voir figure 2.2, en bas à droite). Le nombre de photons collectés par chaque sous-ouverture est $\tau F_{pl}\pi d^2/4$, qui sont concentrés dans une tache de diffraction de surface $(\lambda/d)^2$. La luminosité de surface l_s sur la tache de diffraction produite par un seul télescope est donc

$$l_s = \frac{\tau F_{pl}\pi d^4}{4\lambda^2}. \quad (4.1)$$

Puisque les faisceaux des N télescopes sont combinés de façon cohérente, la luminosité de surface dans un pic de diffraction est $N^2 l_s$, et le nombre de photons par pic de

diffraction est donc

$$N_{pl}(1pic) = N^2 \frac{\tau F_{pl} \pi d^4}{4\lambda^2} \times \frac{\lambda^2}{B^2} = \frac{N^2 \tau F_{pl} \pi d^4}{4B^2}. \quad (4.2)$$

Le nombre total de photons de la planète collecté dans le domaine géométrique (ensemble des pics de diffractions) est obtenu par multiplication de $N_{pl}(1pic)$ par le nombre de pics de diffraction :

$$N_{pl} = \frac{N^2 \tau F_{pl} \pi d^4}{4B^2} \times \left(\frac{B}{d\sqrt{N}} \right)^2 \quad (4.3)$$

$$N_{pl} = N \tau \frac{F_{pl} \pi d^2}{4}. \quad (4.4)$$

Cette expression montre que N_{pl} est égal au nombre total de photons de la planète collectés par les télescopes de l'interféromètre multiplié par le facteur τ de transmission du masque coronographique. Ce résultat est une conséquence directe des deux hypothèses faites précédemment : redondance de la géométrie (tous les photons sont donc dans les pics de diffractions) et effet négligeable du coronographe sur la planète (pas de terme coronographique dans l'équation).

Dans l'exemple considéré ici (voir les valeurs dans la table 4.1), on obtient

$$N_{pl} = 24,17 \text{ ph.s}^{-1}.\mu\text{m}^{-1}. \quad (4.5)$$

N_{st1} : Photons provenant du résidu coronographique (taille apparente de l'étoile). La taille apparente de l'étoile empêche une extinction totale. En effet l'équation 3.27 montre que, dans le cas d'une pupille circulaire pleine, pour un point source, le résidu coronographique est proportionnel au carré de la distance angulaire du point à l'axe optique. Cette propriété a été vérifiée par simulation [Guyon, 1999; Guyon, 2000], et, pour un télescope de diamètre D , la transmission à travers le coronographe d'un point source à une distance angulaire θ de l'axe optique est approximée par

$$F_R = \left(1,6 \times \frac{D}{\lambda} \right)^2 \times \theta^2 \quad (4.6)$$

pour $\theta < \theta_0$, et

$$F_R = 1 \quad (4.7)$$

pour $\theta > \theta_0$, avec

$$\theta_0 = \frac{\lambda}{1,6 \times D}. \quad (4.8)$$

Dans le cas d'une pupille densifiée, la pente de phase sur la pupille provient de différences de phase entre les sous-pupilles de l'interféromètre. Ainsi, B doit être substitué à D dans les équations 4.6, 4.7 et 4.8. Dans cet exemple, $\theta_0 = 21 \text{ msa}$, valeur qui correspond au rayon angulaire maximum d'une étoile (Betelgeuse), mais bien supérieure aux rayons angulaires des étoiles qui seront observées par TPF/DARWIN. Par conséquent, l'équation 4.6 est valide pour ce calcul, et son intégration sur le disque

stellaire permet de calculer le résidu coronographique F_{res} normalisé (fraction de la lumière de l'étoile qui "fuit" à travers le coronographe) :

$$F_{res} = \left(1,6 \times \frac{B}{\lambda}\right)^2 \times \frac{R_{st}^2}{2}. \quad (4.9)$$

En considérant que cette lumière résiduelle est distribuée uniformément sur une surface $(\lambda/d)^2$, et puisque le domaine géométrique où sont détectés les photons de la planète occupe une fraction $1/N$ de cette surface, on a

$$N_{st1} = N\tau \frac{\pi d^2}{4} F_{st} F_{res} \times \frac{1}{N} \quad (4.10)$$

$$N_{st1} = \tau \frac{\pi d^2}{4} F_{st} \left(1,6 \times \frac{D}{\lambda}\right)^2 \times \frac{R_{st}^2}{2}. \quad (4.11)$$

Dans l'exemple considéré ici, on obtient

$$F_{res} = 2,35 \cdot 10^{-4} = \frac{1}{4250} = -9,07 \text{ magn} \quad (4.12)$$

$$N_{st1} = 4721 \text{ ph.s}^{-1}.\mu\text{m}^{-1} \quad (4.13)$$

N_{st2} : Photons provenant du résidu coronographique (erreurs sur le front d'onde). Les résultats de l'étude de l'effet des aberrations de front d'onde sur le coronographe à masque de phase (équation 3.28) sont utilisés pour évaluer N_{st2} . Avec $\gamma = 1$, on a donc

$$N_{st2} = \tau \frac{\pi d^2}{4} F_{st} (1 - \text{Strehl}) \quad (4.14)$$

où *Strehl* est le Strehl de la FEP obtenue dans le plan focal du coronographe (immédiatement après la densification de pupille). Le Strehl est lié à la racine carrée σ de la variance des erreurs de phase sur la pupille par l'équation suivante (valable pour *Strehl* > 0,5) :

$$\text{Strehl} = e^{-\left(\frac{\pi\sigma}{\lambda}\right)^2}. \quad (4.15)$$

D'après les équations 4.14 et 4.15, pour de petites erreurs sur le front d'onde,

$$N_{st2} = \tau \frac{\pi d^2}{4} F_{st} \left(\frac{\pi\sigma}{\lambda}\right)^2. \quad (4.16)$$

Dans l'exemple considéré ici, on obtient

$$N_{st2} = 755 \text{ ph.s}^{-1}.\mu\text{m}^{-1}. \quad (4.17)$$

N_z : Photons provenant de la lumière zodiacale. La contribution de la lumière zodiacale au signal total est obtenue par multiplication de la surface collectrice par B_z et par l'angle solide du domaine géométrique dans lequel les photons de la planète sont collectés :

$$N_z = N\tau \frac{\pi d^2}{4} \times B_z \times \left(\frac{\lambda}{B}\right)^2 \left(\frac{B}{d\sqrt{N}}\right)^2 \quad (4.18)$$

$$N_z = \tau \frac{\pi}{4} \times B_z \times \lambda^2 \quad (4.19)$$

Dans l'exemple considéré ici, on obtient

$$N_z = 1010 \text{ ph.s}^{-1}.\mu\text{m}^{-1}. \quad (4.20)$$

N_{EZ} : Photons provenant de la lumière exo-zodiacale. Avec les notations adoptées, et le modèle adopté pour le nuage exo-zodiacal, la luminosité de surface ($MJy.sr^{-1}$) du nuage exo-zodiacal est,

$$B_{ez}(r) = \frac{1117,53 \times z \times r^{-0,37}}{e^{4,8 \times r^{0,42}} - 1}, \quad (4.21)$$

où r est la distance à l'étoile en AU. La même équation exprimée en $ph.s^{-1}.\mu\text{m}^{-1}.m^{-2}.sr^{-1}$ est

$$B_{ez}(r) = \frac{1,676 \cdot 10^{15} \times z \times r^{-0,37}}{e^{4,8 \times r^{0,42}} - 1}. \quad (4.22)$$

Ces formules ne sont valables que pour $r > 0,02$. Pour $r < 0,02$, $B_{ez}(r) = 0$. Contrairement à la lumière zodiacale B_z , la lumière exo-zodiacale B_{ez} n'est pas uniforme sur le ciel. Le calcul de N_{ez} ne se résume donc pas à une simple multiplication : il est nécessaire d'intégrer la contribution de la lumière exo-zodiacale sur les lobes de diffraction de l'interféromètre. La lumière de la planète est concentrée dans une série de pics de diffractions séparés par δ sur chaque axe (géométrie redondante de l'interféromètre).

$$\delta = \frac{\lambda\sqrt{N}}{B} \quad (4.23)$$

une série d'images du nuage exo-zodiacal est superposée sur cette série d'images de la planète. Les deux "réseaux" δ -périodiques d'images sont décalés d'un vecteur qui est égal à la différence des positions sur le ciel de la planète et du centre du nuage exo-zodiacal. Ainsi, la contribution de lumière exo-zodiacale est obtenue en intégrant les contributions dues aux positions du nuage qui correspondent à la somme de la position de la planète et d'un vecteur dont les coordonnées sont multiples entiers de δ . On peut donc écrire, par analogie avec les équations 4.18 et 4.19 :

$$N_{ez} = N\tau \frac{\pi d^2}{4} \times B'_{ez} \times \left(\frac{\lambda}{B}\right)^2 \left(\frac{B}{d\sqrt{N}}\right)^2 \quad (4.24)$$

$$N_{ez} = \tau \frac{\pi}{4} \times B'_{ez} \times \lambda^2 \quad (4.25)$$

où B'_{ez} est la **luminosité de surface exo-zodiacale équivalente (LSEE)** et est définie par

$$B'_{ez}(x, y) = \frac{1}{\left(\frac{B}{d\sqrt{N}}\right)^2} \sum_{-\frac{B}{2d\sqrt{N}} < k, l < +\frac{B}{2d\sqrt{N}}} B_{ez}(\sqrt{((x + k\delta)^2 + (y + l\delta)^2)}), \quad (4.26)$$

où k et l sont les entiers sur laquelle la somme est calculée. Le nombre de termes dans cette somme est $\left(\frac{B}{d\sqrt{N}}\right)^2$, le nombre de pics de diffraction dans l'enveloppe de la FEP. Il apparaît donc que cette équation est une moyenne des valeurs B_{ez} sur un réseau 2D régulier de période δ . En pratique, la somme converge car la luminosité de surface B_{ez} du nuage exo-zodiacal décroît très rapidement avec la distance, et les bornes de la somme ne sont pas importantes. En comparant les équations 4.25 et 4.19, il apparaît que la LSEE B'_{ez} est la luminosité de surface d'un fond zodiacal qui apporterait la même quantité de photons dans le signal mesuré que le nuage exo-zodiacal.

On définit également le **facteur de dilution de la lumière exo-zodiacale** $Fdil_{ez}$ tel que

$$Fdil_{ez}(x, y) = \frac{B_{ez}(x, y)}{B'_{ez}(x, y)}. \quad (4.27)$$

La décroissance de $B_{ez}(r)$ avec r et le grand (> 10) nombre de termes dans la moyenne entraîne, sauf cas particulier,

$$B'_{ez}(x, y) < B_{ez}(x, y). \quad (4.28)$$

Ainsi, dans l'exemple considéré ici, on peut calculer, avec le modèle adopté pour la distribution de lumière exo-zodiacale, que $B'_{ez} = 0,36 \times B_{ez}$ pour un point à 1UA de l'étoile. Puisque le facteur de dilution de la lumière exo-zodiacale est $1/0,36 = 2,8$ dans ce cas, on obtient une valeur de N_{ez} 2,8 fois plus faible que si B_z avait été remplacé par B_{ez} dans l'équation 4.19. Ainsi,

$$N_{ez} = 609 \text{ ph.s}^{-1}.\mu\text{m}^{-1}. \quad (4.29)$$

À surface collectrice constante (d^2N constant), le facteur de dilution de la lumière exo-zodiacale devient rapidement très grand lorsque le nombre d'ouvertures augmente. Pour toute position x, y , le comportement asymptotique de ce facteur est donné par :

$$\lim_{N \rightarrow \infty, d^2N = \text{const}} (Fdil_{ez}(x, y) \times N) = \left(\frac{B}{d}\right)^2. \quad (4.30)$$

Dans l'exemple considéré, cette expression donne $Fdil_{ez}(x, y) = 67$. La figure 4.1 montre comment la LSEE et le facteur de dilution évoluent en fonction du nombre de télescopes de l'interféromètre.

4.1.1 Effet de la non-redondance de la géométrie de l'interféromètre

Dans les calculs effectués jusqu'à présent, il a été admis que la FEP non coronographiée est un réseau régulier de pics de diffraction contrastés. Cette hypothèse n'est

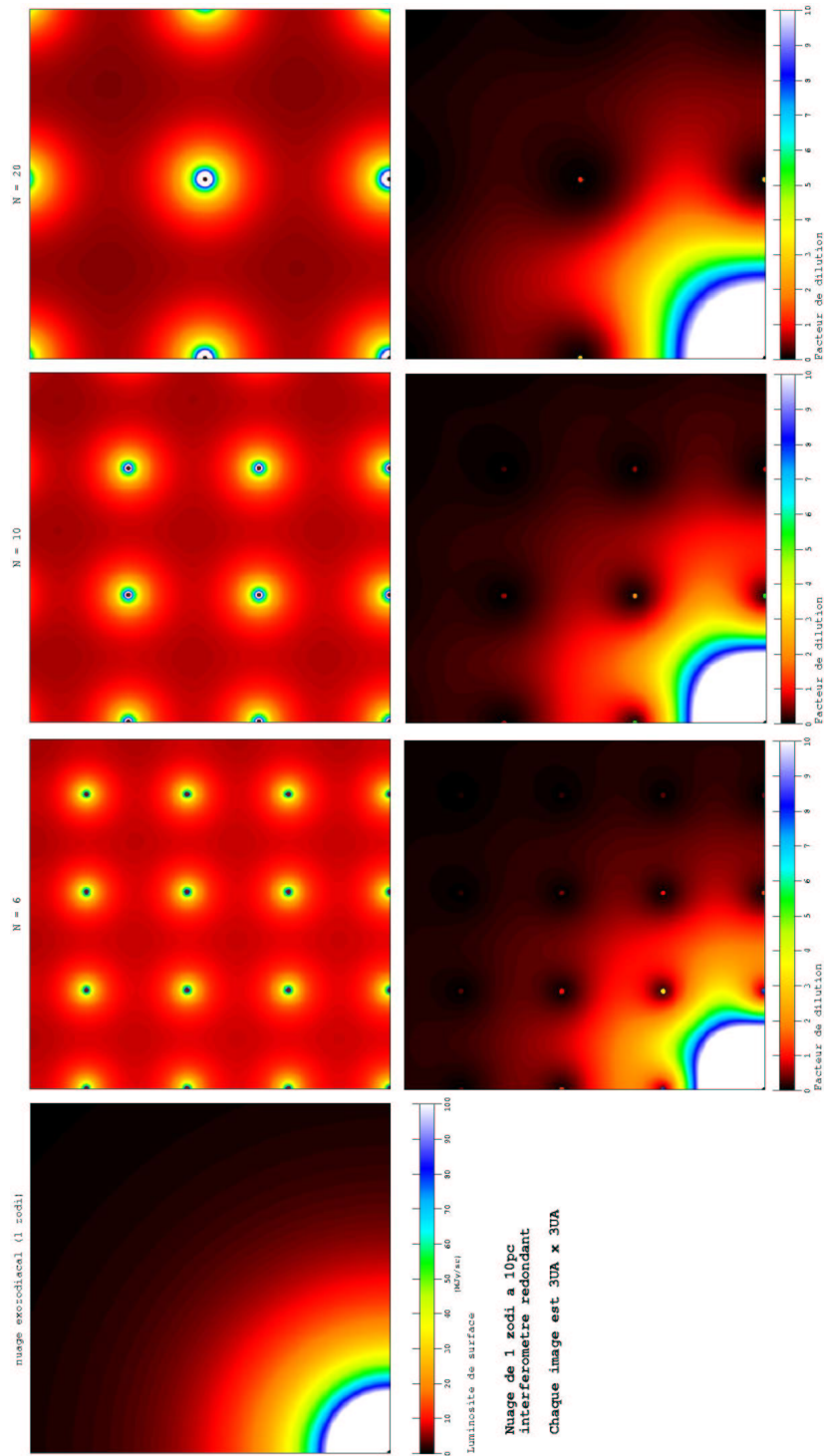


FIG. 4.1 – Luminosité de surface exo-zodiacale équivalente (LSEE) $B'_{ez}(x, y)$ pour un interféromètre redondant à N télescopes observant un nuage de 1 *zodi* à 10pc. Les cartes des LSEE pour 6, 10 et 20 télescopes sont représentées (en haut) ainsi que le facteur de dilution de la lumière exo-zodiacale correspondant (en bas). La distribution de lumière exo-zodiacale réelle, B_{ez} est représentée (en haut, à gauche) avec le même codage en couleur que les 3 cartes de LSEE.

valable que si la géométrie de l'interféromètre est redondante. Je compare dans cette section la répartition spatiale dans le plan focal de la lumière de la planète entre une géométrie redondante et une géométrie non redondante. Cette comparaison me sert ensuite à estimer l'effet sur le S/B de la non-redondance de la géométrie.

Dans le cas d'une géométrie redondante, l'essentiel de la lumière de la planète est concentré dans les pics de diffraction de taille λ/B et d'espacement $\sqrt{N}\lambda/B$ suivant chaque axe. Ainsi, la lumière de la planète occupe une fraction F_{red} de la FEP telle que

$$F_{red} = \frac{1}{N}. \quad (4.31)$$

Dans le cas d'une géométrie non redondante, la FEP est peu contrastée et il est difficile de choisir clairement quel est le domaine optimal dans lequel la détection de la planète doit être mesurée. En fait, une déconvolution des images instantanées obtenues par l'interféromètre serait la solution idéale. Il est cependant difficile de concevoir une telle déconvolution car la FEP est rendue non-invariante par translation par le coronographe. Dans cette étude, je distingue deux effets de la non-redondance de l'interféromètre. D'une part, la fraction de la FEP occupée par les photons de la planète est plus importante que F_{red} , et d'autre part, une fraction des photons est perdue dans le complémentaire du domaine de détection choisi. Ainsi, pour la FEP de l'interféromètre non-redondant à 6 télescopes de 3m (voir figure 2.2, en bas à gauche), 80% du flux est contenu dans 50% de la surface de la FEP ($F_{nonred} = 0,5$). Pour calculer le S/B dans le cas non-redondant, N_{st1} , N_{st2} , N_z et N_{ez} sont donc multipliés par $F_{nonred}/F_{red} = 2$, alors que N_{pl} est multiplié par 0,8.

4.1.2 Effet du coronographe sur la planète

Lors de la rotation de l'interféromètre, la planète est pour certaines valeurs de l'angle de rotation "éteinte" par le coronographe. Ainsi, à une distance α étoile/planète donnée, le signal de la planète ne sera présent sur le détecteur qu'une fraction $Ft(\alpha)$ du temps. Cette fraction peut être obtenue en mesurant le profil radial de la carte de transmission de l'interféromètre projetée sur le ciel. Les temps de pose calculés avec le modèle théorique devront être divisés par $Ft(\alpha)$ pour corriger cet effet. Dans l'exemple considéré ici, la transmission moyenne est 0,5 (voir figure 4.2) et les temps de pose devront donc être doublés. L'effet du coronographe est similaire à une occultation de 50% environ du champ de la pupille densifiée (et donc 50% du champ de la FEP). Il est donc possible d'estimer cet effet pour $N \neq 6$ car le champ équivalent perdu par l'introduction du coronographe ne dépend pas de N . Ainsi, la transmission moyenne est pour tout N

$$T_m = \frac{N-3}{N}. \quad (4.32)$$

4.1.3 Résultats du modèle théorique et calcul du S/B

Les résultats analytiques obtenus par le modèle théorique sont rappelés dans la table 4.2.

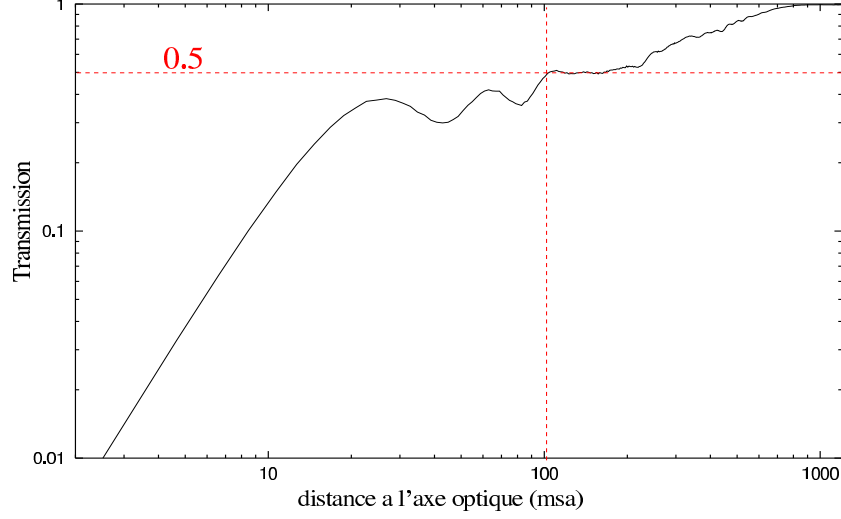


FIG. 4.2 – Transmission moyenne de l'interféromètre en fonction de la distance à l'axe optique.

Le S/B pour la détection d'une planète est

$$\frac{S}{B} = \sqrt{T} \times \sqrt{\left(\frac{BP \times RQ \times (N - 3)}{2 \times N} \right)} \frac{N_{pl}}{\sqrt{N_{st1} + N_{st2} + N_z + N_{ez}}} \quad (4.33)$$

et pour une observation spectroscopique de résolution R ,

$$\frac{S}{B} = \sqrt{\frac{T}{R}} \times \sqrt{\left(\frac{10 \times RQ \times (N - 3)}{2 \times N} \right)} \frac{N_{pl}}{\sqrt{N_{st1} + N_{st2} + N_z + N_{ez}}}. \quad (4.34)$$

où T est le temps de pose. Dans les calculs suivants, j'adopte $BP = 5\mu m$ et $RQ = 0,5$. En utilisant cette équation, on obtient qu'une détection d'une Terre à 10pc nécessite 3mn pour $S/B=3$ et 32,5mn pour $S/B=10$ avec une géométrie redondante. Les résultats sont résumés dans la table 4.3.

4.2 Simulateur du concept

Un simulateur du concept a été développé afin de vérifier les prédictions théoriques de S/B et de tester les performances dans des cas réalistes d'observation (source très complexe, erreurs de front d'onde etc...). Ce simulateur a été utilisé par d'autres membres de l'équipe BOEING/SVS et il a donc été important de créer un outil simple d'utilisation. Afin de disposer d'un programme performant et portable, j'ai choisi d'écrire ce simulateur entièrement en C. Le noyau du simulateur est constitué de 3 fonctions (*tpfipsf*, *tpfiim* et *tpfirot*) que je décris dans les 3 paragraphes suivants.

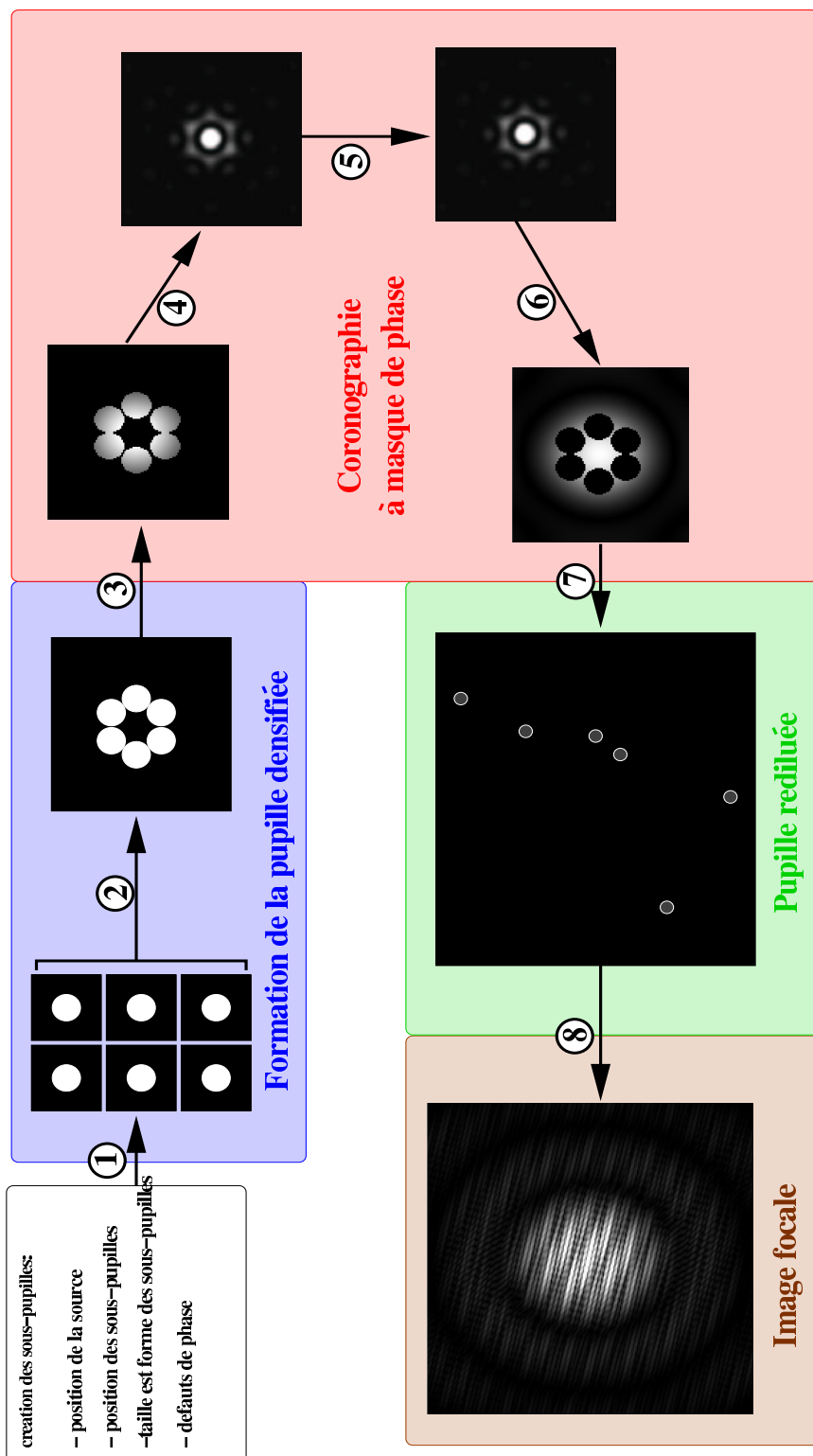


FIG. 4.3 – Description schématique de la fonction “tpfipsf”. Les 8 étapes de la fonction sont décrites dans la section 4.2.

Terme	Expression	valeur	Non-redondant
N_{pl}	$N\tau\frac{F_{pl}\pi d^2}{4}$	24, 17 $ph.s^{-1}.\mu m^{-1}$	$\times 0,8$
N_{st1}	$\tau\frac{\pi d^2}{4}F_{st}\left(\frac{1,6\times D}{\lambda}\right)^2\times\frac{R_{st}^2}{2}$	4721 $ph.s^{-1}.\mu m^{-1}$	$\times\frac{N}{2}$
N_{st2}	$\tau\frac{\pi d^2}{4}F_{st}\left(\frac{\pi\sigma}{\lambda}\right)^2$	755 $ph.s^{-1}.\mu m^{-1}$	$\times\frac{N}{2}$
N_z	$\tau\frac{\pi}{4}\times B_z\times\lambda^2$	1010 $ph.s^{-1}.\mu m^{-1}$	$\times\frac{N}{2}$
N_{ez}	$\tau\frac{\pi}{4}\times B'_{ez}\times\lambda^2$	609 $ph.s^{-1}.\mu m^{-1}$	$\times\frac{N}{2}$
Effet du coronographe sur la planète		temps de pose $\times\frac{N}{N-3}$	
Soustraction du résidu stellaire		temps de pose $\times 2$	
Rendement quantique RQ de l'interféromètre		temps de pose $\times\frac{1}{RQ}$	
Bande passante spectrale BP en microns		temps de pose $\times\frac{1}{BP}$	

TAB. 4.2 – Résumé des résultats obtenus par le modèle théorique.

(1) *tpfipsf*. La fonction $tpfipsf(x, y, \theta)$ permet le calcul de la FEP d'une source ponctuelle dont les coordonnées par rapport à l'axe optique sont x, y et pour une position angulaire de l'interféromètre θ . Cette fonction est détaillée dans la figure 4.3, sur laquelle les étapes suivantes apparaissent :

- **Étape 1 : Création des sous-pupilles.** Les sous pupilles (amplitude et phase) sont créées à partir des informations contenues dans le fichier de configuration de l'interféromètre et de la position de la source.
- **Étape 2 : Création de la pupille densifiée.** Un assemblage géométrique des sous-pupilles permet de créer la pupille densifiée (amplitude et phase).
- **Étape 3 : Multiplication par le masque d'apodisation.** Le masque d'apodisation, qui n'est calculé que quand la fonction est utilisée pour la première fois, est multiplié à la pupille densifiée.
- **Étape 4 : Calcul de l'amplitude complexe dans le plan focal.** Par transformée de Fourier de l'amplitude complexe dans la pupille densifiée, l'amplitude complexe dans le plan focal est calculée.
- **Étape 5 : Application du masque de phase.** Le masque de phase est appliqué en multipliant l'amplitude complexe dans le plan focal par le masque d'amplitude complexe du masque de phase.

	redondant	non-redondant
Détection ($S/N = 5, BP = 5\mu m$)	175s	820s
Détection ($S/N = 10, BP = 5\mu m$)	702s	3281s
Spectroscopie ($S/N = 5, R = 20$)	1750s	8200s
Spectroscopie ($S/N = 20, R = 20$)	7020s	32810s

TAB. 4.3 – Temps de pose nécessaires pour le concept étudié et l’observation d’un système Soleil/Terre à 10pc.

- **Étape 6 : Calcul de l’amplitude complexe dans le plan pupille.** Par transformée de Fourier de l’amplitude complexe dans le plan focal, l’amplitude complexe dans le plan pupille est calculée.
- **Étape 7 : Création de la pupille diluée.** Les sous-ouvertures sont extraites du fichier d’amplitude complexe du plan pupille et par transformation géométrique (translations), la pupille diluée est créée (amplitude et phase).
- **Étape 8 : Calcul de l’intensité dans le plan focal.** Par transformée de Fourier de l’amplitude complexe dans la pupille diluée, l’amplitude complexe dans le plan focal est calculée. Le carré du module de l’amplitude complexe donne l’intensité, à laquelle un bruit de photon poissonnien peut être appliqué.

(2) *tpfiim*. La fonction $tpfiim(image, \theta)$ permet le calcul de l’image I instantanée d’un objet. Le fichier *image* est une liste de points source (position x, y et luminosité l) modélisant l’objet O observé :

$$O(x, y) \approx \sum_i \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) \times l_i. \quad (4.35)$$

L’image instantanée I est calculée à partir d’une somme de FEPs, et est une fonction de la position angulaire θ de l’interféromètre :

$$I(\theta) = \sum_i tpfipsf(x_i, y_i, \theta) \times l_i. \quad (4.36)$$

(3) *tpfirot*. La fonction $tpfimrot(image, N_{rot}, \theta_{step})$ permet la reconstruction de l’image finale de l’objet. Dans un premier temps, N_{rot} images $I_1, I_2 \dots I_{N_{rot}}$ sont créées avec la fonction *tpfiim* :

$$I_i = tpfiim(image, \theta_{step} \times i). \quad (4.37)$$

La transformée de Fourier de chacune de ces images est calculée et filtrée (les points non couverts par la géométrie sont forcés à zéro pour réduire l’amplitude du bruit de photons). Les valeurs obtenues sont combinées dans un seul plan (u,v) qui, par transformée de Fourier inverse, permet d’obtenir l’image finale.

L’utilisateur du simulateur peut modifier les paramètres de l’interféromètre en changeant un fichier texte qui est lu par le simulateur. Une copie du fichier correspondant au concept étudié dans ce travail est donnée dans la figure 4.4. D’autre part,

l'utilisateur crée le fichier *image* qui contient la liste des points (coordonnées x, y , en msa et luminosité en $ph.\mu m^{-1}.s^{-1}.m^2$) qui modélisent la source. Le simulateur permet également la manipulation des images produites, qui peuvent être sauveées au format *FITS*. La lumière zodiacale et l'émission thermique de l'instrument sont modélisés par un fond continu qui est ajouté à chaque image instantanée avant que le bruit poissonnien ne soit inclus. Il est également possible de simuler des défauts de phase et d'amplitude, variables ou fixes, sur les sous-pupilles.

Limites du simulateur. Le temps de calcul de ce simulateur est très long car la FEP dépend de la position sur le ciel et de l'angle de rotation de l'interféromètre. Le nombre de FEP calculées est donc le produit du nombre de points dans le fichier *image* par le nombre de pas de rotation de l'interféromètre. Il est donc important de minimiser ces deux quantités :

- Nombre de points dans le fichier *image* : le modèle inclus un point par planète, et 8 points pour l'étoile. Les 8 points de l'étoiles sont sur un cercle dont le rayon est calculé pour reproduire l'efficacité du coronographe sur un disque. Le nuage exo-zodiacal n'est hélas pas modélisable par un nombre réduit de points.
- Nombre de pas de rotation : le nombre de pas est choisi pour obtenir une couverture (u,v) complète. Ainsi, avec un interféromètre de base $B = 60m$ avec des télescopes de $d = 3m$, un minimum d'environ 100 pas est nécessaire.

En simple précision, le temps de calcul pour un calcul de FEP (fonction *tpfipsf*) est 5s sur l'ordinateur utilisé (actuellement un processeur de type 686 cadencé à 1,2GHz, 1,5Go de RAM) pour la configuration présentée dans la figure 4.4. Ainsi, le calcul d'une image constituée de 16 points (8 pour le Soleil plus 8 planètes) par la fonction *tpfirot* nécessite $100 \times 16 \times 5 = 8000$ secondes, soit 2h13mn de calculs de FEPs, qui occupe l'essentiel du temps de calcul. Un modèle minimum raisonnable de distribution de lumière exo-zodiacale doit comprendre environ 4 points par domaine de diamètre λ/B , et son étendue dans ce modèle doit être d'au moins 2 UA en rayon. Pour un système à 10pc, le nombre minimum de points du modèle est alors environ 600. Le temps d'exécution du simulateur est alors de 83h20mn (environ 3,5 jours). Il est donc pratiquement très difficile d'utiliser les résultats de ces simulations pour optimiser les paramètres du concept, puisque de nombreuses itérations seraient nécessaires.

Il est également important de noter que le simulateur ne tente actuellement pas de corriger l'effet du coronographe sur la reconstruction d'image par synthèse d'ouverture. Sans coronographe, la transformée de Fourier de chaque image instantanée serait le produit de la transformée de Fourier de l'objet par la fonction de transmission, dans l'espace de Fourier, de l'interféromètre. Cette simple relation n'existe pas avec le coronographe, et l'utilisation de la technique classique de reconstruction est très non-optimale. Une comparaison du S/B obtenu avec le modèle théorique et du S/B obtenu par le simulateur permet d'évaluer l'amplitude de cet effet.

Utilité du simulateur. Puisque l'exécution du simulateur est lente et puisque la technique de reconstruction qu'il utilise est non-optimale, il n'est pas envisageable de limiter l'étude des performances du concept à une série de simulations utilisant

ce programme. Le simulateur est utilisé principalement pour démontrer le potentiel d'imagerie grand champ du concept (voir figure 4.5), en notant qu'un traitement plus intelligent des données peut sans doute améliorer ce potentiel. Le simulateur a également été utilisé pour vérifier l'effet de certains défauts (aberrations du front d'onde par exemple) sur l'image finale pour valider les calculs faits dans le modèle théorique.

```
# TPF configuration file

# Number of apertures - anywhere from 1 to 10000
6

# Diameter of each aperture (m)
3

# position of apertures (r(m),theta(rad)) - 1 line per aperture
12.59 0.0
14.94 0.2791
20.45 0.7968
27.74 -2.2557
27.74 0.8859
30.00 -1.3305

# position of the apertures in the densified pupil (r(m),theta(rad)) - 1 line per apertures - for
# a tight pupil, the radius should be 1.05 x subaperture.diameter
3.15 0.0
3.15 1.0472
3.15 2.0944
3.15 3.14159
3.15 4.18879
3.15 5.23599

# phase errors files in radians (one line per aperture : 0 if no phase error, 1 if pherr%d.fits
# (%d is the subaperture number) file otherwise)
0
0
0
0
0
0

# operating wavelength (microns)
10.0

# pixel scale in pupil planes (m per pixel)
0.16

# pixel size of subapertures pupil frames
64

# pixel size of densified pupil frames
128

# pixel size of the focal plane array
1024

# end
```

FIG. 4.4 – Fichier de configuration utilisé pour l'étude du concept.

4.3 Comparaison avec les interféromètres de type Bracewell

Dans cette section, le concept est comparé aux interféromètres de type Bracewell. Une description générale de ce type d'interféromètre est donnée dans un premier temps.

Bracewell [Bracewell, 1978] proposait d'utiliser un interféromètre, composé de deux télescopes identiques, dont la différence de marche entre les deux faisceaux

	$\theta(msa)$	Teff(K)	F_{Jy}	F_{ph}
Soleil	0		3,2	$5 \cdot 10^6$
Mercure	39	480	$5,8 \cdot 10^{-7}$	0,91
Vénus	72	250	$2,2 \cdot 10^{-7}$	0,35
Terre	100	300	$6,4 \cdot 10^{-7}$	1,0
Mars	152	270	$1,0 \cdot 10^{-7}$	0,16
Jupiter	520	140	$3,3 \cdot 10^{-7}$	0,52
Saturne	950	110	$1,4 \cdot 10^{-8}$	0,022
Uranus	1914	68	$7,7 \cdot 10^{-13}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$
Neptune	3000	55	$5,0 \cdot 10^{-15}$	$7,7 \cdot 10^{-9}$

TAB. 4.4 – Valeurs adoptées (correspondant à un système solaire à 10pc) par le simulateur pour créer l'image de la figure 4.5. θ est la distance angulaire à l'étoile, T_{eff} est la température effective à $10\mu m$, F_{Jy} et F_{ph} sont les flux à $10\mu m$ en Jy et $ph.s^{-1}.m^{-2}.\mu m^{-1}$ respectivement.

est ajustée pour produire une destruction interférométrique de la lumière de l'étoile sur un des deux faisceaux de sortie. Cette idée a depuis été implémentée avec un nombre plus important de télescopes, afin d'améliorer l'efficacité de coronographie et également afin de mieux caractériser l'objet observé. Grâce à des interférences multiples entre les faisceaux, ce type d'interféromètre produit une sortie interférométrique sur laquelle la lumière de l'étoile est minimisée. La suppression interférométrique est souvent mesurée par l'indice n , tel que la transmission de l'interféromètre pour un point à une distance θ de l'axe optique est proportionnelle à θ^n pour de petites valeurs de θ . Il est important de maximiser n afin de minimiser l'effet de taille angulaire de l'étoile sur les performances de détection de planètes. Pour ce type d'interféromètre, un indice $n = 2$ est considéré insuffisant, et un indice $n = 4$ ou $n = 6$ est adapté au problème. Il est commode d'utiliser la **carte de transmission** sur le ciel de cet interféromètre pour en caractériser les performances. La valeur de cette carte, notée Tr_{br} , est égale, en chaque point du ciel, à la fraction théorique du flux collectée par les ouvertures qui est envoyée dans la sortie interférométrique optimisée pour la détection de planètes.

Comme pour le concept, je note N le nombre de télescopes de l'interféromètre, et M le nombre de sorties interférométriques produites par l'optique de combinaison. Dans le cas d'un interféromètre de type Bracewell, l'optique de combinaison est un ensemble de coupleurs (par exemple une séparatrice ou un coupleur à fibre) à deux entrées (dont une peut ne pas être utilisée) et deux sorties interférométriques, et par conséquent, $M > N$. Le calcul du S/B pour un interféromètre de type Bracewell repose sur la propriété suivante

$$\frac{\int_{Champ} Tr_{br}}{\int_{Champ} 1} < \frac{1}{N} \quad (4.38)$$

où *Champ* est le champ sur le ciel qui est couplé par les télescopes individuels dans les N faisceaux. Pour démontrer cette loi, on peut considérer le cas où l'interféromètre

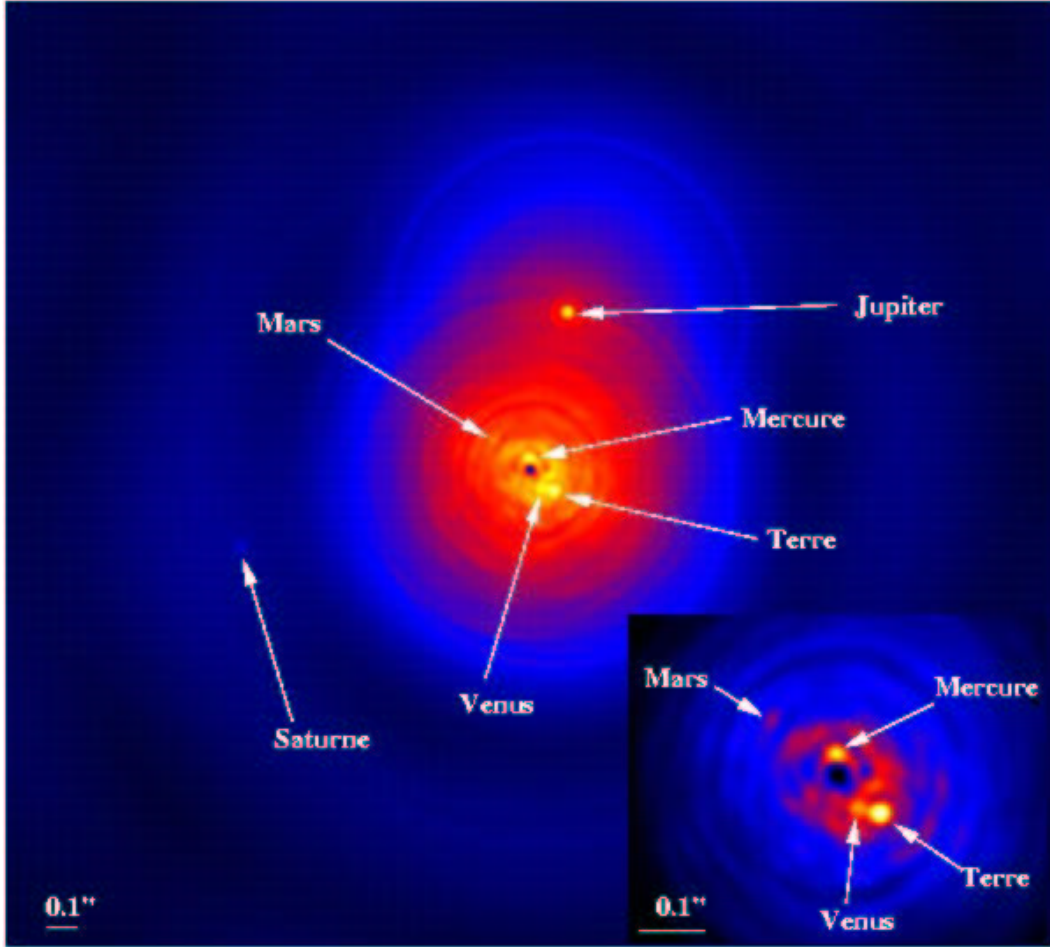


FIG. 4.5 – Image créée par le simulateur. Cette image a été obtenue sans bruit de photons, pour un système sans nuage exo-zodiacal.

observe un fond lumineux uniforme (de luminosité de surface B), infiniment étendu sur le ciel (et donc parfaitement incohérent). Tous les faisceaux sont égaux en intensité et parfaitement incohérents, et chaque passage de deux (ou un) faisceaux dans un coupleur produit deux faisceaux de même intensités et parfaitement incohérents. Ainsi, l'intensité lumineuse du faisceau de sortie $I_{\text{sincoherent}}$ est égale ou inférieure à l'intensité lumineuse $I_{0\text{incoherent}}$ que chaque faisceau avait avant d'entrer dans l'optique de combinaison :

$$I_{\text{sincoherent}} < I_{0\text{incoherent}} \quad (4.39)$$

Or, on note que

$$I_{\text{sincoherent}} = \int_{\text{Champ}} B \frac{N d^2 \pi}{4} T r_{br} \quad (4.40)$$

et

$$I_{0\text{incoherent}} = \int_{\text{Champ}} B \frac{d^2 \pi}{4}. \quad (4.41)$$

En exprimant les termes de l'inégalité 4.39 par les expressions 4.40 et 4.41, la loi 4.38 est obtenue.

On considère dans un premier temps le cas idéal où Tr_{br} ne prend que les valeurs 0 et 1 (sauf au centre du champ, où Tr_{br} est en θ^n). Cette hypothèse est très optimiste mais simplifie les calculs. Dans un cas plus réaliste, le signal de la planète est modulé par une fonction continue variant de 0 à 1 et, même lorsque la carte de transmission sur le ciel est bien contrastée, le terme S/B est divisé par un facteur environ égal à 2. Ce facteur, noté ϵ , apparaît donc dans les équations suivantes comme une correction apportée au cas idéal où Tr_{br} ne prend que les valeurs 0 et 1. Cette correction est similaire à la correction qui a été faite pour la non-redondance du concept, où le modèle erroné d'une FEP idéalement contrastée est corrigé par un facteur sur le temps de pose. Le calcul du S/B est tout d'abord effectué en considérant que l'interféromètre "voit" la planète. La méthode de "coronographie" utilisée dans l'interféromètre de Bracewell, dont l'effet est que la planète n'est "vue" qu'une fraction $1/N$ du temps, est prise en compte dans la table 4.5, en multipliant le temps de pose par N .

Lorsque l'interféromètre de Bracewell tourne, tout le flux de la planète collecté par les télescopes est présent dans la sortie interférométrique une fraction $1/N$ du temps total d'observation. Le flux détecté est alors :

$$N_{pl}^{br} = N \frac{F_{pl} \pi d^2}{4}. \quad (4.42)$$

Pendant le reste de l'observation, aucun photon de la planète n'est transmis, et une fraction $(N - 1)/1$ du temps d'observation est donc consacrée à la mesure du signal de fond (qui sert de référence à soustraire).

La quantité de lumière zodiacale est obtenue par multiplication de la quantité totale de lumière zodiacale collectée par les télescopes par la valeur moyenne de Tr_{br} :

$$N_z^{br} = \epsilon \frac{\pi}{4} \times B_z \times \lambda^2. \quad (4.43)$$

De même, la quantité de lumière exo-zodiacale est

$$N_{ez}^{br} = \epsilon \frac{\pi}{4} \times B'_{ez} \times \lambda^2 \quad (4.44)$$

où l'expression de B'_{ez} est donnée par l'équation 4.26, et la fuite coronographique due aux erreurs de fronts d'ondes est

$$N_{st2}^{br} = \epsilon \frac{\pi d^2}{4} F_{st} \left(\frac{\pi \sigma}{\lambda} \right)^2 \quad (4.45)$$

Résidu de coronographie N_{st1} . Pour une extinction en θ^n , l'équation 4.9 devient,

$$F_{res}^{br} = \left(1,6 \times \frac{B}{\lambda} \right)^n \times \frac{2R_{st}^n}{n+2}. \quad (4.46)$$

Le gain en facteur d'extinction par rapport à une extinction en θ^2 est donc

$$G = \frac{N_{st1}}{N_{st1}^{br}} = \frac{F_{res}}{F_{res}^{br}} = \left(\frac{\lambda}{1,6 \times B} \right)^{n-2} \frac{n+2}{4R_{st}^{n-2}} \quad (4.47)$$

soit, pour l'exemple considéré ici, $G = 2124$ pour $n = 4$ (valeur utilisée dans la table 4.5).

Terme	Expression	valeur	Facteur
N_{pl}^{br}	$N \frac{F_{pl} \pi d^2}{4}$	$42,4 \text{ ph.s}^{-1} . \mu m^{-1}$	$\frac{1}{\tau}$
N_{st1}^{br}	$\epsilon \frac{\pi d^2}{4} F_{st} \left(\frac{1,6 \times B}{\lambda} \right)^4 \frac{R_{st}^4}{3}$	$4,4 \text{ ph.s}^{-1} . \mu m^{-1}$	$\left(\frac{1,6 \times B}{\lambda} \right)^2 \frac{2 R_{st}^2}{3 \tau}$
N_{st2}^{br}	$\epsilon \frac{\pi d^2}{4} F_{st} \left(\frac{\pi \sigma}{\lambda} \right)^2$	$2650 \text{ ph.s}^{-1} . \mu m^{-1}$	$\frac{1}{\tau}$
N_z^{br}	$\epsilon \frac{\pi}{4} \times B_z \times \lambda^2$	$3544 \text{ ph.s}^{-1} . \mu m^{-1}$	$\frac{1}{\tau}$
N_{ez}^{br}	$\epsilon \frac{\pi}{4} \times B'_{ez} \times \lambda^2$	$2136 \text{ ph.s}^{-1} . \mu m^{-1}$	$\frac{1}{\tau}$

Terme	effet sur le temps de pose (ce concept)	effet sur le temps de pose (Bracewell)
Coronographe	$\times \frac{N}{N-3}$	$\times N$
Soustraction	$\times 2$	$\times \frac{N}{N-1}$
RQ	$\times \frac{1}{RQ}$	$\times \frac{1}{RQ}$
BP	$\times \frac{1}{BP}$	$\times \frac{1}{BP}$

TAB. 4.5 – Résumé de la comparaison terme à terme entre le concept et un interféromètre de type Bracewell.

4.3.1 Comparaison des S/B

La table 4.5 donne les expressions analytiques des quantités utilisées pour le calcul du S/B. Il apparaît que l'efficacité de l'interféromètre de Bracewell est réduite (multiplication du temps de pose par N) par le fait que la transmission moyenne sur le ciel est $1/N$. Par contre, l'extinction de la source centrale est meilleure, et il n'y a pas de pertes de transmission τ dues au masque d'apodisation.

Pour obtenir un S/B donné, le temps de pose $T_{concept}$ nécessaire pour le concept et le temps de pose $T_{Bracewell}$ nécessaire pour l'interféromètre de Bracewell sont liés par

$$\frac{T_{Bracewell}}{T_{concept}} = \frac{N(N-3)}{2(N-1)} \tau^2 \left(\frac{N_{pl}^{br} + N_{st1}^{br} + N_{st2}^{br} + N_z^{br} + N_{ez}^{br}}{N_{pl} + N_{st1} + N_{st2} + N_z + N_{ez}} \right) \quad (4.48)$$

Dans l'exemple étudié ici, on obtient un rapport égal à 0,69 car le gain en efficacité de coronographie de l'interféromètre de Bracewell est supérieur à la perte en efficacité

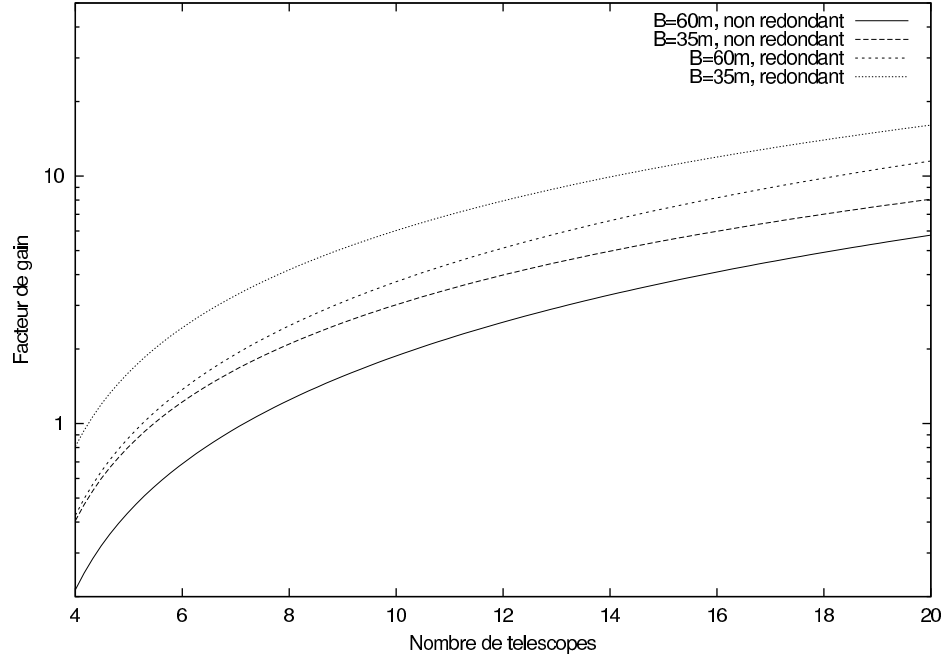


FIG. 4.6 – Évolution du gain en temps de pose apporté par l'utilisation du concept d'imageur grand champ (par rapport à un interféromètre de type Bracewell) en fonction du nombre de télescopes pour deux valeurs de la base. Le gain en temps de pose est particulièrement important avec l'utilisation d'un grand nombre de télescopes et une géométrie redondante. Le calcul est effectué pour l'observation d'un système Terre-Soleil à 10 *pc*.

de transmission moyenne. Si la base B est réduite, le rapport $\frac{T_{\text{Bracewell}}}{T_{\text{concept}}}$ augmente car l'efficacité du coronographe à masque de phase augmente. Dans la version du concept optimisée pour la mission TPF, $B = 35m$ et $\frac{T_{\text{Bracewell}}}{T_{\text{concept}}} \approx 1$. Pour un nombre de télescopes plus important, le concept d'imageur grand champ devient nettement plus sensible que l'interféromètre de type Bracewell (voir figure 4.6). Si la géométrie adoptée est redondante, le gain est supérieur à 1, même pour un nombre de télescopes très petit (5 télescopes).

4.3.2 Champ, imagerie et couverture (u,v).

Le champ couplé des interféromètres de type Bracewell peut en théorie être arbitrairement grand. En pratique, il est souvent limité à λ/d par un filtrage spatial, qui permet de "nettoyer" le front d'onde et donc d'obtenir une meilleure suppression de l'étoile. Le champ propre est nettement plus faible car :

- (1) Le détecteur ne comporte qu'un seul pixel. Le signal est très difficile à analyser pour des sources complexes et le bruit de photons affecte très rapidement toute tentative de reconstruction d'une image grand champ.

- (2) La couverture (u,v) est souvent faible car la géométrie est dictée par la suppression du flux stellaire.

L'effet (1) impose le plus souvent la limite en champ des interféromètres de type Bracewell, et le filtrage spatial ne réduit donc pas le champ. Dans ce cas, le filtrage spatial (meilleure tolérance des erreurs de front d'onde) est très avantageux. Cette technique ne peut pas être appliquée dans le concept car le champ de vue est supérieur à λ/d . De plus, une réjection des résidus de coronagraphie due aux erreurs de front d'onde sur les sous-ouvertures, d'efficacité similaire au filtrage spatial, est effectuée sur le détecteur, dans le plan focal. En effet, les photons dûs à une erreur de front d'onde sur une des ouvertures sont à l'extérieur de la tache de diffraction de l'ouverture, et donc à une distance supérieure à λ/d du centre de l'image dans le plan focal. Ces photons ne contribuent donc que peu au bruit, puisque le signal de la planète est recherché à l'intérieur de l'enveloppe de la FEP, de taille λ/d . Le filtrage spatial des fronts d'ondes n'apporterait donc pas un gain significatif du S/B mais réduirait le champ de vue.

4.4 Discussion

L'étude de ce concept a démontré qu'il est possible de combiner efficacement coronagraphie et imagerie grand champ par synthèse d'ouverture. Cette combinaison n'est cependant pas naturelle et a nécessité d'importantes modifications par rapport à un imageur Fizeau classique : en particulier, les techniques de densification et redilution de pupille sont indispensables.

Le concept obtenu permet d'obtenir une couverture (u,v) pleine, et d'exploiter efficacement cette couverture (u,v) pour reconstruire des images grand champ, avec la source centrale coronographiée. Le calcul des performances montre que le concept est très adapté à la détection des exo-planètes.

Une conclusion importante de cette étude est que le S/B d'un imageur grand champ est très avantageux par rapport aux interféromètres qui ont été proposés par le passé pour TPF et Darwin. L'efficacité accrue de détection des photons de la planète donne un sérieux avantage à ce concept. Dans les interféromètres plus traditionnels de type Bracewell, une très bonne atténuation de la lumière de l'étoile centrale est nécessaire, et il est donc très utile de "nettoyer" les fronts d'ondes des télescopes par filtrage spatial ¹. Dans le concept que j'ai étudié, ce filtrage spatial est effectué directement sur le détecteur dans le plan focal, et ne compromet pas le champ de vue ou la couverture (u,v) .

Les avantages de ce concept pour la détection d'exo-planètes ne se limitent pas à ces considérations de S/B. L'important contenu en information d'une image permet une meilleure caractérisation de l'interféromètre et une meilleure suppression du flux stellaire résiduel. Le concept est ainsi peu sensible aux petites variations temporelles de l'efficacité du coronographe ou de l'intensité du fond thermique. Toute l'information contenue dans les images instantanées n'a cependant pas été utilisée dans cette

¹Cette technique est décrite dans la seconde partie de la thèse.

étude, et il est potentiellement possible d'obtenir une amélioration significative des performances par une analyse de données "intelligente".

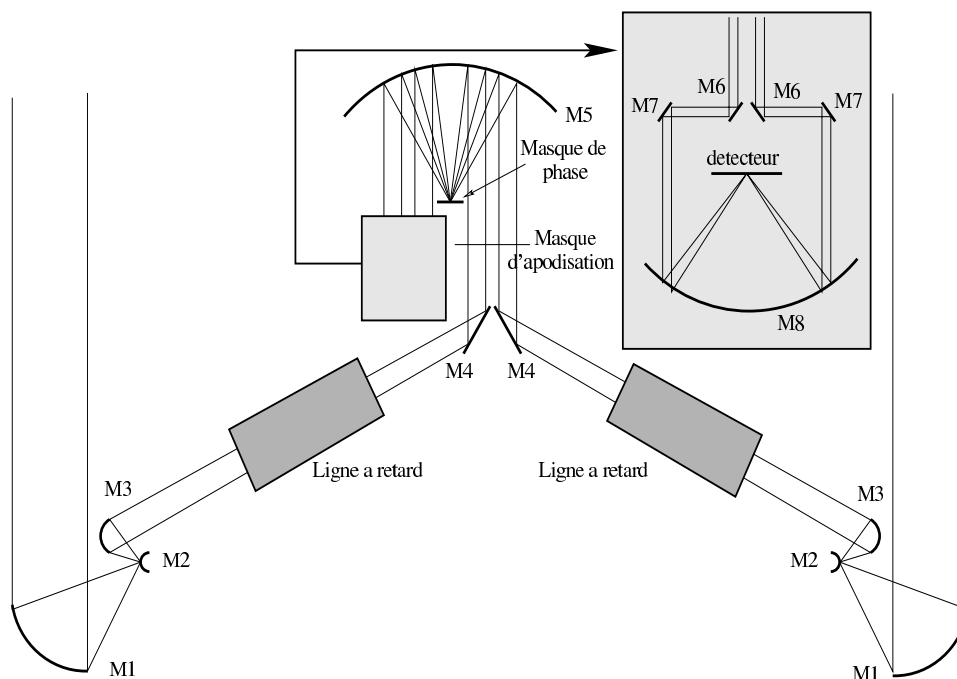


FIG. 4.7 – Schema optique simplifié du concept.

Le concept élaboré est également très souple. En particulier, l'obtention d'une destruction interférométrique de la lumière de l'étoile centrale n'est pas due à une géométrie particulière de l'interféromètre. Il n'y a donc pas de contrainte sur la géométrie : la position et la forme des pupilles peuvent être modifiée sans affecter les performances ². De plus, comme l'illustre la figure 4.7, la complexité de la technique de recombinaison des faisceaux n'augmente pas significativement avec le nombre de télescopes, alors que pour un interféromètre de type Bracewell, le nombre de séparatrices augmente rapidement avec le nombre de télescopes. Cette relative simplicité constitue, avec la très bonne performance du concept pour un nombre important de télescopes, un argument fort pour l'utilisation de cette architecture pour les interféromètres à plus de 5 télescopes.

²Par exemple, on peut imaginer un interféromètre dont la pupille densifiée est similaire à la dernière pupille dans la figure 3.7

Chapitre 5

Concept TPF présenté à la NASA

5.0.1 Étude au sein de l'équipe Boeing-SVS

Je n'ai présenté dans cette partie de ma thèse qu'une étude théorique du concept et de ses performances. Parallèlement, l'équipe Boeing-SVS a étudié la faisabilité technique et le coût de ce concept. C'est cette interaction entre les contraintes scientifiques (performance du concept) et techniques (coût, faisabilité, risque technologique) qui a permis de guider le choix final de l'architecture. Les aspects du concept étudiés au sein de l'équipe Boeing-SVS sont :

- **Lancement.** Choix du lanceur adapté, et minimisation du nombre de lancements nécessaires.
- **Déploiement et assemblage.** La structure et les télescopes sont trop volumineux pour être directement inclus dans le lanceur. Il est donc important de choisir quels éléments doivent être assemblés après le lancement. Il est possible de déployer l'interféromètre grâce à des "robots" (moteurs, bras, etc...) ou de prévoir un assemblage en orbite basse par l'homme¹.
- **Développements technologiques nécessaires.** Nous avons identifiés les difficultés technologiques liées au concept et suggéré à la NASA quels sont les développements nécessaires afin de supprimer ces difficultés.

5.1 Définition des objectifs de la mission

Nous avons proposé à la NASA le concept d'imageur interférométrique grand champ pour TPF et une étude plus approfondie des performances du concept est nécessaire pour un bon choix des paramètres fondamentaux de l'interféromètre. Le modèle analytique présenté en section 4.1 est utilisé pour modéliser la performance de l'instrument. Les objectifs de la mission que j'utilise sont les suivants :

- **Détection (150 étoiles F,G et K) :** Trois observations indépendantes (validation de la détection par mouvement propre du système), avec $S/B=5$ chacune.

¹L'utilisation de la station spatiale internationale a été envisagée pour cette option. Il est alors nécessaire de prévoir une propulsion depuis orbite basse vers l'orbite finale.

- **Caractérisation de l’atmosphère (30 étoiles) :** Une observation spectroscopique à $S/B=5$, $R=20$ de 30 planètes détectées dans la première phase de la mission.
- **Détection de vie (5 étoiles) :** Une observation spectroscopique à $S/B=20$, $R=20$ des 5 planètes, parmi les 30 observées dans la seconde phase de la mission, pour lesquelles la présence de vie semble la plus probable.

La mission doit pouvoir être complétée en 2,5 ans.

5.2 Choix des paramètres du concept

Pour mesurer les performances d’une architecture du concept, il est nécessaire de connaître les propriétés des objets candidats à l’observation. Les sources observées sont choisies parmi les étoiles du catalogue Hipparcos (120 000 étoiles). La bonne complétude de ce catalogue pour les étoiles F,G et K dans un rayon de quelques dizaines de parsecs justifie ce choix. Pour une implémentation donnée (définie par B , d et N), le temps de pose T nécessaire à la détection ($S/B=5$) d’une planète terrestre située à une distance de l’étoile telle que sa température de surface est égale à celle de la Terre, est calculé pour chaque étoile. Seules les étoiles de types F,G et K sont retenues. Les 150 étoiles pour lesquelles T est le plus court sont retenues et la somme des temps d’observation sert de mesure pour la performance du concept. Certains des paramètres nécessaires au calcul de T ne sont pas disponibles dans le catalogue Hipparcos, et ont été dérivés à partir d’autres paramètres. Ainsi, les hypothèses suivantes sont faites :

- Pour chaque étoile, le nuage exo-zodiacal est considéré identique au nôtre (en luminosité de surface).
- Le rayonnement de l’étoile est un rayonnement de corps noir parfait. Ainsi, le type spectral définit la température de surface qui est utilisée pour calculer le rayon apparent de l’étoile (à partir de sa luminosité apparente en visible, m_v) et sa luminosité apparente à $10\mu m$.
- Durant l’observation, la distance étoile-planète projetée est $\pi/4 \times$ le demi grand-axe de l’orbite de la planète. Ce facteur multiplicatif correspond au facteur moyen de projection sur le ciel pour une distribution d’inclinaisons d’orbites circulaires aléatoire, et une position aléatoire sur l’orbite.

La dernière hypothèse est discutable, car dans le cas d’une distribution aléatoire des inclinaisons et positions sur l’orbite, le choix des 150 planètes les plus faciles à imager s’adapte à la distribution pour favoriser les planètes pour lesquelles le facteur de projection est proche de 1. Cette hypothèse peut donc mener à des résultats légèrement pessimistes, et dans les figures 5.1 et 5.6, deux cas sont ainsi considérés : facteur de projection égal à 1 et à $\pi/4$. Ces deux hypothèses permettent d’encadrer le cas réaliste.

Le catalogue utilisé, dérivé du catalogue Hipparcos (les étoiles doubles ou multiples de séparation inférieure à 5 secondes d’arc ont été retirées de la liste), contient 106437 étoiles, dont 69213 sont de type spectral F,G ou K. Le contraste étoile/planète en fonction de la température effective de l’étoile est représenté pour chaque étoile dans

la figure 5.2, en haut. Il apparait que la plupart des systèmes ont un contraste plus grand que le contraste Soleil/Terre ($5 \cdot 10^6$). Deux “branches” sont visibles sur cette figure : les étoiles naines de la séquence principale et les géantes et supergéantes. Pour les étoiles de la séquence principale, le contraste à $10\mu m$ augmente avec la température de l’étoile, et est dix fois plus favorable pour les étoiles froides (type K) que pour les étoiles chaudes (type F). Le contraste est très défavorable pour les géantes (10^8 à 10^9). Ces résultats ne sont pas surprenants, car la luminosité de la planète à $10\mu m$ (émission thermique) est constante, puisque la définition d’une planète terrestre ne varie pas entre les étoiles. Le contraste est donc proportionnel à la luminosité de l’étoile à $10\mu m$, et les étoiles froides de la séquence principale sont les moins lumineuses. La représentation des systèmes candidats à l’observation dans un plan distance angulaire / contraste (figure 5.3 en haut) montre que les systèmes à faible contraste sont également ceux à faible séparation angulaire. Ce résultat s’explique par le fait que les systèmes à faible contraste ont une étoile dont la température de surface est faible (voir figure 5.2 en haut), pour lesquels la zone habitable est physiquement proche de l’étoile.

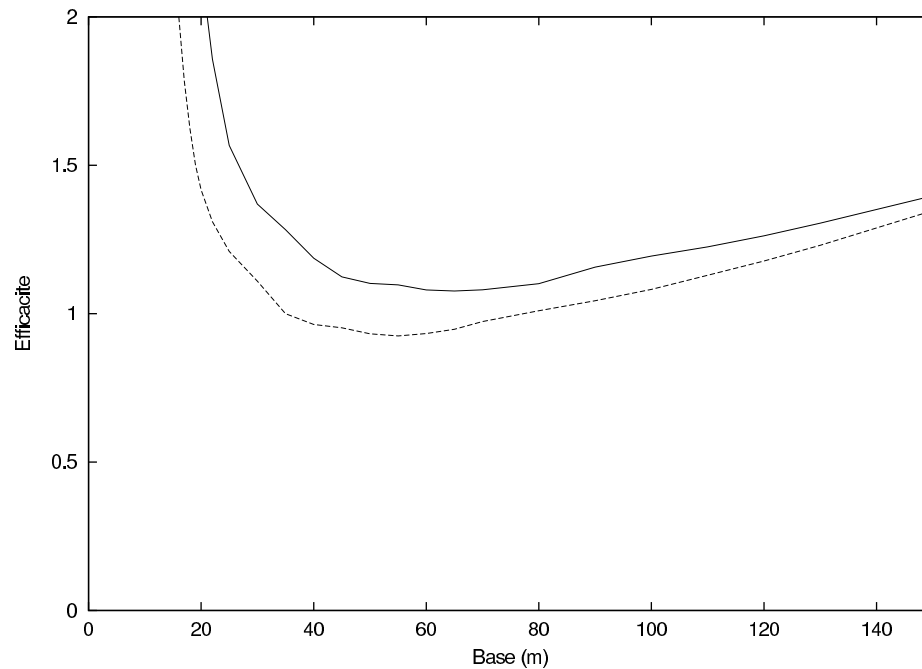


FIG. 5.1 – . Temps de pose (normalisé à 1 pour $B = 35m$) total nécessaire à la mission TPF en fonction de la base B . Le facteur de projection géométrique est 1 pour la courbe continue et 0,78 pour la courbe discontinue.

Pour un nombre N de télescopes constant, la base B et le diamètre d des télescopes peuvent être optimisés indépendamment. En effet, la sélection des 150 étoiles les plus “faciles” pour la détection d’une planète terrestre est fonction de la base B mais n’est pas significativement influencée par d . Le choix de d permet d’ajuster le temps de pose total nécessaire pour l’observation des 150 étoiles. Cette séparation des variables

B et d n'est qu'une approximation car d'après l'équation 4.33, le S/B ne peut pas s'écrire comme le produit d'un terme en d par un terme en B .

Pour des raisons pratiques, nous avons proposé à la NASA un interféromètre à 6 télescopes, nombre à partir duquel le concept est compétitif vis-à-vis d'un interféromètre de Bracewell (voir figure 4.6). La géométrie adoptée est linéaire, afin de minimiser la masse de la structure et le nombre de lancements nécessaires. Pour $d = 3m$, la figure 5.1 montre comment le temps de pose total nécessaire à la mission varie en fonction de la base B . Pour une base trop petite, la résolution est insuffisante pour séparer le système, alors que pour une base trop grande, les fuites coronographiques sont importantes car l'étoile centrale est partiellement résolue. Il existe donc une valeur optimale de B , qui est environ $55m$. La performance du concept varie peu entre $B = 35m$ et $B = 80m$ (environ 10% de variation du temps total de la mission), et la valeur $B = 35m$ est donc retenue car elle offre un bon compromis entre la faisabilité et les performances de l'instrument. Pour cette valeur de B , nous avons déterminé que $d = 2,3m$ permet d'effectuer la mission en un an pour $RQ = 1$ et un temps de pointage de 5 heures. Un diamètre final de $3m$ est retenu car il permet de s'assurer que le concept remplit les objectifs de la mission TPF dans des cas plus réalistes. Dans la suite de cette section, j'adopte donc $B = 35m$, $N = 6$ et $d = 3m$.

5.2.1 Meilleures sources potentielles

Dans cette section, une brève description des caractéristiques des 150 étoiles les plus "faciles" pour la détection de planètes de type terrestre est donnée. Cette analyse permet de mieux comprendre les performances et les spécificités de ce concept. Les figures 5.2, 5.3 et 5.4 permettent de comparer la liste des sources potentielles au 150 meilleures sources. Dans la figure 5.2, les deux échantillons sont représentés dans un plan température effective de l'étoile / contraste entre l'étoile et la planète. Les systèmes sélectionnés ont un contraste très similaire au contraste Soleil/Terre (environ $5 \cdot 10^6$). Les étoiles de la séquence principale offrent un tel contraste et aucune étoile géante n'est donc sélectionnée. Le contraste pour les étoiles sélectionnées varie de $1,1 \cdot 10^5$ à $1,1 \cdot 10^7$.

La figure 5.3 permet une comparaison similaire dans le plan (Séparation angulaire du système, Contraste du système). On peut aisément deviner le contour supérieur dessiné par la distribution des 150 systèmes les plus "faciles" dans ce plan : ce contour est une courbe d'iso-performance dans ce plan. Les faibles contrastes et grandes séparations angulaires sont bien sûr privilégiés. Environ 50% des systèmes sélectionnés ont une séparation inférieure à 50 mas , et la planète est donc partiellement coronographiée. Cela démontre que la base choisie ne peut pas être réduite sans diminuer la performance du concept pour la mission.

La figure 5.4 montre la distance des systèmes sélectionnés et le rapport entre les fuites coronographiques dues au diamètre apparent de l'étoile et celles dues aux aberrations du front d'onde (précision sur le front d'onde de $10nm$). La base limite la distance des systèmes sélectionnés à 18pc, bien que la comparaison entre les deux distributions montre que la distance n'est pas un facteur décisif dans le choix d'un

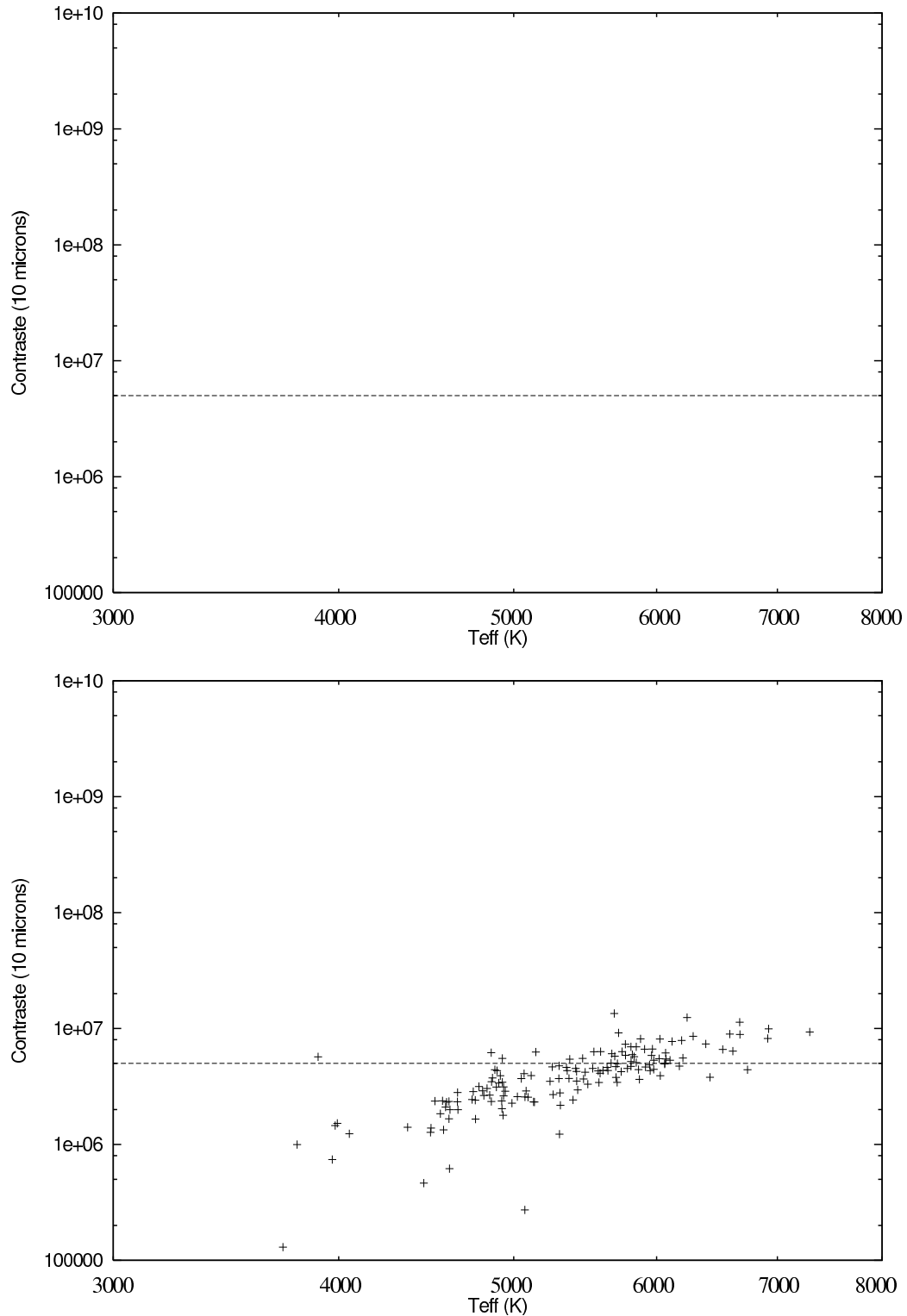


FIG. 5.2 – Étoiles F,G et K du catalogue Hipparcos (haut) et les 150 étoiles dont les planètes terrestres sont les plus facile à détecter (bas) projetées dans le plan (Température effective de l'étoile, Contraste du système).

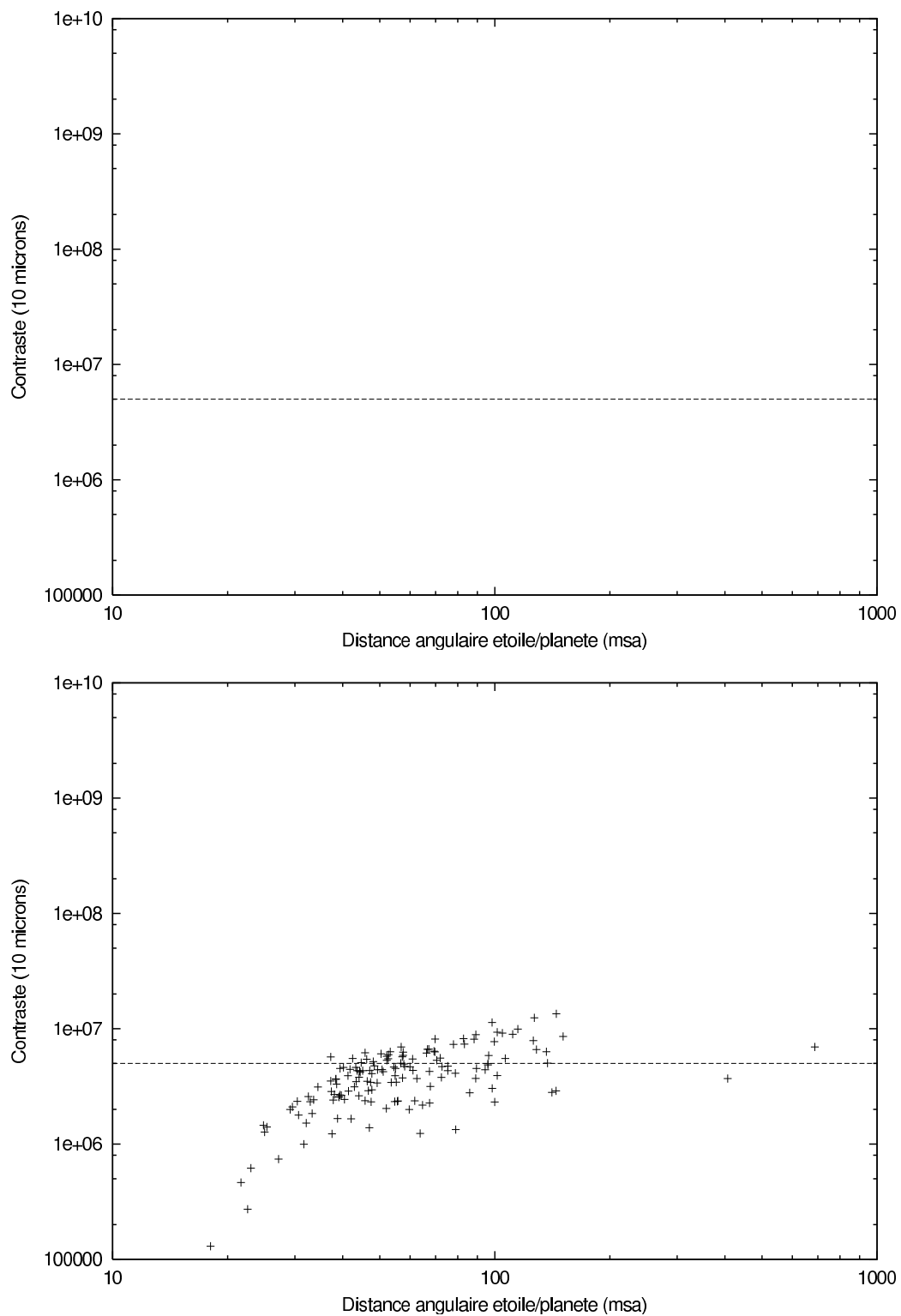


FIG. 5.3 – Équivalent de la figure 5.2 dans le plan (Séparation angulaire du système, Contraste du système).

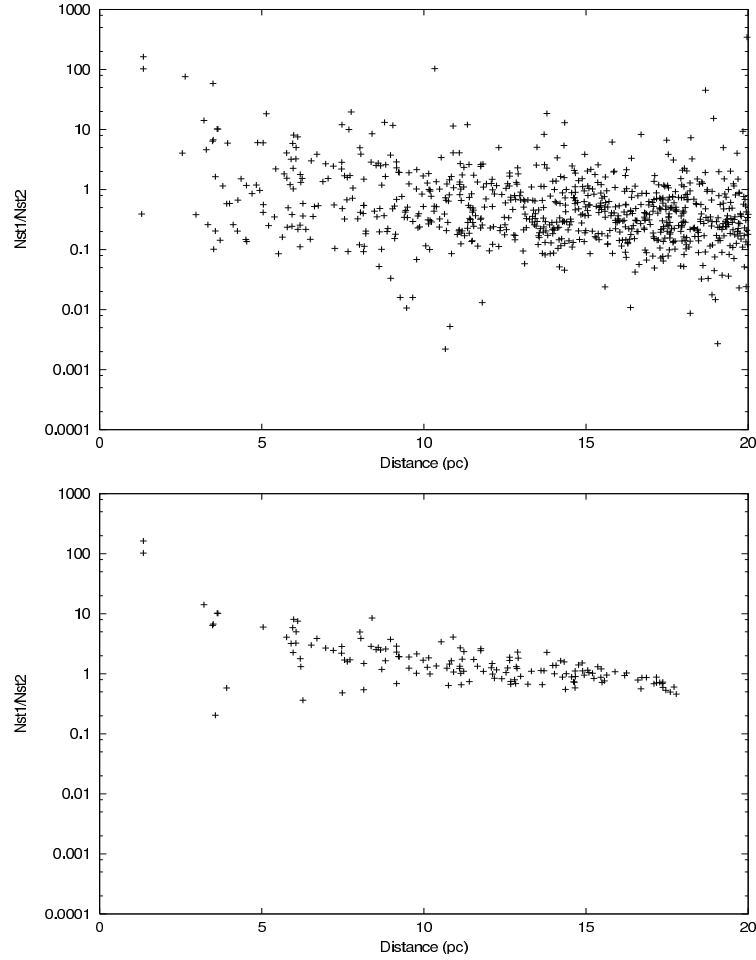


FIG. 5.4 – Équivalent de la figure 5.2 dans le plan (Distance du système, Rapport $Nst1/Nst2$).

système. Pour la plupart des systèmes, le rapport $Nst1/Nst2$ est proche de 1, et une amélioration de la qualité du front d'onde permettrait donc d'augmenter les performances du concept.

5.2.2 Considérations pratiques

Une vue d'artiste du concept proposé à la NASA (figure 5.5) montre la structure linéaire proposée, sur laquelle les télescopes sont disposés suivant une géométrie non redondante. Un écran bloque le rayonnement solaire et permet un refroidissement passif de l'ensemble de la structure à environ 40K. Quelques modifications majeures ont été proposées :

- **Écran solaire circulaire.** Comme pour le NGST², on peut utiliser un écran circulaire d'environ 40m de diamètre, qui serait découplé mécaniquement de

²Next Generation Space Telescope (NASA).

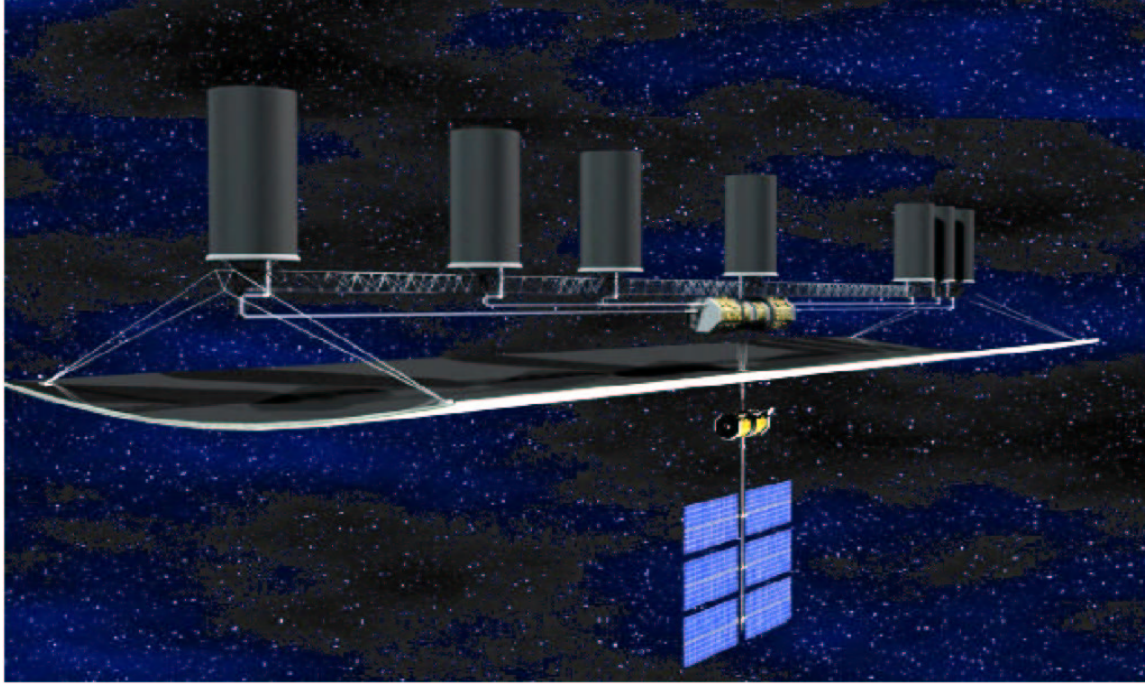


FIG. 5.5 – Vue d’artiste (faite par Boeing/SVS) du concept NRLA présenté à la NASA. Le concept final proposé à la NASA comporte 6 télescopes (il y a 7 télescopes dans cette représentation).

la structure. L’avantage d’un tel écran est qu’il utilise le développement déjà effectué pour le NGST et qu’une couverture totale du ciel est alors possible.

- **Structure courbée, optique de recombinaison au “foyer” de la structure.** La conception et le déploiement d’une structure linéaire courbée ne semble pas être significativement plus complexe que pour une structure linéaire rectiligne. Il serait alors possible d’éliminer les lignes à retard en plaçant l’optique de combinaison à l’extrémité d’un bras, au “foyer” de la structure.

5.2.3 Impact du champ sur les performances

La figure 5.6 illustre l’effet d’une réduction du champ de vue sur le temps total de la mission. Un champ supérieur à 100 msa (rayon) n’affecte pas significativement le temps total de la mission (moins de 20%). Néanmoins, si le champ est réduit à 60 msa (rayon), le temps de pose total est plus que doublé.

À $10\mu\text{m}$, le champ couplé est toujours supérieur à 100 msa si $d < 20\text{m}$. Cependant, sur un interféromètre de type Bracewell, un champ propre θ_p de 200 msa (diamètre) nécessite un minimum de $(\theta_p \times B/\lambda)^2 = 11$ télescopes, et avec $N = 4$, le champ propre est seulement $\theta_p = 120\text{ msa}$ (diamètre). Le champ propre d’un interféromètre de ce type à 6 télescopes est donc tout juste suffisant pour permettre une détection efficace de planètes de type terrestre. Il est important de noter que la détection de planètes au-delà du champ propre est très délicate car la luminosité et la structure du

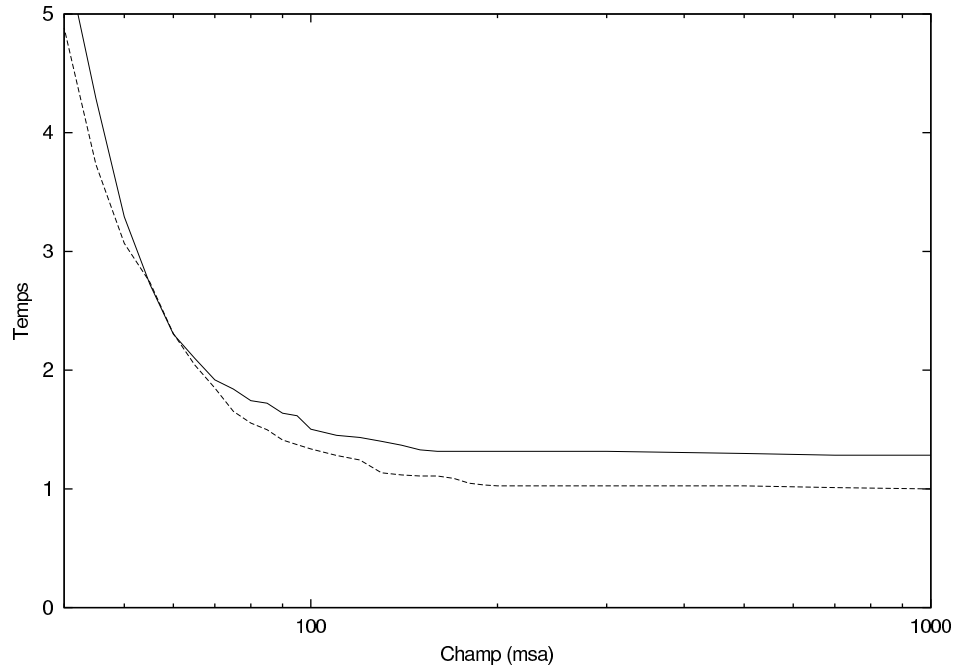


FIG. 5.6 – Temps de pose (normalisé à 1 pour $B = 35m$) total nécessaire à la mission TPF en fonction du champ de vue, pour le concept étudié. Le facteur de projection géométrique est 1 pour la courbe continue et 0,78 pour la courbe discontinue.

nuage exo-zodiacal dans le champ propre domine le signal interférométrique. Même si l'hypothèse faite ci-dessus (non détection d'une planète au-delà du champ propre) est très grossière, la détection de planètes au-delà du champ propre est bien moins efficace qu'à l'intérieur du champ propre.

Deuxième partie

Imagerie grand champ avec un
interféromètre à recombinaison
cohérente et applications à l'étude
de NAGs avec OHANA

Chapitre 6

Introduction

6.1 Principe d'un interféromètre à fibres

L'utilisation de fibres optiques mono-modes dans un interféromètre offre principalement deux avantages :

- **Transport des faisceaux.** La fibre peut avoir un rayon de courbure de 10cm sans affecter les performances de l'interféromètre. La transmission dans la fibre est d'environ 1dB/km ou mieux ($0,1-0,2\text{dB/km}$ pour les fibres silice en bandes J et H, et $1-2\text{dB/km}$ pour les fibres en verre fluoré en bande K), permettant ainsi le transport de faisceaux sur de longues distances. Le faisceau est de très petite taille (diamètre de la fibre) alors que dans un transport classique, la diffraction de Fresnel impose une limite inférieure¹ $d_{lim} = \sqrt{\lambda B}$ sur la taille d d'un faisceau transporté sur une distance B à une longueur d'onde λ (par exemple, $d_{lim} = 4\text{cm}$ pour $B = 800\text{m}$, $\lambda = 2\mu\text{m}$). Pour une étude des effets de diffraction dans la propagation des faisceaux interférométrique, voir [Horton et al., 2001].
- **Filtrage spatial.** Le faisceau transporté par une fibre mono-mode est parfaitement cohérent (un seul mode est transmis). Il est ainsi possible de mesurer avec précision la visibilité des franges même si les fronts d'ondes des télescopes sont très perturbés. L'efficacité de couplage dépend de la qualité du front d'onde. Le filtrage spatial est décrit en détail dans la section 6.2.

Le principe général d'un interféromètre à fibres, illustré dans la figure 6.1, et la méthode utilisée pour dériver la visibilité de l'objet observé, sont décrits par Coudé du Foresto et al. [1997]. Le faisceau de chaque télescope est couplé dans une fibre mono-mode. Les coupleurs Y_1 et Y_2 permettent d'extraire une fraction du flux de chaque fibre pour mesurer en temps réel le flux couplé, et donc le flux qui entre dans chacune des deux entrées du coupleur interférométrique X . Les deux sorties interférométriques I_1 et I_2 , en quadrature de phase, sont mesurées. Si les flux Fl_1 et Fl_2 dans les deux entrées du coupleur sont égaux, alors la visibilité de l'objet V_{objet} observé est égale à

¹En pratique, il faut choisir un diamètre de faisceau bien supérieur à cette limite, afin d'éviter une perte significative de flux. Par exemple, les faisceaux du VLTI ont un diamètre de 8cm pour une distance de propagation de 200m .

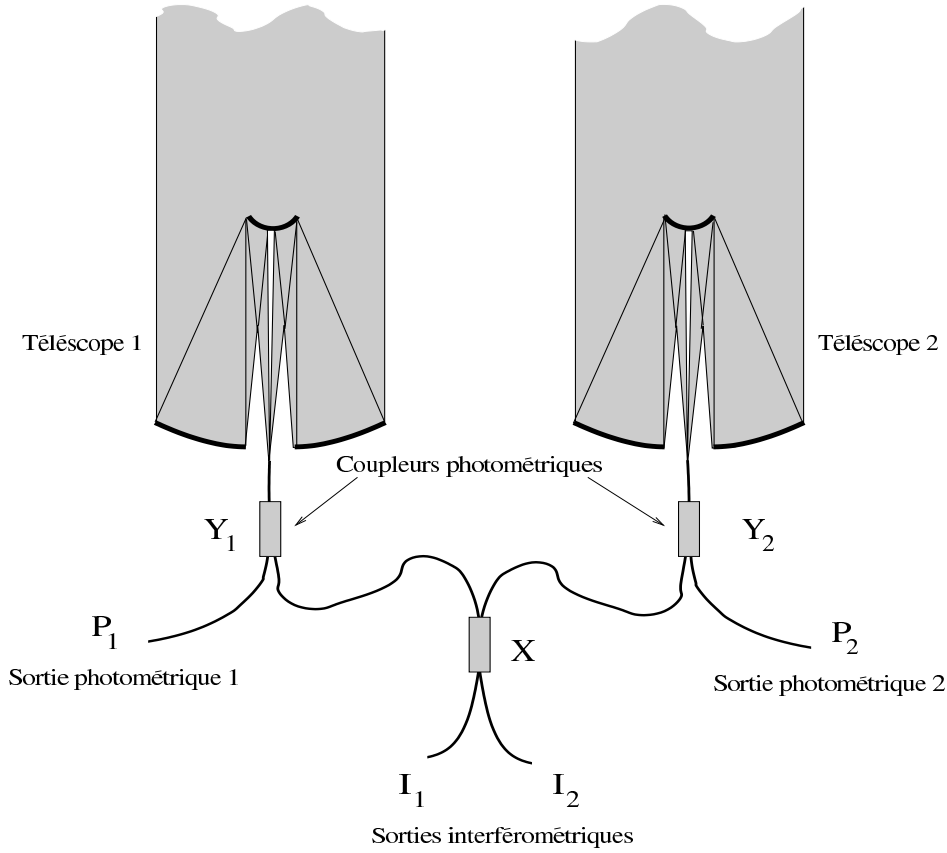


FIG. 6.1 – Représentation schématique d'un interféromètre à fibres.

la visibilité $V_{franges}$ des franges d'interférences obtenues par la mesure de I_1 et I_2 . Si les flux ne sont pas égaux, la visibilité observée est inférieure à la visibilité de l'objet :

$$V_{franges} = V_{objet} \times \frac{2\sqrt{Fl_1 \times Fl_2}}{Fl_1 + Fl_2}. \quad (6.1)$$

La mesure simultanée de I_1 , I_2 , Fl_1 et Fl_2 permet donc de calculer V_{objet} . Dans la suite de ce travail, je note $V_{franges}$ la visibilité des franges obtenues, $V_{corrigee}$ la visibilité photométriquement corrigée, définie par

$$V_{corrigee} = V_{franges} \times \frac{2\sqrt{Fl_1 \times Fl_2}}{Fl_1 + Fl_2}, \quad (6.2)$$

et V_{objet} la visibilité de l'objet, définie par

$$V_{objet} = \frac{|\tilde{I}(\vec{k})|}{|\tilde{I}(\vec{0})|} \quad (6.3)$$

où $\tilde{I}$ est la transformée de Fourier de I , la distribution de lumière de l'objet sur le ciel, et $\vec{k}$ est le vecteur base pour lequel la mesure de visibilité est effectuée. D'après l'équation 6.1, la visibilité peut donc être corrigée des effets photométriques si ceux-ci sont mesurés. Cette propriété et son domaine de validité sont étudiés en détail dans la section 7.3.

Cette technique est utilisée par l'instrument FLUOR sur l'interféromètre IOTA [Coudé Du Foresto et al., 1998], où les faisceaux sont transportés de façon "classique" jusqu'à l'instrument, au sein duquel ils sont couplés dans les fibres. Bien que la turbulence atmosphérique fasse varier Fl_1 et Fl_2 (typiquement entre 0,3 et 0,8), la précision obtenue sur la mesure des visibilités est de 0,4% [Perrin,].

6.2 Filtrage spatial et efficacité de couplage

6.2.1 Cas idéal (front d'onde parfait, pupille circulaire pleine)

Au mode fondamental de propagation dans la fibre, noté LP_{01} , est associé un champ électrique E_{01} dans la fibre, approximé, sur un plan perpendiculaire à l'axe de la fibre, par

$$E_{01}(r) = e^{-\left(\frac{r}{w}\right)^2} e^{i\phi} \quad (6.4)$$

où r est la distance à l'axe de la fibre, w est la largeur du mode LP_{01} et ϕ est la phase, constante sur le plan.

Le champ électrique propagé dans la fibre est la projection (produit scalaire) du champ électrique E_i incident à l'entrée de la fibre sur le mode LP_{01} . Ainsi, l'efficacité de couplage ρ dans la fibre, définie comme étant le rapport de l'intensité lumineuse couplée par l'intensité lumineuse incidente (sur la tête de la fibre) est

$$\rho = \frac{|\int E_i E_{01}^* dA|^2}{\int |E_i|^2 dA \times \int |E_{01}|^2 dA}. \quad (6.5)$$

Les intégrales de cette équation sont calculées sur le plan de la tête de la fibre.

Ainsi, pour une fibre dans le plan focal d'un télescope de diamètre d et de focale f , centrée sur l'axe optique, dans l'approximation d'un mode LP_{01} gaussien,

$$\rho(\vec{\alpha}, d, f, \omega, \lambda) = \frac{8}{\omega^2} e^{-2\left(\frac{|\vec{\alpha}|f}{\omega}\right)^2} \times \left[\int e^{-\left(\frac{r}{w}\right)^2} I_0(2r|\vec{\alpha}|f/\omega^2) J_1(\pi dr/\lambda f) dr \right]^2 \quad (6.6)$$

[Shaklan et Roddier, 1988] où w est la largeur du mode fondamental de la fibre, définie par l'équation 6.4, λ est la longueur d'onde, $\vec{\alpha}$ est la position de la source par rapport à l'axe optique du télescope, J_1 est la fonction de Bessel du premier ordre et I_0 est la fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro. On note que cette expression est fonction des variables sans dimension

$$X_1 = \frac{d \times |\vec{\alpha}|}{\lambda} \quad (6.7)$$

et

$$X_2 = \frac{f\lambda}{wd}. \quad (6.8)$$

L'équation 6.6 s'écrit alors

$$\rho(X_1, X_2) = 8 e^{-2(X_1 X_2)^2} \times \left[\int e^{-r^2} I_0(2X_1 X_2 r) J_1\left(\frac{\pi r}{X_2}\right) dr \right]^2 \quad (6.9)$$

où r est sans dimension. Cette fonction est représentée dans la figure 6.2. La variable X_1 correspond à la séparation (l'unité est la limite de diffraction du télescope) entre la source ponctuelle et l'axe optique, et la variable X_2 est le rapport entre la taille de la tache de diffraction (figure d'Airy) du télescope et la largeur du mode LP_{01} . ρ est maximal pour $X_1 = 0$ (source centrée sur l'axe optique) et $X_2 = 1,401$. On se place dans le cas $X_2 = 1,401$ (échelle focale adaptée à la fibre) dans le reste de cette étude. L'équation 6.9 est alors

$$\rho(\vec{\alpha}) = 8 e^{-3,923 \left(\frac{|\vec{\alpha}|}{\lambda/d}\right)^2} \times \left[\int e^{-r^2} I_0(2,802 \frac{|\vec{\alpha}|}{\lambda/d} r) J_1\left(\frac{\pi r}{1,402}\right) dr \right]^2. \quad (6.10)$$

La relation entre l'amplitude $E(\vec{\alpha})$ du champ électrique dans la fibre et l'intensité lumineuse de la source est alors

$$E(\vec{\alpha}) = \sqrt{\mathcal{I}} \frac{d\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\rho(\vec{\alpha})}. \quad (6.11)$$

L'efficacité de couplage pour une source ponctuelle sur l'axe optique, obtenue avec l'équation 6.10, est $\rho(0, 1,401) = 0,82$. Dans le cas plus réaliste d'une fibre à saut d'indice, pour laquelle le mode LP_{01} n'est pas exactement gaussien, l'efficacité de couplage maximale théorique est 0.78. Cette efficacité maximale théorique n'est obtenue que pour une pupille circulaire pleine sans aberrations optiques. Pour toute pupille non circulaire pleine, l'efficacité de couplage est inférieure à 0,82 [Shaklan et Roddier, 1988] et il est impossible d'améliorer cette efficacité de couplage par modification de la phase ou l'amplitude de la pupille [Shaklan et Roddier, 1988]. En pratique, l'efficacité de couplage est réduite par la réflexion de Fresnel à l'entrée de la fibre (environ 6%) et par les défauts du front d'onde incident, effet qui est traité dans la section suivante.

6.2.2 Front d'onde perturbé

Le cas d'une aberration de phase de type "tip-tilt" a été traité dans la section précédente : pour ces 2 modes, l'efficacité de couplage est diminuée par l'aberration. Cette propriété s'applique également aux aberrations d'ordre supérieures.

L'équation 6.5 peut être écrite dans le plan focal

$$\rho = \frac{|\int E_p \mathcal{TF}(E_{01}^*) dP|^2}{\int |E_p|^2 dP \times \int |\mathcal{TF}(E_{01})|^2 dP}. \quad (6.12)$$

où $\mathcal{TF}$ dénote une transformée de Fourier, $E_p = \mathcal{TF}(E_i)$ est le champ électrique dans la pupille et dP est un élément de la pupille. Dans l'approximation d'un mode LP_{01} de profil gaussien, $\mathcal{TF}(E_{01}^*)$ est une gaussienne (dans le plan pupille) de largeur

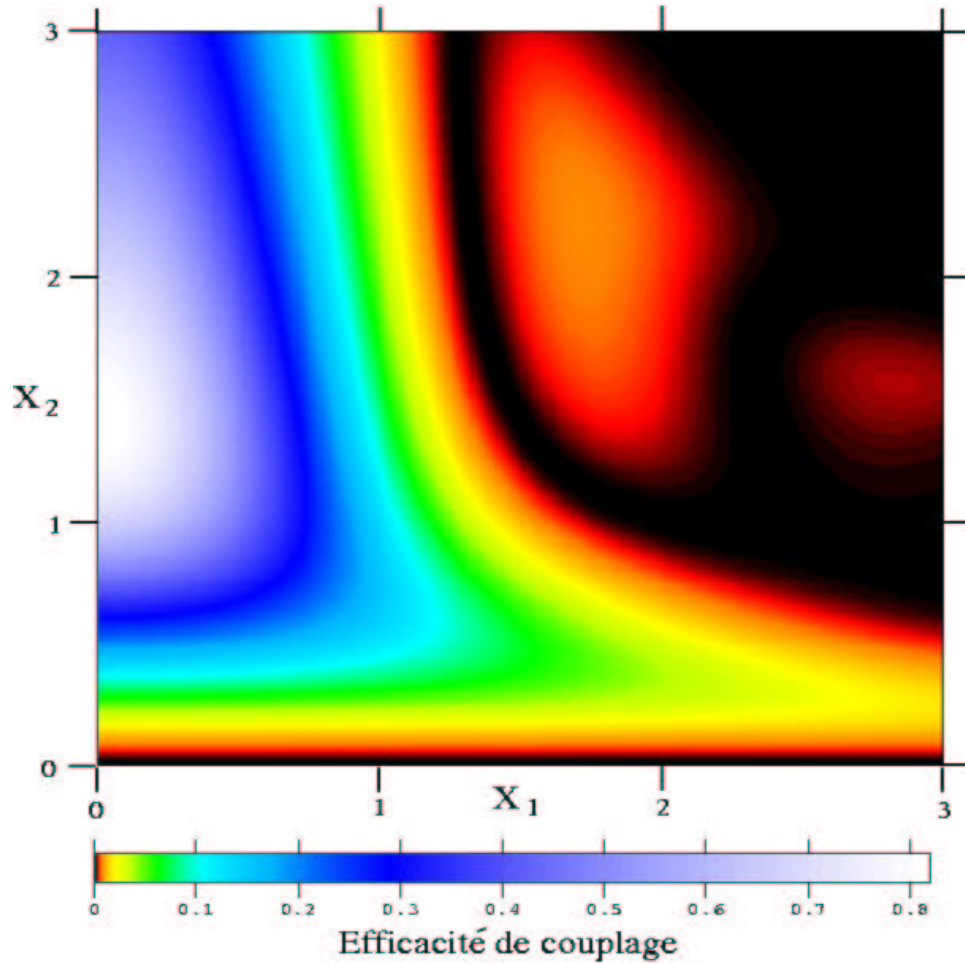


FIG. 6.2 – Efficacité de couplage dans une fibre mono-mode en fonction des paramètres X_1 et X_2 pour une pupille circulaire pleine.

$1/w$. D'après cette équation, l'efficacité de transmission est le produit scalaire du champ électrique dans la pupille par une gaussienne. Les aberrations de front d'onde (variations de la phase sur la pupille) ne modifient pas le dénominateur de l'équation 6.12, mais diminuent la valeur du numérateur. L'efficacité de couplage a été étudiée par différents auteurs [Shaklan et Roddier, 1988; Ruilier, 1998; Coudé du Foresto et al., 2000] dans le cas d'un télescope soumis à la turbulence atmosphérique, avec ou sans correction de certains modes par optique adaptative. Un résultat important est utilisé dans cette étude : l'efficacité de couplage est égale au produit de l'efficacité de couplage maximale (sans aberrations) par le Strehl de la pupille apodisée par $\mathcal{TF}(E_{01}^*)$ [Coudé du Foresto et al., 2000]. Puisque la largeur de $\mathcal{TF}(E_{01}^*)$ est supérieure à d (valeur optimale de X_2 est supérieure à 1), le Strehl de la pupille apodisée par $\mathcal{TF}(E_{01}^*)$ est proche du Strehl de la pupille non apodisée, et, par souci de simplification des calculs, lorsqu'un calcul détaillé n'est pas nécessaire, j'adopte

$$\rho = \rho_0 \times \text{Strehl} \quad (6.13)$$

où ρ_0 est l'efficacité de couplage maximale (sans aberrations).

Afin d'étudier les variations de l'efficacité de couplage en fonction de la position sur le ciel, il est commode de définir une carte de couplage sur le ciel (voir figure 6.3), dont la valeur en chaque point est égale à l'efficacité de couplage dans la fibre pour une source de taille angulaire nulle à la position définie par ce point.

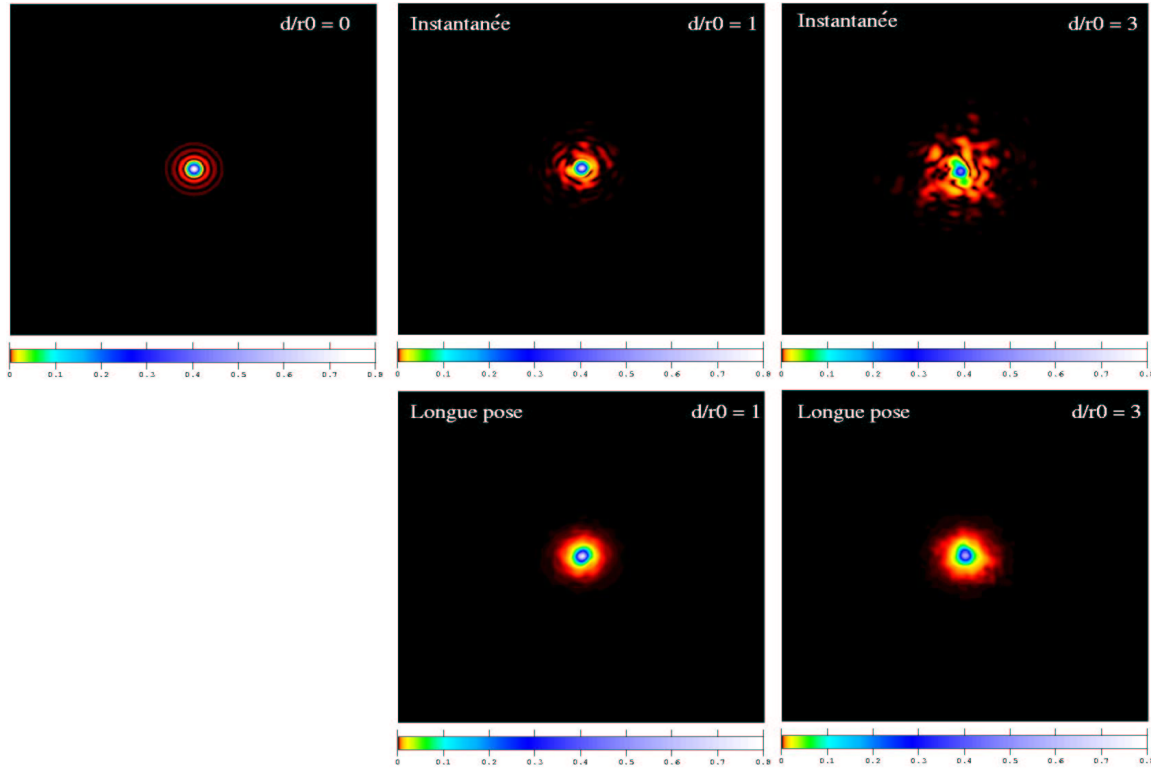


FIG. 6.3 – Exemples de cartes d'efficacité de couplage dans une fibre mono-mode pour une pupille circulaire pleine soumise à la turbulence atmosphérique.

6.2.3 Forme de la pupille

La forme optimale d'une pupille pour le couplage dans une fibre mono-mode est un disque, forme pour laquelle l'efficacité de couplage peut atteindre 0,82. Le plus souvent (c'est le cas des télescopes de l'interféromètre OHANA), la pupille est obstruée par le miroir secondaire et son support. L'équation 6.12 est utilisée, dans le cas d'un mode LP_{01} au profil gaussien, pour calculer l'efficacité de couplage optimale pour chaque valeur de ϵ , l'obstruction centrale (rapport du diamètre du secondaire par le diamètre de la pupille). Ainsi, l'efficacité ρ_ϵ de couplage pour une pupille circulaire de diamètre d avec une obstruction centrale de diamètre $\epsilon \times d$ est, d'après l'équation 6.12

$$\rho_\epsilon(\vec{\alpha}, d, f, \omega, \lambda) = \frac{8 e^{\left(\frac{|\vec{\alpha}|f}{\omega}\right)^2}}{\omega^2(1-\epsilon)^2} \left[\int e^{-\left(\frac{r}{\omega}\right)^2} I_0 \left(\frac{2r|\vec{\alpha}|f}{\omega^2} \right) \left[J_1 \left(\frac{\pi dr}{\lambda f} \right) - \epsilon J_1 \left(\frac{\epsilon \pi dr}{\lambda f} \right) \right] dr \right]^2 \quad (6.14)$$

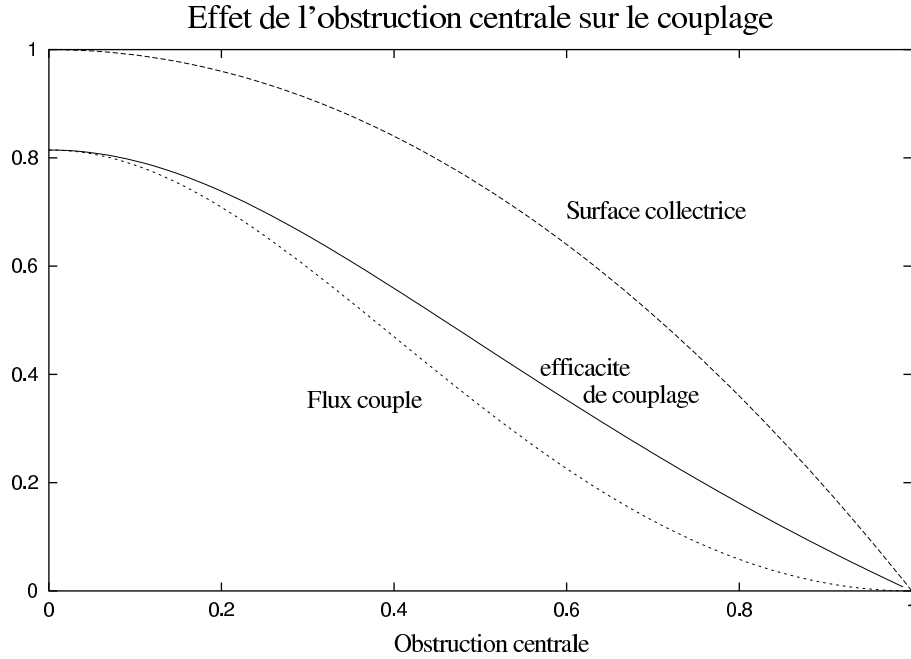


FIG. 6.4 – Efficacité de couplage dans une fibre monomode pour un télescope à pupille circulaire avec obstruction centrale. La surface collectrice et le flux total couplé sont également représentés.

où les notations sont identiques à celles de l'équation 6.6. La valeur optimale de X_2 est calculée pour chaque ϵ . L'efficacité de couplage obtenue décroît lorsque ϵ augmente et est maximale pour $\epsilon = 0$. Ainsi, le flux couplé (produit de l'efficacité de couplage par la surface de la pupille) décroît plus rapidement que la surface collectrice de la pupille (voir figure 6.4) : le couplage est très sensible à la présence d'une obstruction centrale. Dans l'annexe A, des solutions optiques permettant d'améliorer l'efficacité de couplage sont présentées.

L'obstruction centrale affecte également la façon dont l'efficacité de couplage varie avec la distance à l'axe optique. La figure 6.5 montre que la diminution de l'efficacité de couplage dans la partie centrale ($|\vec{\alpha}| < \lambda/d$) s'accompagne d'une augmentation à $|\vec{\alpha}| \approx 2 \times \lambda/d$. Cet effet est important pour l'observation de sources étendues, pour laquelle la “carte de couplage” projetée sur le ciel doit être estimée (voir section 7).

6.3 Présentation du projet OHANA

Le projet OHANA (Optical Hawaiian Array for Nanoradian Astronomy)[Mariotti et al., 1996; Perrin et al., 2000], propose de lier interférométriquement les télescopes optiques du Mauna Kea. Une liaison par fibres mono-modes est envisagée afin de simplifier le problème du transport des faisceaux, et de minimiser l'impact sur le site. De plus, grâce au filtrage spatial offert par les fibres, ce type d'interféromètre permet d'obtenir une bonne précision (meilleure que le pourcent) sur la mesure des visibilités.

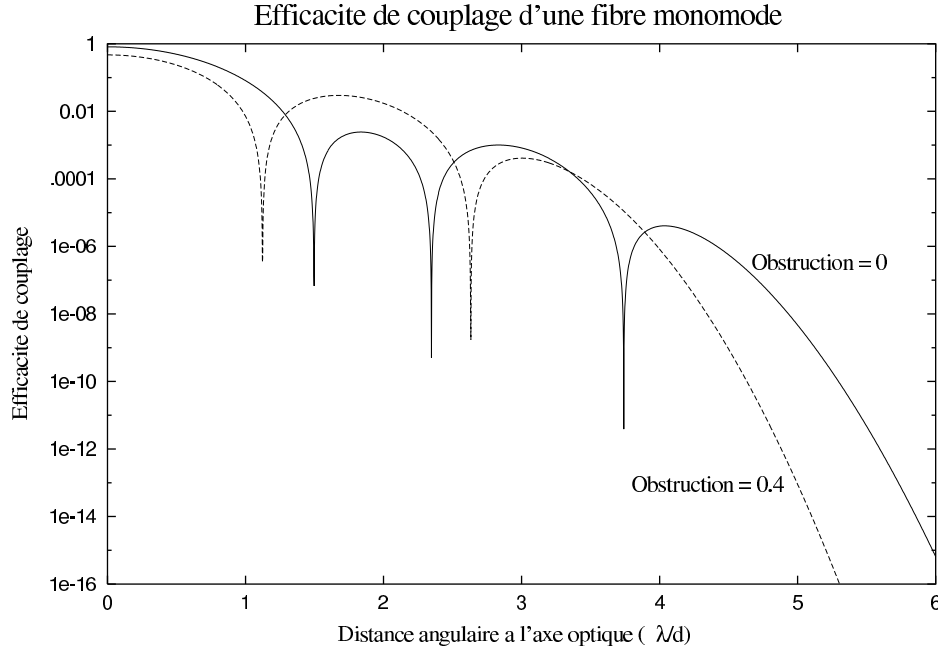


FIG. 6.5 – Profil radial de l’efficacité de couplage pour deux valeurs de l’obstruction centrale.

OHANA propose d’utiliser les télescopes déjà existants sur le Mauna Kea, qui sont pour la plupart équipés de systèmes d’optique adaptative :

- CFHT : Pueo, système à courbure à 19 éléments. Magnitude limite $m_v = 15$.
- Gemini : Altair, système de type Shack-Hartman à 177 éléments. Magnitude limite $m_v = 15$?.
- Keck 1 et 2 : Système de type Shack-Hartman à 349 éléments. Magnitude limite $m_v = 13$. Un laser est utilisé pour créer une étoile guide artificielle et permettra dans un futur proche d’augmenter la couverture sur le ciel du système.
- Subaru : Système à courbure à 36 éléments. Magnitude limite $m_v = 17$.
- IRTF : Système à courbure à 36 éléments. Magnitude limite $m_v = 15$.
- UKIRT : Projets d’optique adaptative non finalisés.

La figure 6.6 montre la géométrie des télescopes sur le sommet, et leurs coordonnées sont données dans la table 6.1. Une photo aérienne du sommet (figure 6.7) permet de mieux comprendre la géométrie du site. Les télescopes Gemini, CFHT, UH et UKIRT sont situés le long de la même crête, alors que Subaru, les Keck et IRTF sont sur crête perpendiculaire, plus à l’ouest. La base la plus longue accessible est d’environ 800m (Gemini-Subaru), et la base la plus courte est 85m (Keck 1-Keck 2).

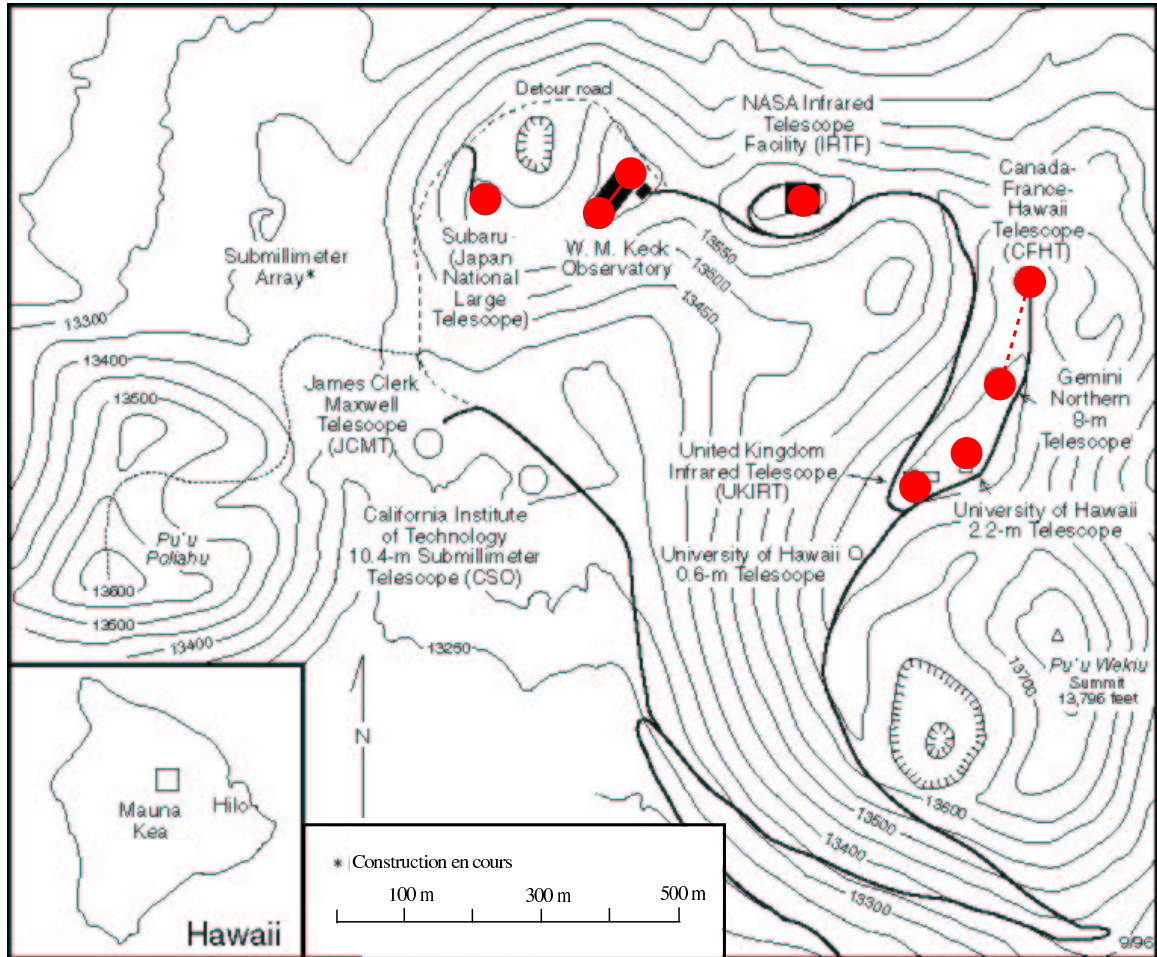


FIG. 6.6 – Carte du sommet du Mauna Kea. Les télescopes optiques qui sont considérés pour l'interféromètre OHANA sont représentés par des disques rouges. La base Keck1/Keck2, déjà existante, est représentée par un trait rouge, et la première base de OHANA, Gemini/CFHT, est représentée par la ligne discontinue rouge.

Télescope	Diamètre (m)	Latitude (d)	Longitude (d)	Altitude (m)
CFHT	3,6	19,8252518	155,468876	4204,1
Gemini	8,1	19,8238014	155,469047	4213,4
Keck 1	10,0	19,8259465	155,474719	4159,6
Keck 2	10,0	19,8265606	155,474234	4159,6
Subaru	8,2	19,8255040	155,476019	4163,0
IRTF	3,0	19,8262183	155,471999	4168,1
UKIRT	3,8	19,8224315	155,470327	4198,5
UH	2,2	19,8229911	155,469434	4213,6

TAB. 6.1 – Diamètres et Coordonnées des télescopes de l'interféromètre OHANA.



FIG. 6.7 – Photographie aérienne du Mauna Kea, montrant les télescopes du projet OHANA : Subaru (premier plan, à droite), Keck 1 et 2 (centre de l'image), CFHT (en haut à gauche), IRTF (entre CFHT et Keck), Gemini (en haut de l'image, à droite du CFHT), UH (à droite de Gemini) et UKIRT (en haut au milieu). Photo prise par Richard Wainscoat, 1998.

Chapitre 7

La problématique du champ de vue dans les interféromètres à filtrage spatial

7.1 Expression du signal interférométrique dans le cas d'une source étendue

Dans cette section, une description mathématique d'un interféromètre à fibres constitué de deux télescopes est donnée. Dans un premier temps, la réponse de l'interféromètre dans le cas de l'observation d'une source ponctuelle, en l'absence d'aberrations, est calculée. L'expression obtenue permettra ensuite de calculer la réponse de l'interféromètre dans le cas de l'observation d'une source étendue.

7.1.1 Observation d'une source ponctuelle

Je considère un interféromètre cophasé pour une direction d'observation dans le ciel $\vec{r}_0$. Je note $\vec{\alpha} = \vec{r} - \vec{r}_0$, où $\vec{r}$ est la position de la source ponctuelle observée. Les champs électriques $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ dans les fibres correspondant aux deux télescopes s'écrivent

$$\mathbf{E}_i(t) = E_i e^{j(\vec{\alpha} \cdot \vec{k}_i + \omega t)} \quad (7.1)$$

où $i = 1, 2$ désigne le télescope considéré, $\omega = 2\pi c/\lambda$, et $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ sont les positions des deux télescopes.

L'optique de recombinaison, un coupleur à fibre dans le cas considéré, somme ces deux champs électriques, en introduisant un déphasage $\psi(t)$ entre les deux voies. Le champ électrique obtenu est donc

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(t) &= \mathbf{E}_1(t) + \mathbf{E}_2(t) e^{j\psi(t)} \\ &= E_1 e^{j(\vec{\alpha} \cdot \vec{k}_1 + \omega t)} + E_2 e^{j(\vec{\alpha} \cdot \vec{k}_2 + \omega t + \psi(t))}, \end{aligned} \quad (7.2)$$

et l'intensité lumineuse mesurée à la sortie du coupleur est

$$I(t) = \mathbf{E}(t) \mathbf{E}^*(t) \quad (7.3)$$

$$I(t) = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(\vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \psi(t)). \quad (7.4)$$

Dans le cas d'un coupleur à deux sorties (coupleur à fibre ou séparatrice), deux sorties interférométriques en opposition de phase sont obtenues (les valeurs des déphasages introduits sont $\psi(t)$ et $\psi(t) + \pi$ respectivement). Ainsi, les valeurs de l'intensité lumineuse sur les deux sorties sont, pour un coupleur symétrique (ou "50/50"),

$$I_1(t) = \frac{E_1^2 + E_2^2}{2} + E_1E_2 \cos(\vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \psi(t)) \quad (7.5)$$

et

$$I_2(t) = \frac{E_1^2 + E_2^2}{2} - E_1E_2 \cos(\vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \psi(t)). \quad (7.6)$$

La différence de marche (*DDM*) $\psi(t)$ entre les deux faisceaux est modulée activement de façon à "parcourir" les franges. Ainsi, dans le cas considéré, le niveau moyen du signal d'une sortie interférométrique est égal à $(E_1^2 + E_2^2)/2$, l'amplitude de la variation du signal est égale à E_1E_2 et la phase est $\phi = \vec{\alpha} \cdot \vec{k}$.

La phase ϕ du signal interférométrique n'est en général pas connue car $\psi(t)$ n'est pas connue. Ainsi, la phase ne peut être obtenue que par référence de ψ sur une autre source (astrométrie différentielle) ou par clôture de phase (référence sur l'objet observé), technique qui nécessite au moins 3 télescopes.

Les amplitudes E_1 et E_2 des champs électriques couplés dans les deux fibres sont obtenues à partir de l'équation 6.11 et du calcul de ρ décrit dans la section 6.2. D'après les équations 7.5 et 7.6, la visibilité des franges obtenues est

$$V_{franges} = \frac{\max(I_1) - \min(I_1)}{\max(I_1) + \min(I_1)} = \frac{2 \times E_1E_2}{E_1^2 + E_2^2}. \quad (7.7)$$

La visibilité est identique sur les deux sorties interférométriques. En utilisant l'équation 6.2, et en notant que

$$\frac{Fl_1}{Fl_2} = \left(\frac{E_1}{E_2}\right)^2 \quad (7.8)$$

on obtient

$$V_{corrigée} = \frac{2 \times E_1E_2}{E_1^2 + E_2^2} \times \frac{Fl_1 + Fl_2}{2\sqrt{Fl_1 \times Fl_2}} = 1. \quad (7.9)$$

On a donc vérifié que l'équation 6.2 permet de corriger les différences d'efficacité de couplage entre les deux voies de l'interféromètre pour un point source.

Observation d'une source étendue. L'expression du signal interférométrique obtenu pour l'observation d'une source étendue, dont la distribution lumineuse est $\mathcal{I}(\vec{\alpha})$, peut être obtenue par intégration des équations 7.5 et 7.6 sur la source :

$$I_1(t) = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{I}(\vec{\alpha}) \neq 0} E_1^2(\vec{\alpha}) + E_2^2(\vec{\alpha}) + 2E_1(\vec{\alpha})E_2(\vec{\alpha}) \cos(\vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \psi(t)) d\vec{\alpha} \quad (7.10)$$

et

$$I_2(t) = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{I}(\vec{\alpha}) \neq 0} E_1^2(\vec{\alpha}) + E_2^2(\vec{\alpha}) - 2E_1(\vec{\alpha})E_2(\vec{\alpha}) \cos(\vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \psi(t)) d\vec{\alpha} \quad (7.11)$$

avec, d'après l'équation 6.11,

$$E_i(\vec{\alpha}) = \sqrt{\mathcal{I}(\vec{\alpha}) S_i \rho_i(\vec{\alpha})} \quad (7.12)$$

pour $i = 1, 2$, où ρ_1 et ρ_2 sont les efficacités de couplages des télescopes 1 et 2 respectivement, dont les surfaces collectrices sont S_1 , et S_2 . Le calcul de ρ_i est détaillé dans la section 6.2.

7.2 Étude de cas particuliers

7.2.1 Pupilles circulaires pleines identiques sans aberrations. Source de très petite taille.

Dans ce paragraphe, je considère une source dont la dimension est très petite par rapport à la limite de diffraction des télescopes de l'interféromètre. La carte d'efficacité de couplage dans le cas considéré (pupilles circulaires pleines sans aberrations) est représentée dans la figure 6.3 en haut à gauche. La taille de l'objet étant très petite par rapport à λ/d , où d est le diamètre des pupilles, l'efficacité de couplage est constante et égale à $\rho_0 = 0,82$ sur l'étendue de l'objet. Ainsi, les équations 7.10 et 7.11 s'écrivent

$$I_1(t) = \rho_0 \frac{d^2\pi}{4} \left[\int \mathcal{I}(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha} + \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}(\vec{k}) \right] \right] \quad (7.13)$$

et

$$I_2(t) = \rho_0 \frac{d^2\pi}{4} \left[\int \mathcal{I}(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha} - \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}(\vec{k}) \right] \right] \quad (7.14)$$

où $\tilde{\mathcal{I}}$ est la transformée de Fourier de $\mathcal{I}$ et $\mathcal{R}e(x)$ est la partie réelle de x . La modulation de la DDM (variation de $\psi(t)$) permet donc la mesure de la visibilité $V_{franges}$

$$V_{franges} = \frac{|\tilde{\mathcal{I}}(\vec{k})|}{\int \mathcal{I}(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha}} = \frac{|\tilde{\mathcal{I}}(\vec{k})|}{|\tilde{\mathcal{I}}(\vec{0})|}. \quad (7.15)$$

La visibilité des franges est donc égale à l'amplitude du point de la transformée de Fourier défini par le vecteur base $\vec{k}$, divisée par $|\tilde{\mathcal{I}}(\vec{0})|$. Ainsi, on retrouve que pour l'observation d'une source ponctuelle, $V_{franges} = 1$. On notera que puisque les intensités dans les deux voies de l'interféromètre sont identiques, le terme de correction photométrique (équation 6.2) est égal à 1, et $V_{franges} = V_{objet}$.

7.2.2 Pupilles circulaires pleines identiques sans aberrations.

Dans ce paragraphe, on ne considère plus que la source est très petite par rapport à la limite de diffraction des télescopes. Les efficacités de couplages des deux télescopes sont notées $\rho_1(\vec{\alpha})$ et $\rho_2(\vec{\alpha})$ respectivement. Puisque les deux pupilles sont identiques,

$\rho_1(\vec{\alpha}) = \rho_2(\vec{\alpha})$, mais leur valeur n'est pas constante sur l'étendue de l'objet. Les équations 7.10 et 7.11 s'écrivent alors

$$I_1(t) = \frac{d^2\pi}{4} \left[\int \mathcal{I}_a(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha} + \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}_a(\vec{k}) \right] \right] \quad (7.16)$$

et

$$I_2(t) = \frac{d^2\pi}{4} \left[\int \mathcal{I}_a(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha} + \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}_a(\vec{k}) \right] \right] \quad (7.17)$$

où

$$\mathcal{I}_a(\vec{\alpha}) = \rho(\vec{\alpha}) \times \mathcal{I}(\vec{\alpha}). \quad (7.18)$$

On obtient alors

$$V_{franges} = \frac{|\tilde{\mathcal{I}}_a(\vec{k})|}{|\tilde{\mathcal{I}}_a(\vec{0})|}. \quad (7.19)$$

Ainsi, l'interféromètre permet de mesurer l'amplitude d'une composante de Fourier de l'image "apodisée" $\mathcal{I}_a$ de la source. La fonction d'apodisation est égale à la carte d'efficacité de couplage des télescopes. La reconstruction d'une image grand champ par un interféromètre à filtrage spatial est donc limitée par l'étendue finie du champ couplé dans la fibre. La figure 6.5 montre que pour une pupille sans obstruction centrale et sans aberrations, l'efficacité de couplage décroît très rapidement avec la distance à l'axe optique : à une distance de λ/d , l'efficacité de couplage ρ est réduite d'un facteur 10 environ. Pour le cas idéal (pupille circulaire pleine sans aberrations), $\rho(0, 58 \times \lambda/d) = 0,5 \times \rho(0)$, et le champ couplé est donc, en diamètre, approximativement λ/d .

7.2.3 Pupilles circulaires sans aberrations.

Dans ce paragraphe, les diamètres des pupilles sont différents, et notés d_1 et d_2 . Les équations 7.10 et 7.11 s'écrivent alors

$$I_1(t) = \frac{d_1^2\pi}{8} \int \mathcal{I}_{a1}(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha} + \frac{d_2^2\pi}{8} \int \mathcal{I}_{a2}(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha} + \frac{d_1 d_2 \pi}{4} \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}_{a12}(\vec{k}) \right] \quad (7.20)$$

et

$$I_2(t) = \frac{d_1^2\pi}{8} \int \mathcal{I}_{a1}(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha} + \frac{d_2^2\pi}{8} \int \mathcal{I}_{a2}(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha} - \frac{d_1 d_2 \pi}{4} \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}_{a12}(\vec{k}) \right] \quad (7.21)$$

où

$$\mathcal{I}_{a1}(\vec{\alpha}) = \rho_1(\vec{\alpha}) \times \mathcal{I}(\vec{\alpha}), \quad (7.22)$$

$$\mathcal{I}_{a2}(\vec{\alpha}) = \rho_2(\vec{\alpha}) \times \mathcal{I}(\vec{\alpha}), \quad (7.23)$$

et

$$\mathcal{I}_{a12}(\vec{\alpha}) = \sqrt{\rho_1(\vec{\alpha}) \rho_2(\vec{\alpha})} \times \mathcal{I}(\vec{\alpha}). \quad (7.24)$$

On obtient alors

$$V_{franges} = \frac{2 |\tilde{\mathcal{I}}_{a12}(\vec{k})|}{|\tilde{\mathcal{I}}_{a1}(\vec{0})| + |\tilde{\mathcal{I}}_{a2}(\vec{0})|}. \quad (7.25)$$

Le champ “vu” par l’interféromètre est donc limité à la limite de diffraction du plus grand télescope. La lumière d’une source en-dehors de ce champ est soit couplée par un seul des deux télescopes, soit par aucun des télescopes.

7.3 Observations avec aberrations non statiques du front d’onde

Objet très petit

Les aberrations des fronts d’ondes des deux télescopes modifient l’efficacité de couplage, pour chacune des fibres, sur l’axe optique. Cette variation s’accompagne d’une modification de la structure de la carte d’efficacité de couplage. Différentes parties de l’objet sont donc couplés avec des efficacités différentes. Dans ce paragraphe, je me limite à l’étude du cas d’un objet très petit par rapport à la limite de diffraction du plus gros télescope. L’efficacité de couplage, pour chaque télescope, est alors constante sur l’objet, mais pas dans le temps (les aberrations sont non statiques). Je note $\rho_1(t)$ et $\rho_2(t)$ les efficacités de couplages des deux télescopes, où t est le temps. Les équations 7.10 et 7.11 s’écrivent alors

$$I_1(t) = \frac{S_1\rho_1(t) + S_2\rho_2(t)}{2} \times \left[\int \mathcal{I}(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha} \right] + \sqrt{S_1 S_2 \rho_1(t) \rho_2(t)} \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}(\vec{k}) \right] \quad (7.26)$$

et

$$I_2(t) = \frac{S_1\rho_1(t) + S_2\rho_2(t)}{2} \times \left[\int \mathcal{I}(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha} \right] - \sqrt{S_1 S_2 \rho_1(t) \rho_2(t)} \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}(\vec{k}) \right] \quad (7.27)$$

où S_1 et S_2 sont les surfaces collectrices des télescopes. On obtient alors

$$V_{franges} = \frac{2\sqrt{S_1 S_2 \rho_1(t) \rho_2(t)} |\tilde{\mathcal{I}}(\vec{k})|}{(S_1\rho_1(t) + S_2\rho_2(t)) \times |\tilde{\mathcal{I}}(\vec{0})|} \quad (7.28)$$

et, d’après l’équation 6.2, en notant que $Fl_1/Fl_2 = (S_1\rho_1(t))/(S_2\rho_2(t))$,

$$V_{corrigee} = V_{franges} \times \frac{S_1\rho_1(t) + S_2\rho_2(t)}{2\sqrt{S_1\rho_1(t) S_2\rho_2(t)}} = \frac{|\tilde{\mathcal{I}}(\vec{k})|}{|\tilde{\mathcal{I}}(\vec{0})|} = V_{objet}. \quad (7.29)$$

Dans ce cas, il est donc possible de corriger parfaitement les effets photométriques dans l’interféromètre par la mesure simultanée des sorties interférométriques et photométriques.

7.3.1 Cas général

Dans le cas général de l'observation d'une source étendue par deux télescopes soumis à des aberrations de front d'onde non statiques, l'efficacité de couplage, pour chaque télescope, est à la fois fonction du temps t et de la position $\vec{\alpha}$. Je note ainsi $\rho_1(\vec{\alpha}, t)$ et $\rho_2(\vec{\alpha}, t)$ l'efficacité de couplage des deux télescopes. Les équations 7.10 et 7.11 s'écrivent alors

$$I_1(t) = S_1 \left[\int \mathcal{I}_{a1}(\vec{\alpha}, t) d\vec{\alpha} \right] + S_2 \left[\int \mathcal{I}_{a2}(\vec{\alpha}, t) d\vec{\alpha} \right] + \sqrt{S_1 S_2} \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}_{a12}(\vec{k}, t) \right] \quad (7.30)$$

et

$$I_2(t) = S_1 \left[\int \mathcal{I}_{a1}(\vec{\alpha}, t) d\vec{\alpha} \right] + S_2 \left[\int \mathcal{I}_{a2}(\vec{\alpha}, t) d\vec{\alpha} \right] - \sqrt{S_1 S_2} \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}_{a12}(\vec{k}, t) \right] \quad (7.31)$$

où

$$\mathcal{I}_{a1}(\vec{\alpha}, t) = \mathcal{I}(\vec{\alpha}) \times \rho_1(\vec{\alpha}, t), \quad (7.32)$$

$$\mathcal{I}_{a2}(\vec{\alpha}, t) = \mathcal{I}(\vec{\alpha}) \times \rho_2(\vec{\alpha}, t), \quad (7.33)$$

et

$$\mathcal{I}_{a12}(\vec{\alpha}, t) = \mathcal{I}(\vec{\alpha}) \times \sqrt{\rho_1(\vec{\alpha}, t) \rho_2(\vec{\alpha}, t)}. \quad (7.34)$$

Dans ce cas,

$$V_{franges} = \frac{2\sqrt{S_1 S_2} |\tilde{\mathcal{I}}_{a12}(\vec{k}, t)|}{S_1 |\tilde{\mathcal{I}}_{a1}(\vec{0}, t)| + S_2 |\tilde{\mathcal{I}}_{a2}(\vec{0}, t)|} \quad (7.35)$$

et il est impossible de calibrer photométriquement l'observation : on ne peut alors pas calculer la visibilité V_{objet} de l'objet ou même la visibilité d'une image apodisée (dont on connaîtrait la fonction d'apodisation) de l'objet. En effet, $\rho_1(\vec{\alpha}, t)$ et $\rho_2(\vec{\alpha}, t)$ ne sont pas connus. Les sorties photométriques mesurent $\int \mathcal{I}_{a1}(\vec{\alpha}, t) d\vec{\alpha}$ et $\int \mathcal{I}_{a2}(\vec{\alpha}, t) d\vec{\alpha}$, mais cette information n'est pas suffisante pour calibrer les mesures. Ce problème est illustré par l'exemple de l'observation d'une étoile double dans la section suivante.

7.3.2 Exemple de l'observation d'une étoile double

Dans cette section, je considère l'observation d'une étoile double serrée par un interféromètre à deux télescopes identiques, de surface collectrice S . Les deux composantes du système, dont les positions sont notés $\vec{\alpha}_1$ et $\vec{\alpha}_2$, sont de luminosité I_0 égales et non résolues par l'interféromètre (et donc par les télescopes qui le compose). La séparation du système est a . Par souci de simplification, seule l'aberration de type "tip/tilt" (pente de phase sur la pupille) est considérée, et la carte d'efficacité de transmission est donc simplement translatée sur le ciel par les aberrations. Je considère également que, dans sa position de référence (pas d'aberrations), cette carte est symétrique par rotation (l'efficacité de couplage ne dépend que de la distance à l'axe optique), et que son premier zéro est à une distance a de l'axe optique. Trois instants sont considérés :

- **Instant 1 (t_1) : les deux télescopes pointent la même composante.** Dans ce cas, les deux télescopes pointent la composante 1, et on a donc $\rho_1(\vec{\alpha}_1, t_1) = \rho_2(\vec{\alpha}_1, t_1) = \rho_0$ et $\rho_1(\vec{\alpha}_2, t_1) = \rho_2(\vec{\alpha}_2, t_1) = 0$, où ρ_0 est la valeur de ρ sur l'axe optique en l'absence d'aberrations.
- **Instant 2 (t_2) : chaque télescope pointe une composante différente.** On a alors $\rho_1(\vec{\alpha}_1, t_2) = \rho_2(\vec{\alpha}_2, t_2) = \rho_0$ et $\rho_1(\vec{\alpha}_2, t_2) = \rho_2(\vec{\alpha}_1, t_2) = 0$.
- **Instant 3 (t_3) : les deux télescopes pointent le même point, à mi-chemin entre les deux composantes.** On a alors $\rho_1(\vec{\alpha}_1, t_2) = \rho_2(\vec{\alpha}_2, t_2) = \rho_1(\vec{\alpha}_2, t_2) = \rho_2(\vec{\alpha}_1, t_2) = \rho_{a/2}$ où $\rho_{a/2}$ est la valeur de ρ à une distance $a/2$ de l'axe optique en l'absence d'aberrations.

	$\rho_1(\vec{\alpha}_1, t)$	$\rho_1(\vec{\alpha}_2, t)$	$\rho_2(\vec{\alpha}_1, t)$	$\rho_2(\vec{\alpha}_2, t)$	$Fl_1(t)$	$Fl_2(t)$	$V_{franges}$
$t = t_1$	ρ_0	0	ρ_0	0	$S I_0 \rho_0$	$S I_0 \rho_0$	1
$t = t_2$	ρ_0	0	0	ρ_0	$S I_0 \rho_0$	$S I_0 \rho_0$	0
$t = t_3$	$\rho_{a/2}$	$\rho_{a/2}$	$\rho_{a/2}$	$\rho_{a/2}$	$2 S I_0 \rho_{a/2}$	$2 S I_0 \rho_{a/2}$	V_{objet}

TAB. 7.1 – Trois cas possibles pour l'observation d'une étoile double par un interféromètre à fibres à deux télescopes.

La table 7.1 donne les valeurs Fl_1 et Fl_2 des flux couplés dans les deux fibres pour chacun de ces trois instants. Ces valeurs sont obtenues par la mesure des sorties photométriques de l'interféromètre (voir figure 6.1). Dans chaque cas, la visibilité des franges obtenues est différente (voir 7.1), alors que $Fl_1 = Fl_2$, et, d'après l'équation 6.2, le facteur de correction photométrique de la visibilité est égal à 1, et $V_{corrigée} = V_{franges}$. En particulier, il est impossible de distinguer le cas $t = t_1$ de l'observation d'une étoile de diamètre apparent nul de luminosité I_0 . La valeur des sorties photométriques ne permet donc pas la correction de ces effets d'efficacité de couplage différentielle. En pratique, durant l'observation, la valeur de $V_{corrigée}$, tout comme la valeur de $V_{franges}$ varie continuellement entre 0 et 1. Les figures 7.1 et 7.2 illustrent cet effet et montrent les valeurs de Fl_1 , Fl_2 , $V_{franges}$ et $V_{corrigée}$ sur un temps de 0,2s pour un interféromètre de base 5m, constitué de deux télescopes de 1m observant à $1\mu m$. Pour la figure 7.1, la séparation du système est $50 msa$, et l'erreur due à l'efficacité de couplage différentielle entre les deux composantes du système est de quelques pourcents sur la visibilité corrigée. Dans ce cas, le terme de correction photométrique permet une mesure efficace de la visibilité de l'objet. Si la séparation des composantes du système est doublée ($100 msa$), l'efficacité de couplage diffère significativement entre les deux composantes, et l'effet de cette efficacité de couplage différentielle est alors trop important pour être corrigé par le terme de correction photométrique. La figure 7.2 illustre ce cas, et montre que l'erreur sur l'estimation de la visibilité de l'objet est alors d'environ 30%.

7.3.3 Quelques conclusions préliminaires

L'observation des données présentées dans les figures 7.1 et 7.2, ainsi que les équations obtenues (en particulier l'équation 7.35) permettent d'énoncer certaines

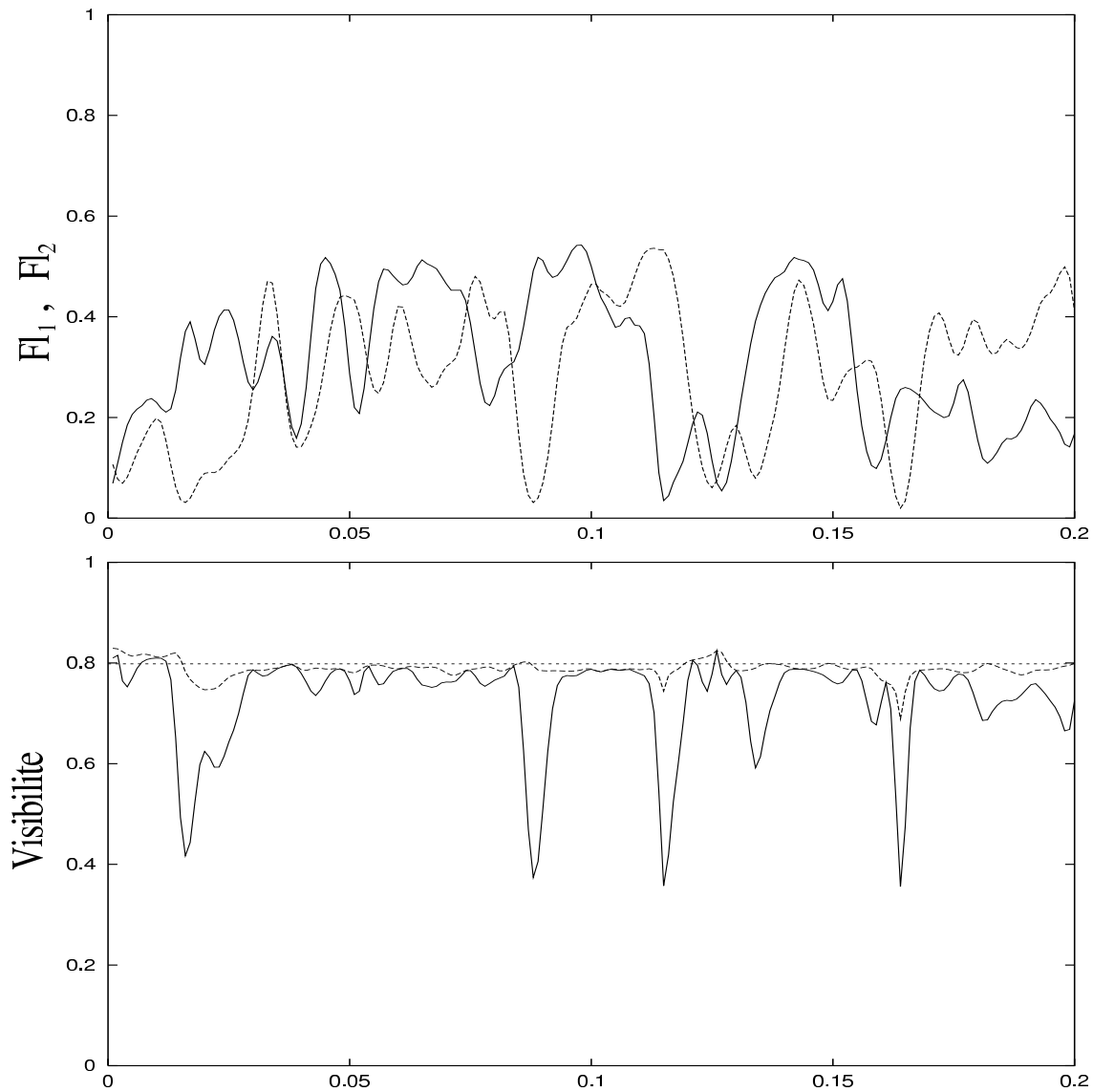


FIG. 7.1 – Observation d’une étoile double dont la séparation est 50msa . Flux couplés Fl_1 et Fl_2 (en haut), visibilité des franges obtenues (en bas, courbe continue) et visibilité corrigée (en bas, courbe pointillée). La visibilité nominale de l’objet pour la base considérée est indiquée par la droite en pointillés (en bas).

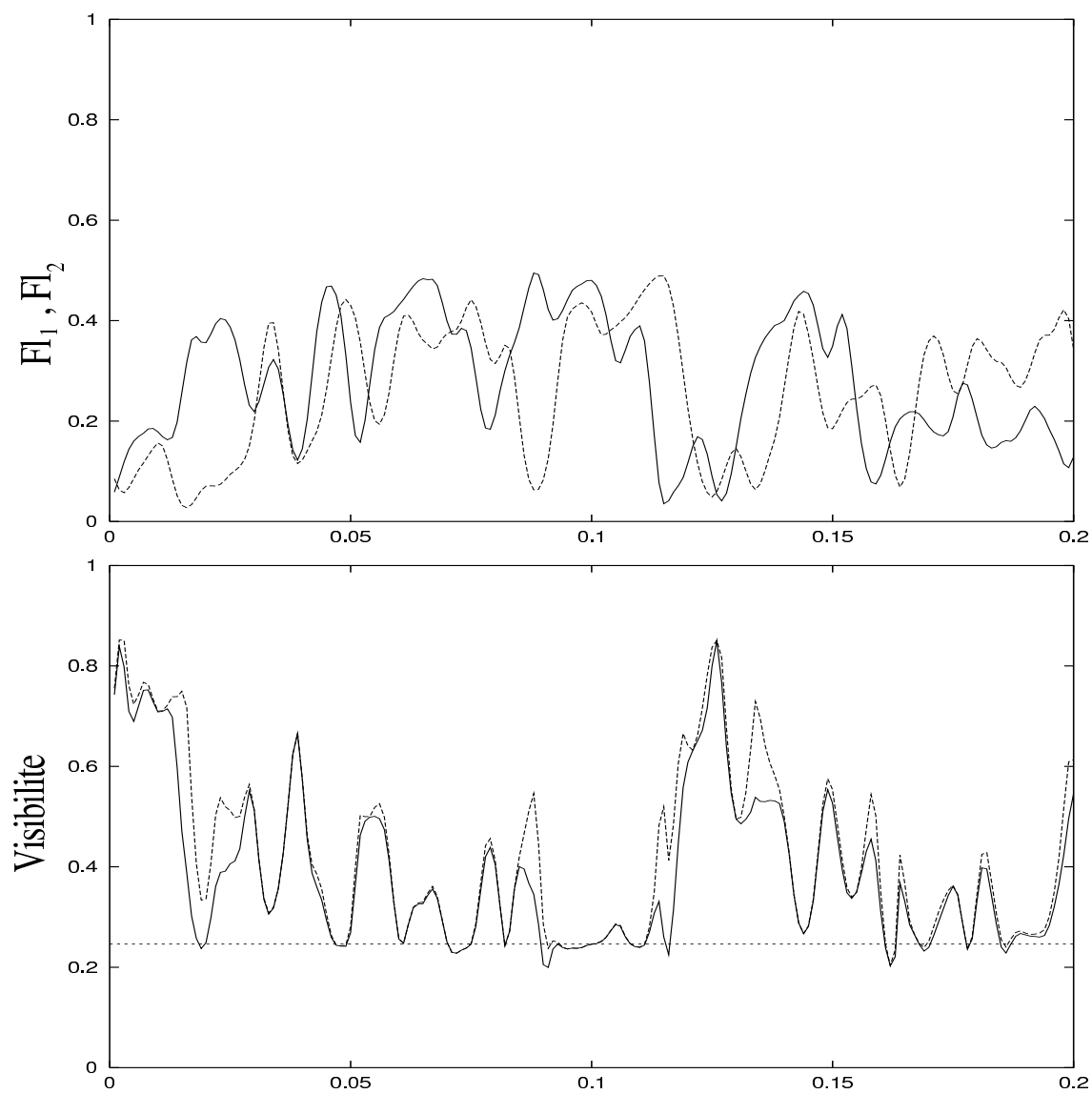


FIG. 7.2 – Figure identique à la figure 7.1 pour une séparation de 100 *mas*.

des propriétés de ces erreurs commises sur l'estimation de la visibilité de l'objet.

- **L'erreur sur la visibilité est moindre pour un objet de petite dimension.** Pour un objet de petites dimensions, l'efficacité de couplage varie peu sur la taille de l'objet, et l'erreur induite par cet effet est donc faible.
- **L'erreur est moindre quand les efficacités de couplages sont à leur maximum.** Une bonne efficacité de couplage garantit que le gradient d'efficacité de couplage sur l'objet est moindre. Ainsi, si l'efficacité de couplage est bonne pour les deux télescopes, l'effet d'efficacité de couplage différentielle est moindre. Cette propriété est tout particulièrement applicable pour l'observation d'un objet de petite dimensions (voir figure 7.1), mais s'applique également pour un objet plus étendu (voir figure 7.2).
- **Pour des erreurs de front d'onde modérées ou faibles (environ 1 radian ou moins¹), la visibilité est généralement sur-estimée pour un objet de taille comparable à λ/d .** Cette propriété est clairement illustrée par la figure 7.2. Si les erreurs sur le front d'onde sont faibles, seule une partie (la même pour les deux télescopes) de l'objet est couplée dans les fibres, et la visibilité mesurée est celle de l'objet apodisé ($\mathcal{I}_a$ dans l'équation 7.19) par la carte d'efficacité de couplage. Dans le cas d'une étoile double, une des deux composantes (celle qui n'est pas sur l'axe optique de l'instrument) est partiellement éteinte par l'apodisation, et la visibilité est donc augmentée. Dans le cas extrême, la séparation est telle que l'interféromètre ne voit qu'une étoile (Visibilité égale à 1).

¹Pour une erreur de pente de phase inférieure à 1 radian, la carte d'efficacité de couplage se déplace d'une distance angulaire inférieure à la limite de diffraction du télescope considéré.

Chapitre 8

Évaluation de l'amplitude des erreurs de mesure

8.1 Simulateur

Les résultats obtenus dans la section 7.3.2 sont difficilement applicables à des objets plus complexes. Afin de tester l'effet de l'efficacité de couplage différentielle sur l'estimation des visibilités, un simulateur a été développé. Ce simulateur a été écrit entièrement en C, afin d'en optimiser la rapidité d'exécution. Le coeur du simulateur est la routine qui permet de calculer la visibilité des franges et la valeur des sorties photométriques : cette routine est représentée dans la figure 8.1. Un modèle de Taylor [Taylor, 1935] ¹ est utilisé pour générer deux séries de 2000 fronts d'ondes, qui sont utilisées par le simulateur pour produire les fronts d'ondes des pupilles des télescopes. L'amplitude des aberrations de phase est calculée en fonction des valeurs de d et d/r_0 choisies. Il est prévu d'inclure un modèle de système d'optique adaptative (en fait, un modèle différent par télescope) afin de modifier les séries de fronts d'ondes avant la création des pupilles. Cette fonction n'est actuellement pas implémentée et les résultats présentés dans cette étude ont été obtenus à partir de fronts d'ondes atmosphériques non corrigés.

8.2 Résultats

Les figures 7.1 et 7.2 ont été obtenues par le simulateur et illustrent la variation temporelle des signaux photométriques et interférométriques dans le cas de l'observation d'une étoile double. Afin de mieux évaluer et comprendre l'amplitude de l'effet d'efficacité de couplage différentielle, le simulateur est exécuté avec différentes valeurs des paramètres : séparation angulaire du système, diamètre des télescopes et base de l'interféromètre. Pour chaque configuration (série de valeurs des paramètres), le simulateur est exécuté sur une série de 2000 fronts d'ondes, soit un temps total de 2s. Les

¹D'après ce modèle, la turbulence atmosphérique peut être modélisée par un écran de phase constant dans le temps se déplaçant devant le télescope

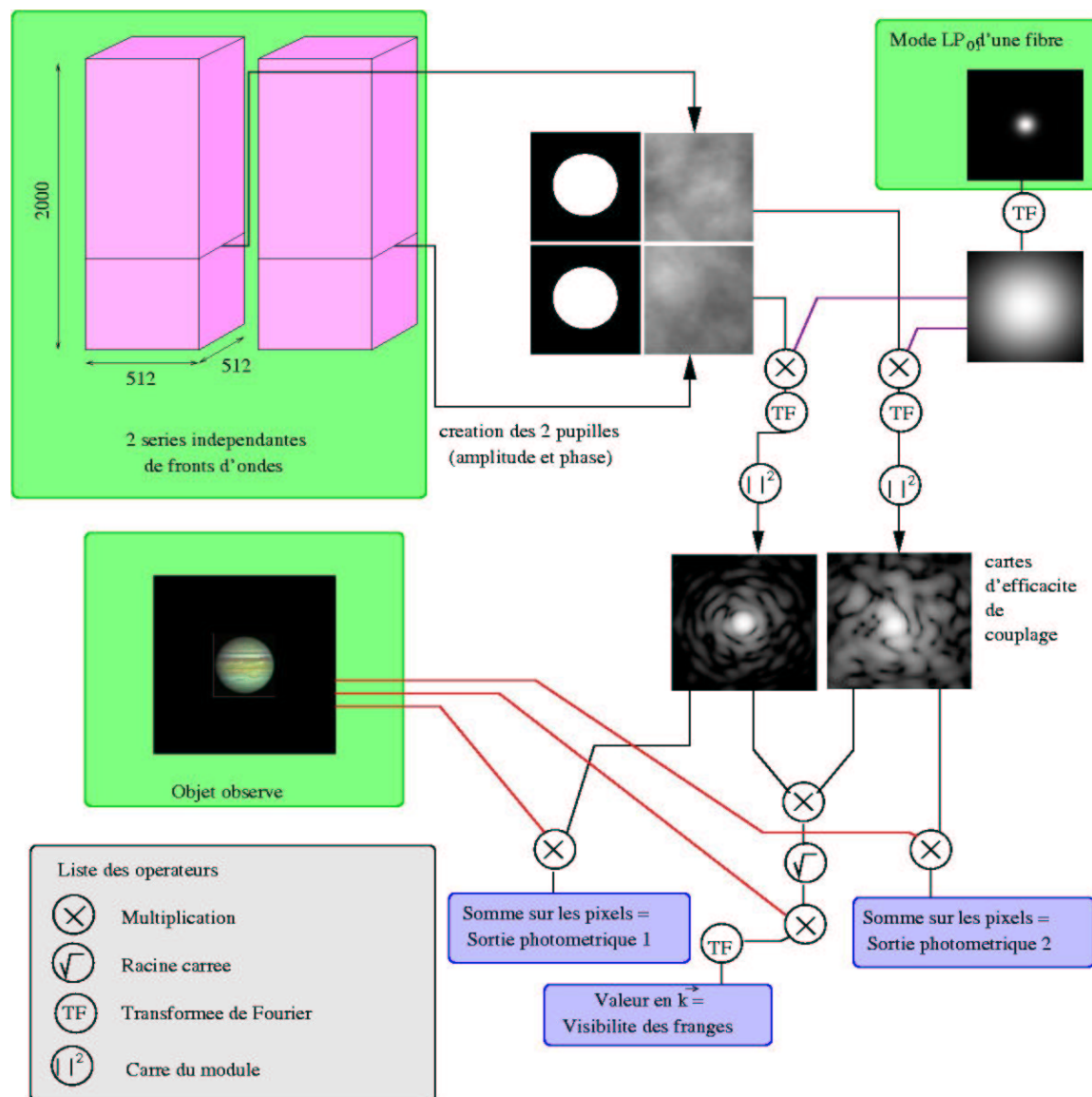


FIG. 8.1 – Représentation schématique de l'algorithme permettant le calcul de la visibilité des franges et de la valeur des sorties photométriques d'un interféromètre à fibre. Les entrées sont encadrées en vert et les sorties sont encadrées en bleu.

paramètres clés de la simulation sont présentés dans la table 8.1.

Notation	définition	valeur adoptée
d	diamètre des télescopes	1m
v	Vitesse de défilement	10m/s
r_0	Paramètre de Fried	1m
dt	incrément de temps	0,001s
N	Nombre de fronts d'ondes	2000

TAB. 8.1 – Paramètres utilisés dans les simulations. Un modèle de Taylor mono-couche est utilisé pour simuler les variations du front d'onde.

8.2.1 Observation d'une étoile double

Dans cette section, je considère l'observation d'une étoile double dont les composantes ont la même luminosité. Le choix de cet exemple s'explique par l'extrême simplicité de l'objet, modélisé par deux points de taille nulle. C'est l'objet non étendu le plus simple, et il permet donc d'accéder à une bonne compréhension des phénomènes physiques qui sont à la source des erreurs commises dans l'estimation de la visibilité d'objet étendus. Le bruit de photons n'est pas pris en compte. La séparation angulaire du système, suivant l'axe de résolution de l'interféromètre, est noté α . L'axe optique de l'interféromètre est pointé sur une des deux composantes du système.

Cas idéal : absence d'aberrations. Dans un premier temps, je considère le cas idéal sans aberrations de front d'onde. La valeur de la visibilité des franges obtenues dans ce cas est donnée dans la figure 8.2, dont les axes sont la séparation du système, exprimée par rapport à la limite de diffraction d'un télescope, et le rapport base/diamètre des télescopes. Les valeurs de B/d pour différents interféromètres, existants ou en cours de réalisation, sont également données sur la droite du graphe. Cette représentation est également utilisée pour les figures 8.3, 8.4 et 8.5. Dans cette représentation, la visibilité de l'objet est constante sur une diagonale où $B/d \times \frac{\alpha}{\lambda/d}$ est constant. Cette propriété est nettement visible dans la figure 8.2, où la visibilité corrigée $V_{corrigee}$ est presque constante sur ces diagonales. Cependant, dans la partie droite du graphe, (α proche de λ/d), la visibilité est sur-estimée : la séparation devient suffisante pour qu'une des deux composantes soit atténuée par la carte d'efficacité de couplage, et par conséquent, la visibilité devient proche de 1. Dans le cas extrême, le compagnon est suffisamment éloigné pour être "ignoré" par l'interféromètre, et $V_{corrigee} = 1$. Cet effet est dû à la taille finie du champ couplé dans un interféromètre à fibres, et peut être prédit et corrigé si un modèle simple de la source observée existe, ce qui est le cas pour l'observation d'une étoile double.

Effet de la turbulence atmosphérique. Les erreurs de front d'onde affectent la précision de la mesure de la visibilité de plusieurs façons, qu'il convient de définir. Le

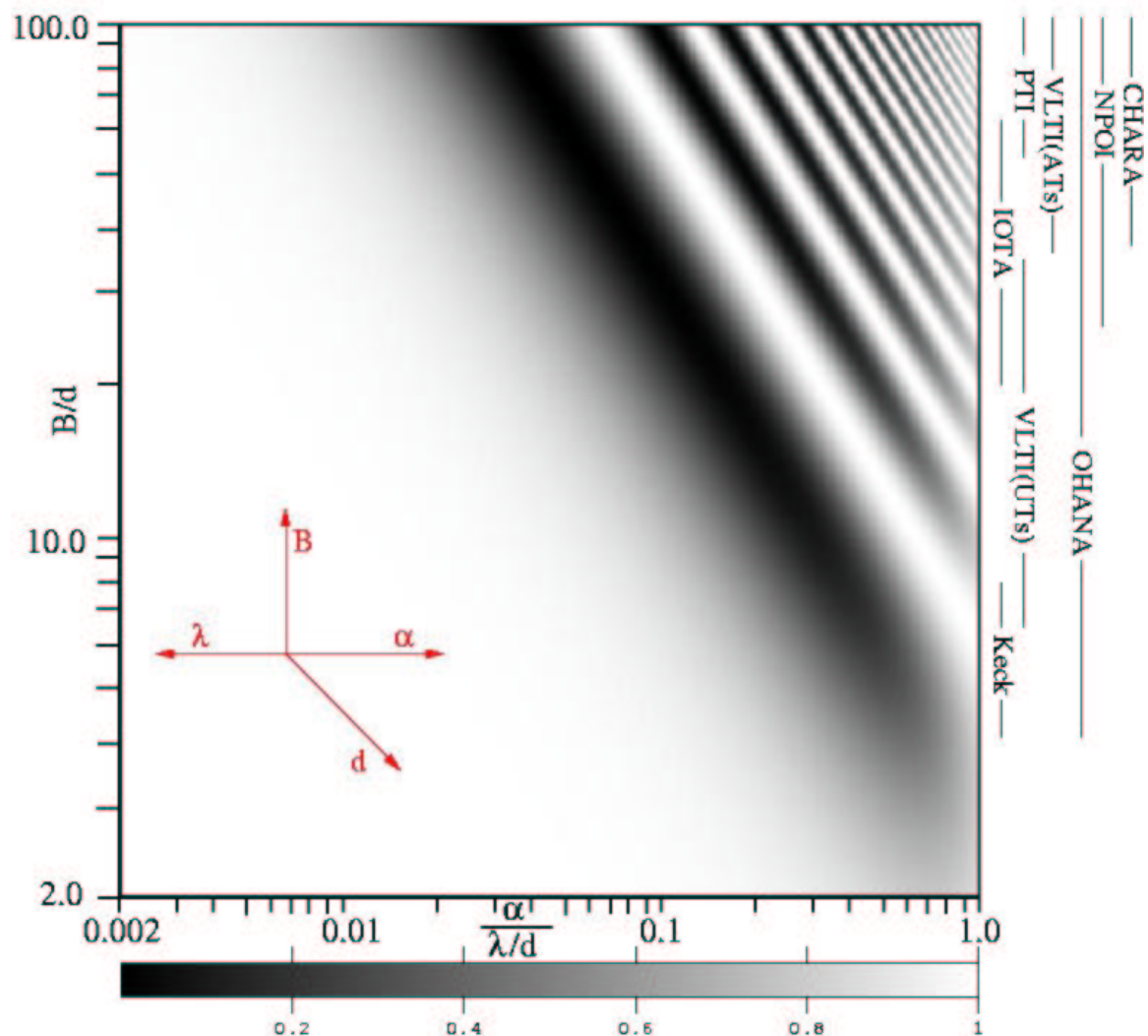


FIG. 8.2 – Visibilité (photométriquement corrigée) des franges lorsqu’une étoile double de séparation angulaire α est observée par un interféromètre à fibres de base B (les directions de la base et du système double sont alignées) constitué de deux télescopes de diamètre d . Aucune aberration de front d’onde n’est présente dans cette simulation. Les vecteurs rouges illustrent le déplacement d’un point dans le plan lorsque la valeur de λ , d , α ou B augmente.

premier effet de la turbulence est d'introduire une variation temporelle de l'estimation $V_{corrige}$ de la visibilité de la source. Ainsi, deux mesures faites à des instants différents sont différentes. Cette première source d'erreur peut être contournée par le moyennage d'un grand nombre de mesures. Le second effet change la valeur moyenne de $V_{corrige}$, et ne peut pas être corrigé par une simple multiplication du nombre de mesures.

C'est ce second effet que j'étudie, car je considère que le premier effet (variance de la mesure) peut être traité comme un problème de rapport S/B. Afin de calculer l'amplitude de cet effet, le simulateur est utilisé avec les paramètres donnés dans la table 8.1, et une moyenne temporelle de $V_{corrige}$, sur les 2000 mesures obtenues, est comparée aux données présentées dans la figure 8.2. La valeur absolue de la différence entre les deux simulations ($d/r_0 = 0$ et $d/r_0 = 1$) est représentée dans la figure 8.3. Ainsi, on peut lire sur cette figure que l'erreur commise sur la visibilité d'une étoile double dont les composantes sont séparés de $0,4 \lambda/d$ observée par un interféromètre de base $8d$ est supérieure à 10% (observation à $1\mu m$ par la base Keck 1 - Keck 2 d'un système de séparation $8 msa$).

On note sur la figure 8.3 que pour $d/r_0 = 1$, la turbulence n'affecte pas la moyenne temporelle de $V_{corrige}$ sur une ligne définie par $\alpha/(\lambda/d) = 0,7$. À gauche de cette ligne verticale, la turbulence augmente $V_{corrige}$, tandis qu'à droite, la turbulence diminue $V_{corrige}$. Cependant, pour cette valeur de $\alpha/(\lambda/d) = 0,7$ comme pour tous les points du graphe pour lesquels $\alpha/(\lambda/d) \approx 1$, la turbulence introduit une forte variation temporelle de $V_{corrige}$, dont le temps caractéristique est le temps de cohérence des fronts d'ondes. Il est donc nécessaire de moyennner les mesures sur un temps important pour réduire cette erreur. De plus, cette valeur "d'équilibre" de $\alpha/(\lambda/d)$ est une fonction des propriétés statistiques du front d'onde, qui, en réalité changent en fonction du temps (par exemple, valeur de d/r_0 non constante, ou spectre de puissance des aberrations variable). Cette propriété ne peut donc pas être utilisée en pratique afin d'éliminer les erreurs sur la visibilité.

De même, il peut sembler raisonnable de penser que, puisque ces erreurs peuvent être prédites, il soit possible de les corriger et de recalculer la visibilité de l'objet en tenant compte du travail présenté dans ce document. En fait, le caractère non-aléatoire des fronts d'ondes et la nécessité d'adopter des hypothèses sur la structure de l'objet limitent très fortement l'utilité et la performance d'une telle stratégie. Il serait irréaliste de considérer que le moyennage des fronts d'ondes permette de réduire significativement les erreurs présentées dans ce travail, tout comme il est irréaliste de considérer que les speckles se moyennent avec le temps dans l'image délivrée par un système d'optique adaptative. L'erreur systématique présentée dans les figures 8.3, 8.4, 8.5, 8.6 et 8.7 est, pour la plupart des points de l'espace $(\alpha/(\lambda/d), B/d)$ considérés, très proche de l'écart type de la mesure de $V_{corrige}$. Cette propriété est vérifiée partout dans le plan sauf pour la ligne "d'équilibre" $\alpha/(\lambda/d) = 0,7$, et s'explique par le fait que l'écart type est au moins (et, en fait, presque égal) égal à la "distance" entre la valeur moyenne $V_{corrige}$ et sa valeur de référence en l'absence d'aberrations (le front d'onde plat est le front d'onde le plus probable généré par la turbulence atmosphérique). Les valeurs des erreurs données dans les figures 8.3, 8.4 et 8.5 sont donc représentatives des erreurs obtenues dans le cas d'une observation dans des conditions réalistes.

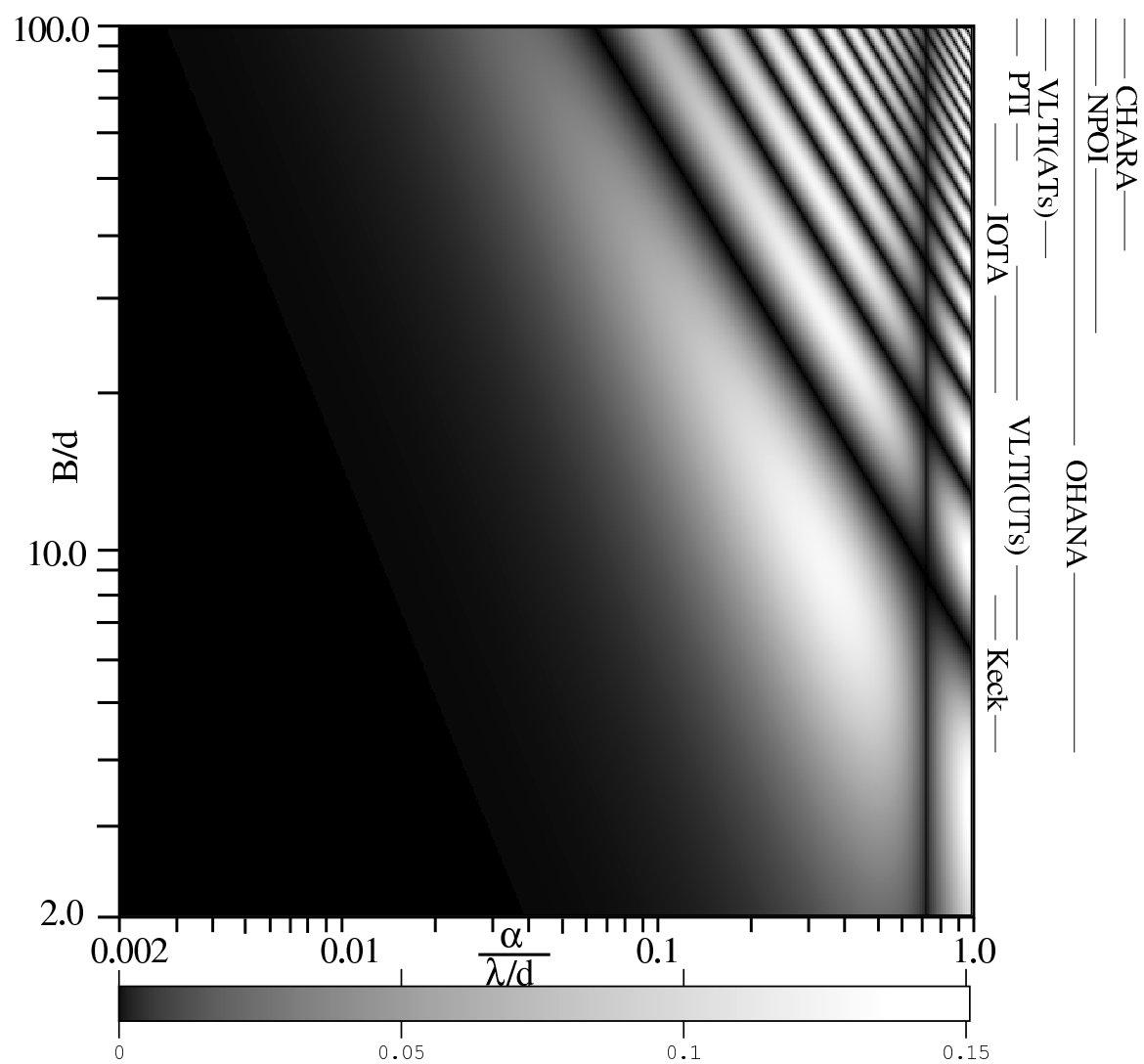


FIG. 8.3 – Observation d’une étoile double : valeur absolue de la différence entre la valeur de $V_{corrigée}$ obtenue en l’absence de turbulence (voir figure 8.2) et la valeur moyenne de la valeur de $V_{corrigée}$ obtenue avec $d/r_0 = 1$.

L'erreur commise sur la visibilité correspond à une erreur sur les paramètres physiques estimés pour le système (contraste, séparation angulaire). Par exemple, si l'hypothèse d'égale luminosité des deux composantes est faite, l'erreur sur la visibilité représentée dans la figure 8.3 correspond à l'erreur sur la séparation entre les composantes représentée dans la figure 8.4. Ainsi, l'erreur sur la visibilité supérieure à 10% citée précédemment est équivalente à une erreur supérieure à 10% sur la séparation angulaire du système. Lorsque la source est suffisamment étendue pour être observée au-delà du premier zéro de sa fonction de visibilité, plusieurs valeurs de α peuvent expliquer la même valeur de la visibilité, et j'ai donc choisi de ne pas estimer l'erreur sur la séparation des composantes dans ce domaine (domaine grisé en haut à gauche de la figure 8.4).

La figure 8.4 révèle que, dans la plupart des cas, les erreurs sur les paramètres physiques du système sont inférieures à 1% pour $\alpha < 0,02 \lambda/d$. Les erreurs sont particulièrement importantes pour des observations proches du premier zéro de la fonction de visibilité de l'objet (10 à 20%). La visibilité de l'objet le long de la ligne pointillée est égale à 0,9, et il est relativement fréquent pour les interféromètre de travailler dans la gamme de visibilité 0 à 0,9, donc à droite de cette ligne.

8.3 Autres types d'objets

La figure 8.5 montre, tout comme la figure 8.4 pour la mesure de la séparation d'une étoile double, l'erreur sur la mesure du diamètre angulaire d'une étoile provoquée par les effets d'efficacité de couplage différentielle. Une comparaison rapide entre ces deux figures montre que les erreurs sur l'estimation du diamètre d'une étoile sont, pour la plupart des points du plan, environ dix fois moindres que les erreurs sur l'estimation de la séparation angulaire d'une étoile double (la comparaison est effectuée pour une séparation de l'étoile double égale au diamètre de l'étoile).

Dans le cas d'une étoile double, l'effet de couplage différentiel est très fort car seules les franges provenant de la séparation entre les deux composantes (la fonction d'auto-corrélation de l'objet est constituée de seulement 3 points : origine, +vecteur séparation et -vecteur séparation) sont observées, alors que pour une étoile modélisée par un disque uniforme, une superposition de franges correspondant à des séparations égales ou inférieures au diamètre de l'étoile est observée (la fonction d'auto-corrélation de l'objet est maximale en 0 et décroît continuellement jusqu'à la distance correspondant au diamètre de l'étoile). L'effet de l'efficacité de couplage différentielle est faible pour les franges créées par les couples de points dont la séparation est faible. À taille égale de l'objet, les erreurs sont donc plus importantes pour un objet "éclaté" que pour un objet compact.

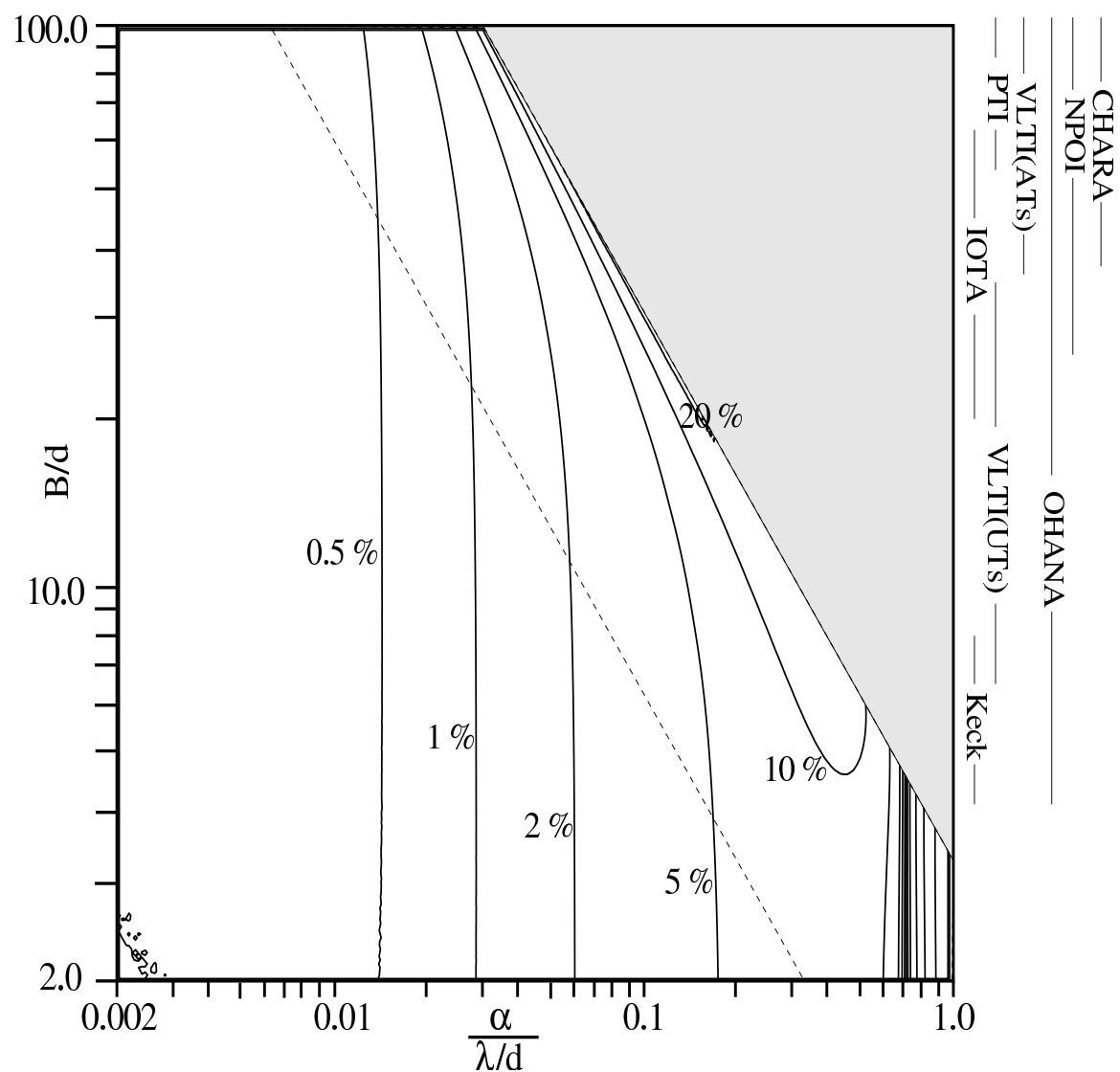


FIG. 8.4 – Erreur relative sur l'estimation de la séparation α entre les deux composantes d'une étoile double.

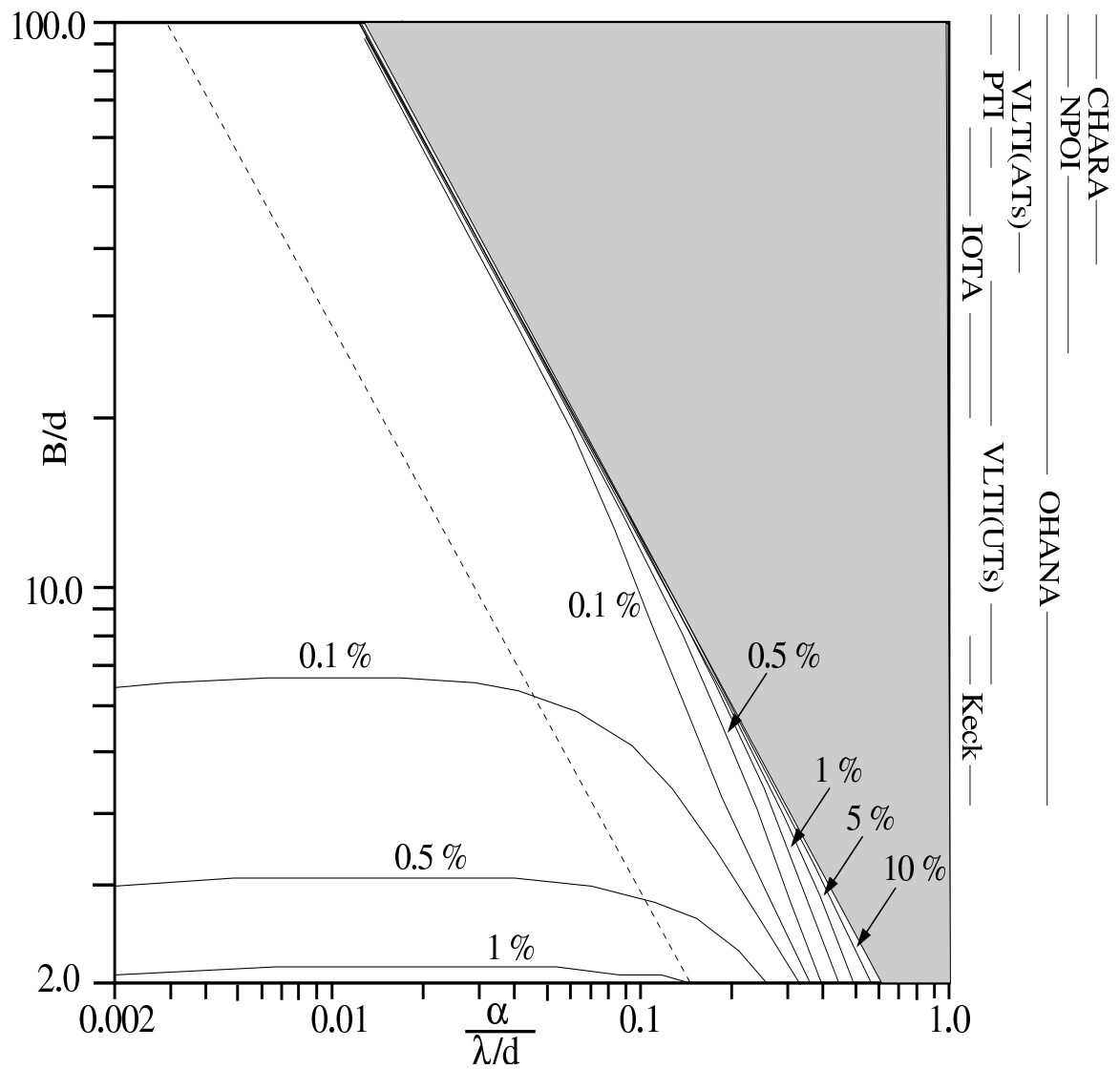


FIG. 8.5 – Erreur relative sur l'estimation du diamètre angulaire d'une étoile.

8.4 Effet de la précision finie de la mesure de visibilité

Les résultats présentés jusqu'à présent ne tiennent pas compte de la précision finie de la mesure de la visibilité des franges. Plusieurs sources d'erreurs limitent cette précision :

- Vibrations des optiques (télescopes et recombineur)
- Variations rapides de la DDM (d'origine atmosphérique ou instrumentale)
- Variation de la DDM en fonction de la longueur d'onde (dispersion)
- Effets de polarisation différentiels entre les deux voies de l'interféromètre
- Méconnaissance des propriétés des coupleurs photométriques
- Bruit de photon
- Effets thermiques et mécaniques sur les propriétés des fibres et coupleurs
- Variation des fractions de couplage en fonction de la longueur d'onde.

Il est cependant possible d'obtenir une bonne précision par une bonne compréhension de l'interféromètre et l'acquisition d'un nombre important de mesures : l'instrument FLUOR sur l'interféromètre IOTA a démontré la possibilité d'une mesure de visibilité précise à 0,4%. L'obtention de cette précision n'est possible que par une calibration fréquente de l'interféromètre². Il est également important d'augmenter la fréquence temporelle des franges (variation rapide de la DDM) pour réduire la sensibilité aux variations rapides de flux couplé dans les deux voies et aux variations rapides de la DDM.

Les figures 8.4 et 8.5 donnent l'illusion que, pour augmenter la précision de la mesure des paramètres physiques (par exemple séparation angulaire ou diamètre) de la source, il est avantageux de diminuer la base B et/ou d pour limiter l'effet des erreurs de champ. Ainsi, d'après la figure 8.4, pour obtenir une bonne précision sur la mesure de la séparation d'une étoile double, il est nécessaire de se placer dans la zone du graphe pour laquelle la visibilité est très proche de 1 (en bas à gauche). Cependant, en pratique, il est impossible de mesurer la séparation d'une source si sa visibilité est supérieure à $1 - \epsilon$, où ϵ est l'erreur dans la mesure de la visibilité (la source n'est pas résolue par l'interféromètre). Il convient donc de tenir compte de ce terme d'erreur pour estimer la performance de l'interféromètre. Les figures 8.6 et 8.7 donnent l'amplitude des erreurs sur la mesure de la séparation d'une étoile double et le diamètre d'une étoile respectivement. L'hypothèse (pessimiste) faite est que les erreurs s'ajoutent (et non pas leur carré), car ces deux erreurs, contrairement à un bruit de photon par exemple, engendrent une distribution statistique des mesures fortement non gaussienne, et peuvent être modélisées par un biais systématique dans les données. L'adoption d'une hypothèse plus optimiste (le carré des erreurs s'additionne) ne change néanmoins pas les conclusions de cette étude.

²Par exemple, en observant une source non résolue, dont la visibilité est égale à 1.

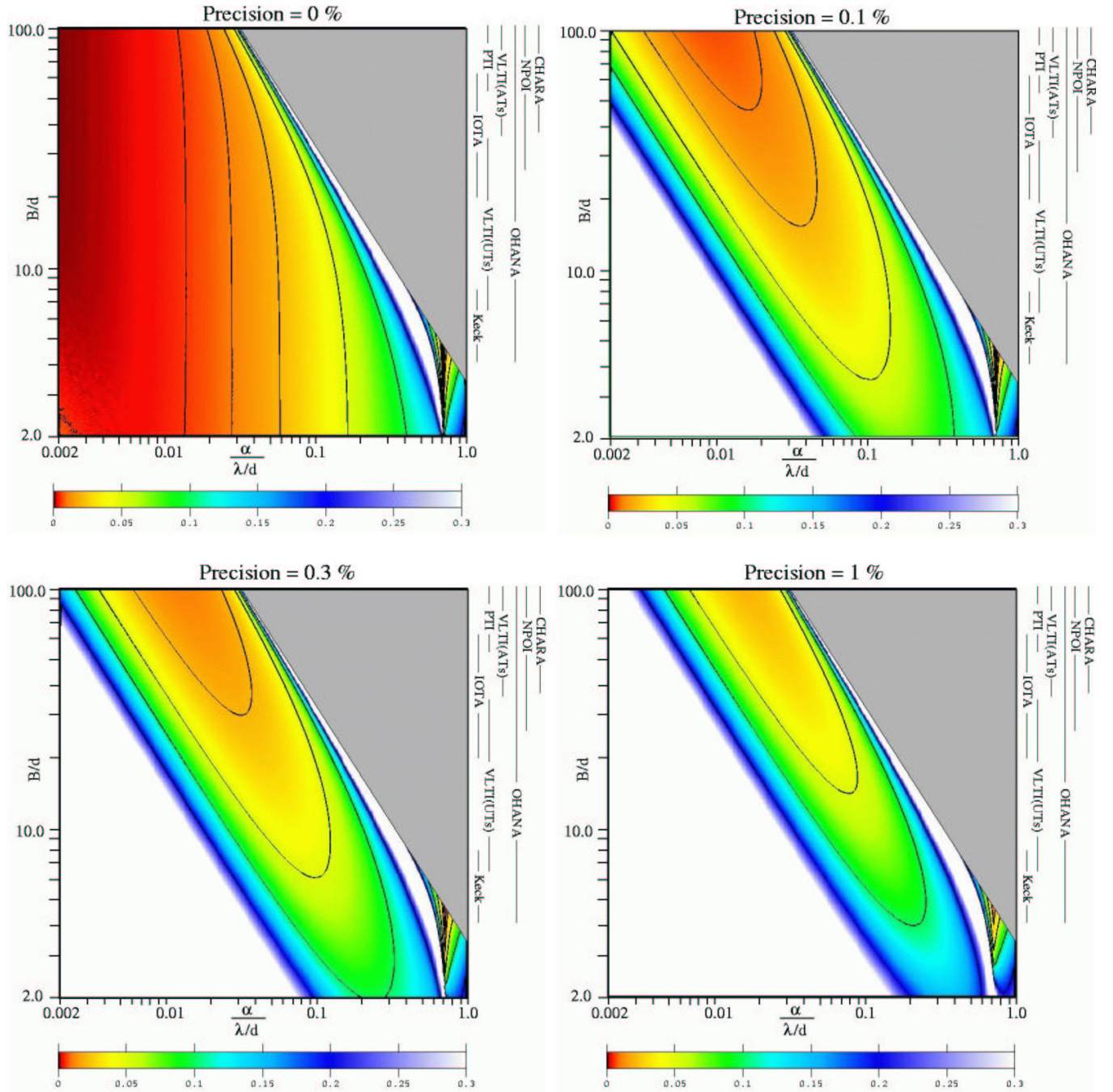


FIG. 8.6 – Effet cumulatif des erreurs d'efficacité de couplage différentielle et d'une précision limitée de la mesure de la visibilité sur la précision de la mesure de la séparation angulaire d'une étoile double.

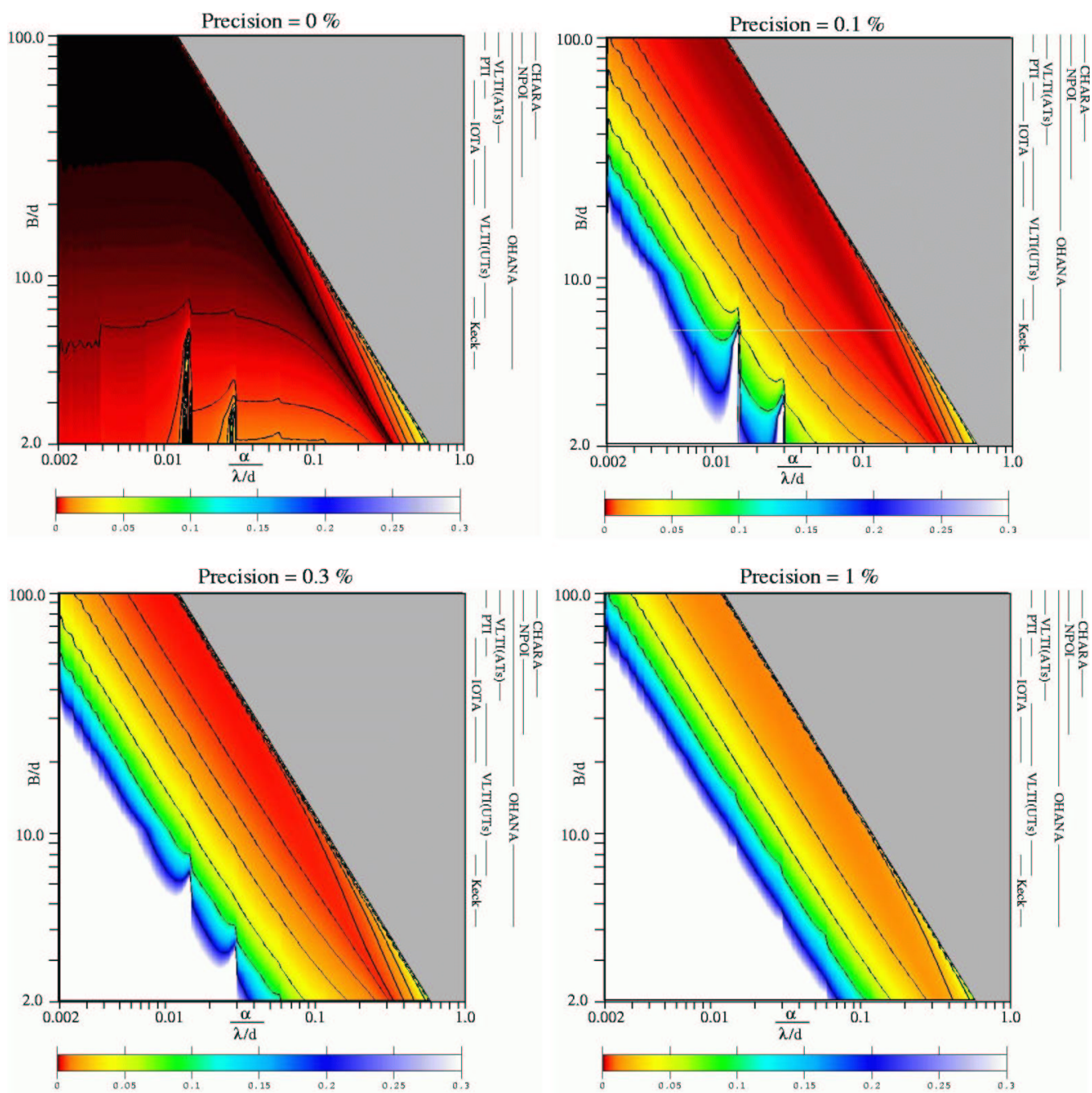


FIG. 8.7 – Effet cumulatif des erreurs d'efficacité de couplage différentielle et d'une précision limitée de la mesure de la visibilité sur la précision de la mesure du diamètre angulaire d'une étoile.

8.5 Qualité du front d'onde

Tous les résultats présentés jusqu'à présent ont été dérivés avec des fronts d'ondes atmosphériques simulés (modèle de Kolmogorov de la turbulence) avec r_0 , le paramètre de Fried, égal à d , le diamètre des ouvertures considérées. Ces hypothèses sont valables pour un interféromètre aux ouvertures modestes sans optique adaptative, tel IOTA. Cependant, les interféromètres à fibres du futur, tel OHANA, sont composés de grands télescopes chacun équipé d'un système d'optique adaptative.

Dans un premier temps, je me limite à l'étude du problème dans le cas d'une turbulence atmosphérique non corrigée, paramétrée par d/r_0 . La figure 8.8 montre l'évolution de l'erreur moyenne (moyenne de 2000 mesures) et de l'écart type avec d/r_0 pour $\alpha/(\lambda/d) = 0,22$ et $B/d = 5,92$. À titre indicatif, le Strehl (mesuré dans le simulateur) correspondant à chaque valeur de d/r_0 est indiqué. L'erreur moyenne est très proche de la racine carrée de la variance des mesures, quelque soit la valeur de d/r_0 . L'erreur est quasi-constante au-delà de $d/r_0 = 1$, et décroît vers 0 lorsque d/r_0 décroît. Ainsi, les résultats présentés jusqu'à présent (pour $d/r_0 = 1$) sont également valables pour $d/r_0 > 1$, ou pour des télescopes dont le système d'optique adaptative délivre des images corrigées de Strehl inférieur à environ 0,3. Cette saturation de l'effet de couplage différentiel au-delà de $d/r_0 = 1$ s'explique par le fait que le gradient d'efficacité de couplage est limité par la taille caractéristique des "speckles", et la différence caractéristique d'efficacité de couplage entre deux points, pour $d/r_0 > 1$, n'est pas une fonction de d/r_0 .

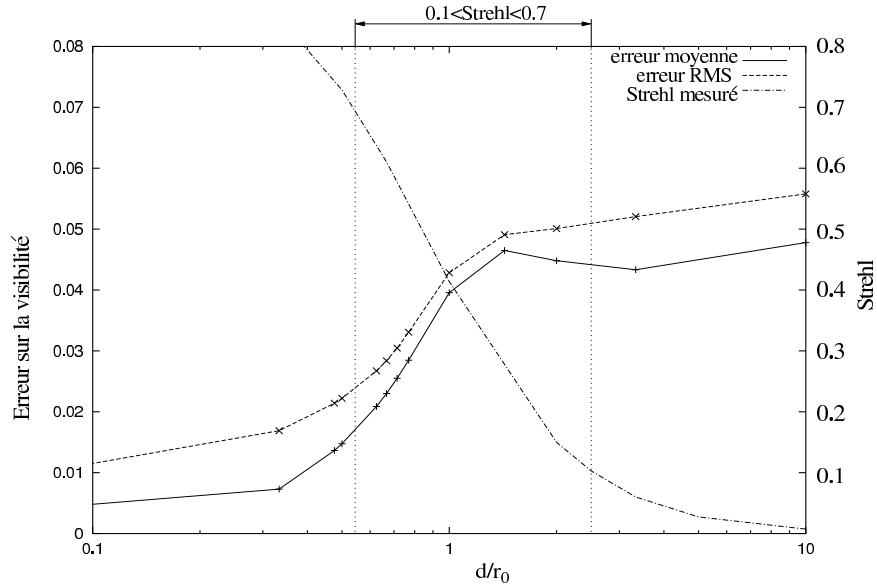


FIG. 8.8 – Variation de l'amplitude des erreurs sur la visibilité en fonction du paramètre d/r_0 .

Si la qualité des fronts d'ondes est bonne ($Strehl > 0,3$), la FEP peut être modélisée par une tache de diffraction cohérente à laquelle est ajouté un "halo" incohérent de speckles rapidement variables. Le Strehl est alors la fraction de la lumière

qui est contenue dans la partie cohérente de la FEP. L'amplitude des erreurs est alors multipliée par le rapport entre l'intensité centrale moyenne du halo incohérent et l'intensité centrale de la composante cohérente de la FEP. L'utilisation de ce modèle simplifié de la FEP délivrée par un système d'optique adaptative est cependant dangereuse, car il faut éviter d'idéaliser le système par un système offrant une correction parfaite d'un nombre limité de modes. Cette idéalisation du système ne prendrait pas en compte les défauts de tip/tilt par exemple (ou les modéliserait incorrectement comme faisant partie d'un halo incohérent étendu) et donnerait des valeurs très optimistes des erreurs de visibilité. La figure 8.9 illustre cet effet en comparant le profil radial du halo "incohérent" dans le cas réel et dans le cas idéalisé.

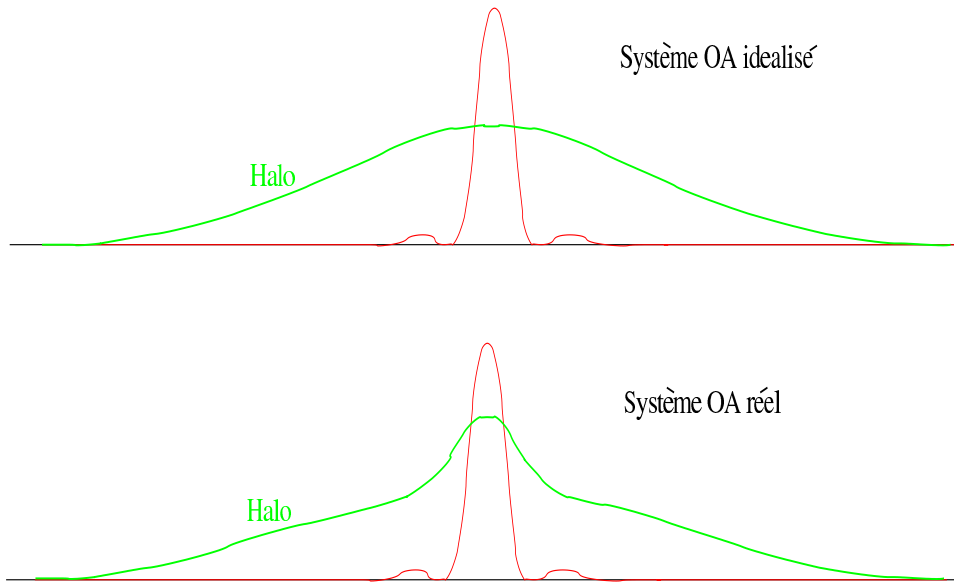


FIG. 8.9 – Modélisation de la FEP par la somme d'un halo incohérent et d'une tache de diffraction cohérente. Cas idéalisé où la correction des bas ordres est sur-estimée (haut) et cas réaliste (bas).

8.6 Conclusions importantes pour l'utilisation optimale d'un interféromètre

Afin d'obtenir une bonne précision sur la mesure d'un paramètre physique de la source, il convient d'éviter d'observer une source pour laquelle $\alpha \approx \lambda/d$ (pour limiter l'erreur sur la visibilité causée par l'effet d'efficacité de couplage différentielle), d'éviter de se placer près de la diagonale $V = 0$ (pour limiter l'effet de cette erreur de visibilité sur l'estimation du paramètre physique) et d'éviter d'observer une source pour laquelle la visibilité est proche de 1 (pour limiter l'erreur due à la précision finie de la mesure de la visibilité). Ainsi, les figures 8.6 et 8.7 montrent que pour minimiser l'erreur sur la mesure des paramètres physiques de l'objet, il existe un domaine "optimal" d'observation dans le plan $(\alpha/(\lambda/d), B/d)$.

Choix de l'objet. Je me place dans un premier temps dans le cas réaliste où l'observateur dispose d'un interféromètre dont il ne peut pas changer ni la base B ni le diamètre d des télescopes. De même, la précision ϵ sur la mesure de la visibilité des franges est non nulle et ne peut pas être réduite. Par contre, il existe un nombre important d'objets dont l'observation permet de résoudre le problème posé. Ainsi, l'observateur a la liberté de choisir la source pour laquelle l'erreur sur le paramètre physique mesuré sera la plus faible. Dans ce cas, le paramètre B/d est fixe, mais $\alpha/(\lambda/d)$ peut être choisi (par choix de la source) afin de minimiser l'erreur. D'après les figures 8.6 et 8.7, pour $\epsilon = 0$, il convient de minimiser $\alpha/(\lambda/d)$ par le choix d'une source dont la taille est la plus petite possible. Hélas, un tel choix est en pratique limité par la luminosité de l'objet, qui décroît avec sa taille angulaire. Ainsi, si l'observateur veut étudier le diamètre des étoiles de type A0, la distance d à l'objet est inversement proportionnelle à la taille α de l'étoile, et sa luminosité varie en α^2 . La précision de mesure de la visibilité est une fonction décroissante de la luminosité apparente de la source, et le choix de la valeur optimale de $\alpha/(\lambda/d)$ est limité par les performances de l'interféromètre pour l'observation de sources faibles. Si la précision ϵ sur la mesure des franges est finie, alors le choix optimal de $\alpha/(\lambda/d)$ équilibre l'effet de l'efficacité de couplage différentielle et l'effet de la précision finie sur la mesure de la visibilité. La table 8.2 donne, en fonction de B/d , les valeurs optimales de $\alpha/(\lambda/d)$ pour la mesure de la séparation angulaire d'une étoile double.

$\epsilon(\%)$	B/d	Valeur optimale de $\alpha/(\lambda/d)$	Visibilité	erreur sur la mesure de la séparation
0,1	6	0,0793	0,957175	0,03587
0,1	10	0,04928	0,942589	0,0261
0,1	20	0,03107	0,910601	0,01697
0,1	40	0,01714	0,891373	0,01110
0,1	80	0,01148	0,810001	0,007183
0,3	6	0,1059	0,906845	0,051763
0,3	10	0,0793	0,883852	0,0381506
0,3	20	0,04312	0,83284	0,0253491
0,3	40	0,02622	0,758642	0,0169878
0,3	80	0,01537	0,677897	0,0115276
1	6	0,156125	0,807566	0,0794885
1	10	0,098437	0,785587	0,0600977
1	20	0,060576	0,689499	0,0415537
1	40	0,03508	0,597807	0,0294297
1	80	0,019355	0,52539	0,0217632

TAB. 8.2 – Précision optimale d'un interféromètre à fibre sur la mesure de la séparation entre les deux composantes d'une étoile double.

Ainsi, pour un interféromètre avec un rapport B/d égal à 6 (géométrie similaire

à l'interféromètre Keck), la précision sur la mesure de la séparation angulaire entre les composantes de l'étoile double est limitée à 5% si $\epsilon = 0,3\%$. Cette précision n'est atteinte que pour l'observation de séparations correspondant à une visibilité proche de 90%. Pour des valeurs plus grandes de ϵ , la précision optimale est moins bonne et le domaine optimal d'observation se déplace vers des visibilités plus faibles.

Choix de l'interféromètre. Je me place cette fois dans le cas où la taille α de la source est fixe, mais la base B et le diamètre d des télescopes peuvent être choisis pour optimiser la précision sur la mesure du paramètre physique de la source considéré (séparation ou diamètre). La précision de mesure ϵ de la visibilité des franges est indépendante de B et de d , et est fixe. La variation du point de mesure dans le plan $(\alpha/(\lambda/d), B/d)$ lorsque B et d sont modifiés est illustrée dans la figure 8.2. Pour une valeur donnée de d ($\alpha/(\lambda/d)$ est fixe), l'optimisation se résume au choix de la base B telle que la visibilité est dans la gamme optimale de visibilité (entre 0,5 et 0,95 dans la plupart des cas - voir table 8.2). La précision sur la mesure de la séparation d'une étoile double est meilleure si d est petit. En pratique, d est limité par la sensibilité de l'interféromètre (le nombre de photons nécessaires pour obtenir une précision donnée sur la mesure de la visibilité des franges). Pour la mesure du diamètre apparent d'une étoile, le paramètre d influence peu la précision de la mesure, mais B doit être choisi pour se placer à la visibilité optimale, qui dépend essentiellement de la précision ϵ sur la mesure de la visibilité des franges.

8.7 Discussion

La figure 8.10 montre la position d'interféromètres dans le plan base - diamètre des télescopes. Les effets de champ sont particulièrement importants pour les grandes valeurs de B/d et pour l'observation d'objets étendus. Les interféromètres équipés de systèmes d'optique adaptative permettant l'observation de sources faibles et étendues (notés en gris dans la figure 8.10) sont ceux pour lesquels les effets de champ sont les plus forts : OHANA, VLTI, LBT et Keck.

Jusqu'à présent, seules les erreurs sur l'amplitude des franges (la visibilité des franges) ont été étudiées. Des erreurs sur la phase existent également et peuvent être obtenues par les mêmes équations. En particulier, deux techniques interférométriques sont affectées par ces erreurs :

- **Astrométrie différentielle.** Cette technique exploite la différence de la couleur d'une étoile et son compagnon, et permet la détection de planètes. Le centre de luminosité du système varie avec la longueur d'onde, et cette variation est détectée par un déphasage entre les franges à des longueurs d'ondes différentes.
- **Clôture de phase.** Cette technique permet de s'affranchir des déphasages instrumentaux et atmosphériques en écrivant des sommes de différences entre phases. Ces quantités sont choisies pour annuler les déphasages instrumentaux et atmosphériques et ne peuvent être obtenues qu'avec au moins 3 télescopes. Les erreurs de phase dues aux effets de champ ne s'annulent pas dans ces quantités,

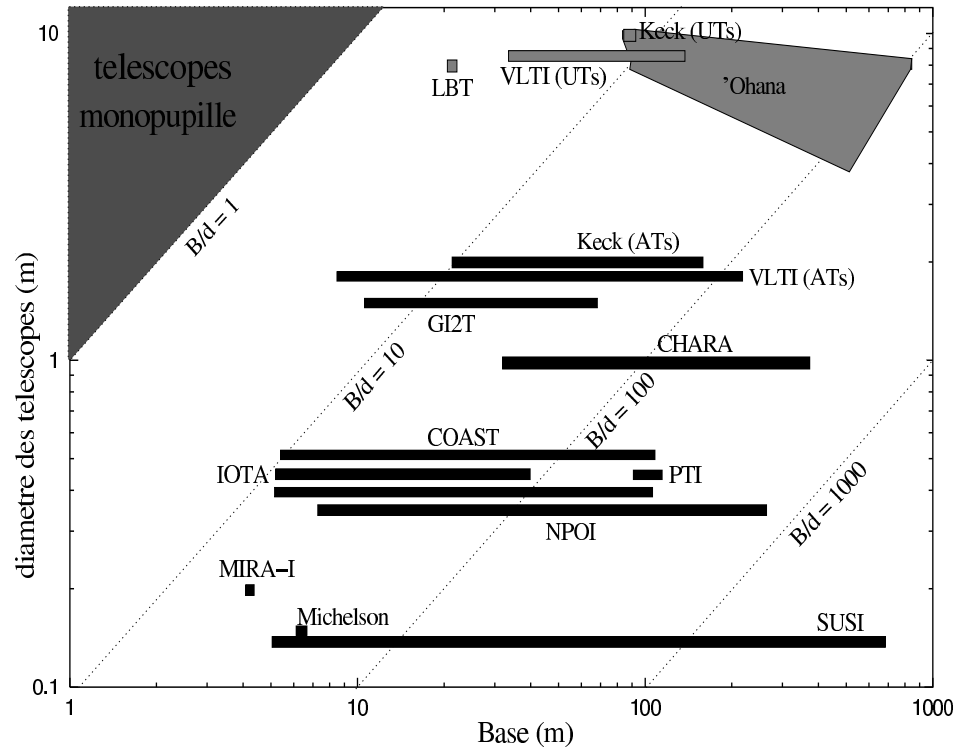


FIG. 8.10 – Base et diamètre des télescopes pour plusieurs interféromètres optiques au sol.

et sont donc présentes dans l'estimation des phases de l'objet observé.

Chapitre 9

Solutions envisagées

9.1 Amélioration et connaissance de la FEP

9.1.1 Optique adaptative performante

La figure 8.8 montre clairement que l'amplitude des erreurs de visibilité diminue si la qualité des fronts d'ondes est améliorée. Pour minimiser ces erreurs, il faut maximiser le rapport entre le pic d'intensité de la partie cohérente de la FEP (Strehl) et la valeur moyenne de l'intensité du halo incohérent dans la partie centrale de la FEP (seule partie de la FEP couplée dans la fibre). Cette optimisation est différente d'une simple optimisation du Strehl, et est équivalente à obtenir une très bonne correction des modes de bas ordres (ceux qui contribuent à l'intensité du halo dans la partie centrale de la FEP).

Le critère d'optimisation de la FEP est en fait une fonction de l'objet observé. Dans le cas d'un objet très étendu, ou de la présence de sources lumineuses à proximité de l'objet, il est important de limiter la contribution du halo des sources périphériques dans la partie du plan focal qui est couplée dans la fibre. Par exemple, dans le cas extrême (mais sans doute fréquent) de l'observation d'une source faible (NAG lointain par exemple) à proximité d'une étoile très lumineuse (utilisée par les systèmes d'optique adaptative comme référence), il faut minimiser le flux du halo de la FEP à la position correspondant au vecteur position de la source faible par rapport à l'étoile guide. Il convient dans un premier temps d'éviter que la diffraction causée par le support du miroir secondaire (araignée) soit alignée avec le vecteur position étoile guide - source observée.

9.1.2 Estimation des cartes d'efficacité de transmission en temps réel

Il est possible d'imager la FEP en temps réel pour estimer les fonctions $\rho_1(\vec{\alpha}, t)$ et $\rho_2(\vec{\alpha}, t)$. Cette estimation est d'autant plus efficace que la qualité du front d'onde est bonne, et exige que le temps d'intégration soit court (inférieur au temps de cohérence de la turbulence), que la source soit petite (taille inférieure à λ/d) et que l'image soit

achromatique. Les deux derniers points assurent que la FEP n'est pas "convoluée" par la taille de l'objet ou le chromatisme de la FEP. L'utilisation d'un senseur de front d'onde (celui du système d'optique adaptative) est un moyen plus robuste d'estimer $\rho_1(\vec{\alpha}, t)$ et $\rho_2(\vec{\alpha}, t)$, obtenus à partir de l'estimation des fronts d'ondes des deux télescopes par l'équation 6.12. La connaissance des fonctions $\rho_1(\vec{\alpha}, t)$ et $\rho_2(\vec{\alpha}, t)$ permet de relier la mesure obtenue à l'objet, par l'équation 7.35.

Cette stratégie est cependant d'une utilité réduite en pratique, car des résultats similaires sont obtenus si l'information collectée est utilisée par le système d'optique adaptative. À moins que le système d'optique adaptative ne soit très inefficace, il est préférable de ne pas priver le senseur de front d'onde des précieux photons nécessaires à l'estimation du front d'onde.

9.1.3 Possibilité d'observation séquentielle des différentes parties de l'objet

Les deux techniques présentées ci-dessus mènent à une bonne connaissance des fonctions $\rho_1(\vec{\alpha}, t)$ et $\rho_2(\vec{\alpha}, t)$. Dans le premier cas (Optique adaptative performante), $\rho_1(\vec{\alpha}, t)$ et $\rho_2(\vec{\alpha}, t)$ sont très proches des cartes d'efficacité de couplage théoriques sans aberrations des fronts d'ondes. Je montre dans cette section qu'une bonne connaissance de ces deux fonctions permet la reconstruction de l'image d'une source arbitrairement étendue. Je considère le cas simple où $d_1 = d_2$. Alors, si les systèmes d'optique adaptative sont très performants,

$$\rho_1(\vec{\alpha}, t) \approx \rho_2(\vec{\alpha}, t) \approx \rho(\vec{\alpha}) \quad (9.1)$$

où $\rho(\vec{\alpha})$ est la carte d'efficacité de couplage théorique sans aberrations. D'après l'équation 7.19, la visibilité des franges est alors la visibilité de l'image apodisée $\mathcal{I}_a$ de l'objet. La fonction d'apodisation est connue et égale à $\rho(\vec{\alpha})$. Ainsi, une mesure d'une composante de Fourier sur une partie de l'image de l'objet est effectuée par chaque observation. Il est alors possible de pointer l'interféromètre (pointage des deux télescopes) séquentiellement vers une série de points sur l'objet pour mesurer une composante de Fourier sur les parties correspondantes de l'objet. Si un nombre suffisant de pointages et de bases est obtenu, il est alors possible de reconstruire l'image de l'objet entier. On notera que la façon dont l'image de l'objet est codée (valeur des composantes de Fourier pour chaque "zone" élémentaire de l'image) est similaire au codage utilisé pour la compression et le stockage d'images au format JPEG, où la compression est obtenue en ne conservant, dans chaque zone élémentaire, que les points du plan (u,v) dont la valeur est supérieure à un certain seuil. Cette technique de "pavage" de l'objet par une série d'observations est utilisée en interférométrie radio [Cornwell, 1988b; Cornwell et al., 1993], où la reconstruction d'images d'objets très étendus est relativement courante. La méthode est très performante car, pour les interféromètres radio, les lobes des antennes (équivalents des cartes d'efficacité de couplage des télescopes d'un interféromètre optique à fibres) sont bien connus et stables (pas de turbulence atmosphérique¹). La précision de pointage et de la qualité

¹En radio, la turbulence "ionosphérique" est néanmoins un facteur important.

de surface des antennes est cependant essentielle pour l'utilisation de cette technique [Cornwell et al., 1993].

9.2 Réduction des données

Un filtrage statistique des données obtenues par l'interféromètre peut permettre une meilleure estimation de la visibilité de la source. La figure 7.2 montre que l'erreur sur l'estimation de la visibilité de l'objet est particulièrement importante lorsque la valeur d'au moins une des deux sorties photométriques est faible. Si ces valeurs sont ignorées dans la moyenne temporelle de la visibilité mesurée, l'erreur sur l'estimation de la visibilité de l'objet peut être réduite significativement.

Cette propriété s'explique par le fait que le gradient de la carte d'efficacité de couplage ρ est borné (car ρ est le carré du module de la transformée de Fourier d'une fonction à support borné). Je note M la limite supérieure du module du gradient de ρ , et je considère deux vecteurs position $\vec{\alpha}_1$ et $\vec{\alpha}_2$ sur le ciel :

$$|\rho(\vec{\alpha}_1) - \rho(\vec{\alpha}_2)| < M \times |\vec{\alpha}_1 - \vec{\alpha}_2|. \quad (9.2)$$

Les erreurs sur l'estimation de la visibilité dues à l'effet d'efficacité de couplage différentielle sont une fonction du rapport entre $\rho(\vec{\alpha}_1)$ et $\rho(\vec{\alpha}_2)$ et sont particulièrement grandes si ce rapport est loin de 1. On a

$$\left| \frac{\rho(\vec{\alpha}_1)}{\rho(\vec{\alpha}_2)} - 1 \right| < M \times \frac{|\vec{\alpha}_1 - \vec{\alpha}_2|}{\rho(\vec{\alpha}_2)}. \quad (9.3)$$

Ainsi, si $\vec{\alpha}_1 \approx \vec{\alpha}_2$, les erreurs ne peuvent être significatives que si $\rho(\vec{\alpha}_2) \approx 0$, et donc $\rho(\vec{\alpha}_1) \approx 0$.

L'utilisation de cette technique a été testée sur le cas particulier de l'observation d'une étoile double de séparation 0,1" observée à $1\mu m$ par deux télescopes de 1m sur une base de 5m. La visibilité de l'objet, pour la base et la longueur d'onde considérées est égale à **0,246**. La visibilité de l'objet apodisé par la carte de couplage en l'absence d'aberrations du front d'onde est **0,334** (l'axe optique de l'interféromètre est pointé sur une des deux composantes).

Une séquence temporelle de mesures simulées pour cette observation est donnée dans la figure 7.2. La simulation utilise un modèle de Taylor pour les fronts d'ondes atmosphériques avec $d/r_0 = 1$ et $v_0 = 10m.s^{-1}$. Cinq séries de 2000 fronts d'ondes sont utilisées et permettent ainsi l'obtention de 10 séquences de 2000 points (il existe 10 combinaisons indépendantes de deux séries de fronts d'ondes). Les 20000 mesures obtenues (2 valeurs photométriques et un contraste mesuré sur les franges pour chaque mesure) sont utilisées pour tester différentes techniques de filtrage statistique des données. Parmi les filtres statistiques testés, deux donnent de bons résultats et sont très simples :

- **Limite sur le produit des valeurs des sorties photométriques** : Seules les mesures pour lesquelles le produit des valeurs des sorties photométriques est supérieure à la limite fixée sont considérés pour l'estimation de la visibilité de l'objet (par moyennage sur les valeurs de la visibilité corrigée retenues).

- **Limite sur la somme des valeurs des sorties photométriques :** Cette technique est similaire au filtrage précédent, mais la somme des valeurs des sorties photométriques est cette fois utilisée.

Le filtrage sur le produit des valeurs des sorties photométriques semble très légèrement supérieur, et c'est ce filtrage dont les performances sont étudiées en détail. La figure 9.1 montre très clairement que l'erreur sur l'estimation de la visibilité diminue si seules les valeurs pour lesquelles le produit P_1P_2 des valeurs des sorties photométriques sont considérées. Dans cette figure, P_1P_2 est normalisé pour que $P_1P_2 = 0,82 \times 0,82$ pour une source ponctuelle sans aberrations de front d'onde (P_1P_2 est donc en fait le produit des efficacités de couplage moyennées sur la source).

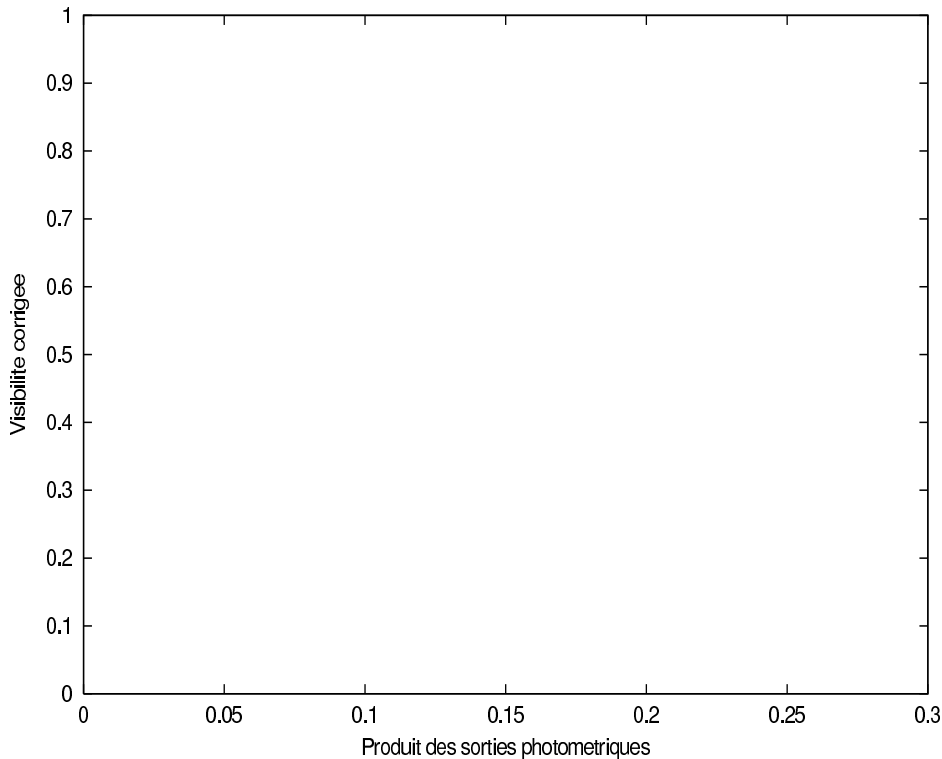


FIG. 9.1 – Distribution des 20000 mesures de la visibilité ($V_{corrige}$) en fonction du produit des sorties photométriques.

Les résultats du filtrage, pour différentes valeurs limites de P_1P_2 , sont présentés dans la table 9.1. La distribution des valeurs de la visibilité corrigée obtenues (figure 9.2) change avec la valeur limite imposée sur P_1P_2 . Lorsque la valeur limite imposée sur P_1P_2 augmente, le nombre de mesures considérées dans l'estimation de la visibilité de l'objet diminue.

Lorsque la limite imposée sur P_1P_2 augmente, la moyenne des valeurs de $V_{corrige}$ retenues diminue et tend vers la visibilité de l'objet (0,246). Ceci peut sembler très surprenant, car la visibilité de l'objet apodisé par la carte d'efficacité de couplage (sans aberrations) est supérieure à cette valeur (0,334). La sélection sur P_1P_2 privilégie les fronts d'ondes qui maximisent le flux couplé et donc pour lesquels la carte d'efficacité

de couplage est centrée sur le centre du système double. Dans ce cas, l'efficacité de couplage des deux composantes est similaire et la visibilité $V_{corrigée}$ est très proche de la visibilité de l'objet. Le filtrage sur P_1P_2 "recentre" donc la carte d'efficacité de couplage afin de maximiser le flux couplé.

Cet exemple est en fait pessimiste, car dans le cas réel, la position des fibres dans les plan focaux des deux télescopes est ajustée afin de maximiser le flux couplé, augmentant ainsi la fraction des points de mesure pour les valeurs importantes de P_1P_2 . La table 9.1 donne également, entre parenthèses, les valeurs obtenues si le centrage est parfait. L'effet du centrage sur les observations peut être résumé par les 4 propriétés suivantes

- **Flux total.** Le flux couplé dans les fibres est meilleur si le centrage est bon. Il en résulte une meilleure sensibilité de l'interféromètre.
- **Valeur moyenne de la visibilité corrigée.** La table 9.1 montre que la valeur moyenne de la visibilité corrigée (sans filtrage statistique) est plus proche de la visibilité de l'objet si le centrage est bon. Si l'interféromètre est mal centré, une partie de l'objet est mal couplée dans les fibres et la visibilité corrigée est affectée par cet effet.
- **Écart type de la visibilité corrigée.** La table 9.1 montre que l'écart type est plus faible si le centrage est bon.
- **Efficacité du filtrage statistique.** Les techniques de filtrage statistique des données, comme par exemple celle présentée dans cette section, sont plus efficaces si le centrage est bon.

Le centrage est surtout critique si la qualité de la correction des fronts d'ondes est bonne. Aucun gain significatif n'est obtenu pour une amélioration de la précision de centrage qui excède l'amplitude du "tip-tilt" atmosphérique résiduel. Dans la comparaison effectuée dans la table 9.1, l'amélioration du centrage de $0,25 \times \lambda/d$, et $d/r_0 = 1$: l'effet du centrage est donc faible dans ce cas.

La table 9.1 montre que la variance de la mesure de $V_{corrigée}$ diminue lorsque la limite sur P_1P_2 augmente, alors que, simultanément, le nombre des mesures diminue. Cette variance peut être utilisée pour calculer la variance de l'estimation de la visibilité, faite par le moyennage des valeurs retenues. Ainsi, si aucune limite sur P_1P_2 n'est imposée, la variance sur l'estimation de la visibilité, est d'après la table 9.1, $\frac{0,140384^2}{N_{mesures}}$, où $N_{mesures}$ est le nombre de mesures faites. Si une limite égale à 0,05 est imposée sur P_1P_2 , la variance sur l'estimation de la visibilité est égale à $\frac{0,092246^2}{0,608 N_{mesures}}$, où le dénominateur est le nombre de mesures retenues par le filtrage statistique. On peut donc définir l'**écart type réduit** E_r , telle que la variance sur l'estimation de la visibilité est égale à $\frac{E_r^2}{N_{mesures}}$, où $N_{mesures}$ est le nombre de mesures faites (supérieur au nombre de mesures retenues par le filtre). La dernière colonne de la table 9.1 montre que cet écart type réduit reste relativement identique quelque soit la valeur limite sur P_1P_2 imposée. Ainsi, dans le cas de l'observation d'un objet lumineux, pour lequel le bruit instrumental est faible, la réduction du nombre de valeurs retenues par le filtre est compensée par la diminution de la variance sur les mesures retenues : il n'est pas nécessaire d'augmenter le nombre total de mesures pour conserver la même précision de mesure.

Limite sur P_1P_2	Fraction des données utilisable	moyenne	écart type	Nombre de mesures	écart type réduit
0,00	1,000 (1,000)	0,379374 (0,337032)	0,140384 (0,110379)	20000 (20000)	0,140384 (0,110379)
0,05	0,608 (0,688)	0,329218 (0,314913)	0,092246 (0,081665)	12161 (13770)	0,118303 (0,0984559)
0,10	0,323 (0,378)	0,297313 (0,292493)	0,059204 (0,057385)	6451 (7560)	0,104244 (0,0933367)
0,15	0,126 (0,149)	0,277722 (0,271304)	0,038710 (0,035385)	2524 (2984)	0,108967 (0,0793157)
0,20	0,0215 (0,0271)	0,259147 (0,256433)	0,020586 (0,020085)	430 (541)	0,140395 (0,122120)
0,25	0,0004 (0,00035)	0,244975 (0,243518)	0,002471 (0,001798)	8 (7)	0,123550 (0,0961071)

TAB. 9.1 – Résumé des résultats du filtrage sur la valeur du produit des sorties photométriques, Les valeurs entre parenthèses sont obtenues si l’axe optique de l’interféromètre est pointé vers le centre du système.

Par commodité, l’étude faite dans cette section ne tient pas compte de la nature de la distribution des valeurs de la visibilité corrigée obtenues, et les calculs qui ont été faits considèrent implicitement ou explicitement des distributions gaussiennes. La figure 9.2 montre que, dans l’exemple considéré, la distribution est fortement asymétrique et suggère que l’estimation de la visibilité de l’objet peut être plus efficacement obtenue par la recherche du pic de la distribution. Il serait très intéressant d’étudier si cette propriété est générale, et de développer une analyse statistique des mesures l’exploitant. L’exemple traité ci-dessus ne peut sans doute pas être généralisé, et le filtre statistique suggéré n’est sans doute pas optimal, mais illustre le potentiel d’un traitement statistique évolué des données.

9.3 Réduction du diamètre des télescopes

À base B constante, une réduction du diamètre d permet, pour un objet de taille α fixe, de diminuer l’amplitude de l’effet de couplage différentiel et donc de réduire les erreurs de visibilité sur des sources étendues. Lorsque le diamètre diminue, deux effets s’ajoutent pour améliorer la précision des mesures :

- **Le paramètre $\alpha/(\lambda/d)$ diminue.** Le déplacement du point de mesure dans le plan $(\alpha/(\lambda/d), B/d)$, indiqué dans la figure 8.2, permet de réduire, à d/r_0 fixe, les erreurs de visibilité (voir figure 8.3). Dans le cas extrême (d très petit), l’efficacité de couplage peut être considérée constante sur l’étendue de l’objet et dans le temps.

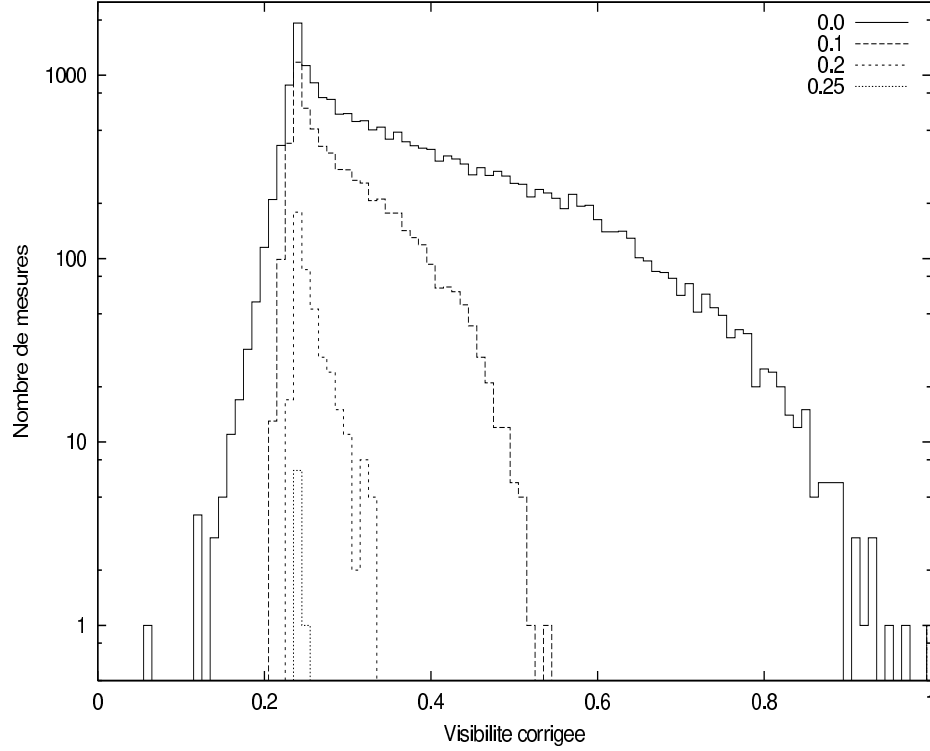


FIG. 9.2 – Distribution de la visibilité ($V_{corrige}$) des mesures retenues par le filtrage sur la valeur de $P_1 P_2$, pour 4 valeurs de la limite imposée.

– **Le paramètre d/r_0 diminue.** À r_0 constant, la qualité du front d'onde s'améliore rapidement avec une réduction de d , et il en résulte une diminution des erreurs de visibilité (voir la figure 8.8). Pour un télescope équipé d'un système d'optique adaptative, cette amélioration est moindre, mais toujours existante.

La réduction du diamètre des télescopes réduit le flux de photons couplés dans l'interféromètre. Par conséquent, il existe un diamètre optimal des télescope pour lequel la précision obtenue sur l'estimation de la visibilité de l'objet est optimale. Ce diamètre est d'autant plus réduit que l'objet est lumineux.

9.4 Réduction de la focale du couplage

L'équation 6.9 exprime l'efficacité de couplage pour une pupille circulaire sans obstruction centrale et sans aberrations en fonction des paramètres X_1 (distance angulaire réduite à l'axe optique) et X_2 (taille réduite de la figure d'Airy). Le problème de l'efficacité de couplage différentielle peut être réduit si l'efficacité de couplage varie très lentement avec X_1 . D'après la figure 6.2, il est possible d'obtenir ce résultat en choisissant une valeur faible de X_2 .

L'efficacité de couplage maximale est obtenue pour $X_2 = 1,401$. Lorsque la valeur $X_2 = \frac{\lambda f}{d}$ est faible, la taille $\frac{\lambda f}{d}$ de la tache d'Airy est petite par rapport à la largeur

à $1/e$ du mode LP_{01} de la fibre. Un déplacement angulaire de la source correspond alors à un très faible déplacement (par rapport à ω) de la tache d'Airy sur la tête de la fibre, et c'est pourquoi l'efficacité de couplage varie lentement avec la distance à l'axe optique. La façon la plus aisée de modifier le paramètre X_2 est de changer le nombre d'ouverture du faisceau incident. L'angle d'incidence important des rayons pour une faible valeur de X_2 est responsable d'une forte diminution de l'efficacité de couplage.

Cette technique offre les mêmes avantages et inconvénients qu'une réduction du diamètre des télescopes, et, en première approximation y est équivalente. Cette équivalence est parfaite si on considère que les rayons dont l'angle d'incidence est supérieur à l'angle d'incidence maximal pour $X_2 = 1,401$ ne sont pas transmis : se placer à une valeur faible de X_2 provoque un couplage sélectif d'une sous-ouverture circulaire dans le plan pupille. Le choix entre ces deux options (réduction du diamètre des télescopes ou réduction de la focale du couplage) s'oriente donc vers l'option la plus facilement réalisable.

Chapitre 10

Couplage multi-fibres

10.1 Description du principe

La pupille de chaque télescope peut être subdivisée en sous-pupilles, chacune étant couplée à une fibre mono-mode (voir figure 10.1). Cette solution offre les avantages de la réduction du diamètre des télescopes sans en avoir les inconvénients (réduction du flux dans l'interféromètre). Le champ couplé, pour chaque fibre, est égal à λ/d_{sp} ,

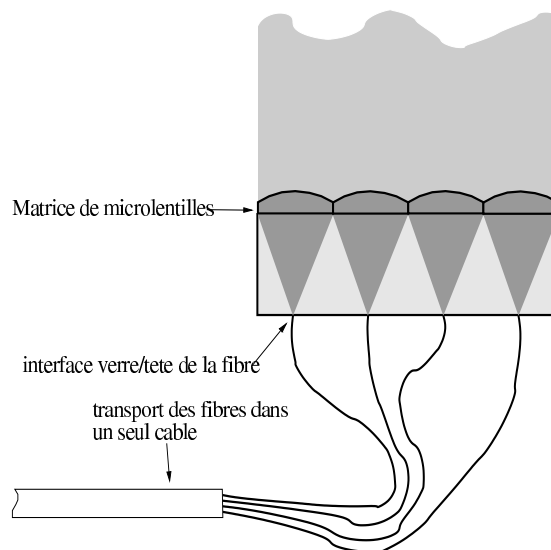


FIG. 10.1 – Schéma du couplage multi-fibre dans le plan pupille.

où d_{sp} est le diamètre de la sous-pupille. Ainsi, l'utilisation de N fibres par télescope permet de coupler un champ dont l'étendue en surface est approximativement N fois plus grande que si une seule fibre était utilisée.

10.2 Efficacité de couplage

Dans cette section, je montre que l'efficacité de couplage est améliorée par le pavage de la pupille en sous-pupilles.

10.2.1 Efficacité de couplage maximale théorique du pavage

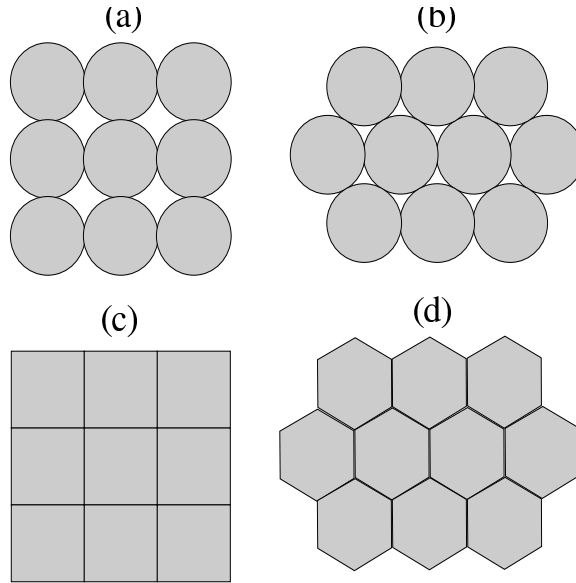


FIG. 10.2 – Quatre géométries possibles pour le pavage d'une pupille en sous-pupilles.

La figure 10.2 présente 4 possibilités pour la géométrie du pavage d'une pupille. Pour les géométries (a) et (b), les sous-pupilles sont circulaires, tandis que pour les géométries (c) et (d), elles sont respectivement carrées et hexagonales. Je note ρ_a , ρ_b , ρ_c et ρ_d les efficacités de couplages maximales théoriques pour les pavages (a), (b), (c) et (d) respectivement.

Pour les géométries (a) et (b), l'efficacité de couplage est obtenue par multiplication de l'efficacité de couplage d'une pupille circulaire par le facteur de remplissage du pavage :

$$\rho_a = \frac{\pi}{4} \times 0,82 = 0,64 \quad (10.1)$$

et

$$\rho_b = \frac{\pi}{4 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)} \times 0,82 = 0,74. \quad (10.2)$$

L'équation 6.12 est utilisée pour calculer l'efficacité de couplage maximale théorique pour les sous-pupilles carrées et hexagonales des pavages (c) et (d). On obtient alors

$$\rho_c = 0,793 \quad (10.3)$$

et

$$\rho_d = 0,815. \quad (10.4)$$

Le pavage hexagonal est donc le plus performant des 4 pavages considérés et permet d'obtenir un efficacité de couplage théorique maximale presque identique (à 0,5% près) aux 82% obtenus par le couplage d'une pupille circulaire dans une seule fibre. Aucune amélioration significative de l'efficacité de couplage ne peut être obtenue par un autre type de pavage, car il est théoriquement impossible d'obtenir une efficacité de couplage supérieure à 82% (la forme optimale d'une pupille pour l'efficacité de couplage est le disque).

10.2.2 Considérations pratiques

Dans la section 10.2.1 j'ai montré qu'un pavage hexagonal de la pupille n'introduit pas de pertes de couplage significatives. En pratique, un tel pavage permet d'augmenter significativement le flux couplé dans l'interféromètre car il permet de résoudre le problème de l'obstruction centrale et améliore l'efficacité de couplage pour un front d'onde partiellement corrigé.

Obstruction centrale. L'efficacité de couplage maximale théorique pour une pupille circulaire avec obstruction centrale est donnée par l'équation 6.14, et représentée dans la figure 6.4. L'obstruction centrale diminue l'efficacité de couplage, qui est par exemple réduite à environ 55% (au lieu de 82% sans obstruction centrale) pour une obstruction égale à 0,4 (rapport des diamètres). Le pavage de la pupille en sous-pupille permet d'éviter ce problème et offre un gain non négligeable du flux total couplé.

Front d'onde partiellement corrigé. La carte de couplage de chaque fibre est une tâche circulaire de diamètre λ/d_{sa} , dont la taille est donc plus importante que si une seule fibre était utilisée. Dans le cas d'une correction partielle de la turbulence atmosphérique, le gain en angle solide du champ couplé permet de coupler une quantité plus importante de lumière. Cette propriété peut également être étudiée dans le plan pupille, où des aberrations de bas ordres dont l'amplitude est suffisante pour réduire l'efficacité de couplage dans le cas où une seule fibre serait utilisée ne produisent pas d'erreurs de phases significatives sur une sous-pupille, et n'en affectent donc pas l'efficacité de couplage.

Ce gain en flux couplé s'accompagne cependant d'une perte de cohérence entre les fibres : les aberrations de bas ordres sur la pupille créent des différences de phases entre les sous-pupilles. Il est important de tenir compte de cet effet pour le cophasage des faisceaux et l'interprétation des résultats.

10.3 Cophasage et analyse du signal

Plusieurs approches sont possibles pour la recombinaison des faisceaux. Les paragraphes suivants en décrivent quelques unes.

Interféromètres redondants et semi-redondants. Les sous-pupilles peuvent être recombinaison deux à deux dans une série d’interféromètres à fibres tels que celui présenté dans la figure 6.1. Les combinaisons entre sous-pupilles du même télescope sont d’un intérêt limité car la fréquence spatiale y correspondant peut être obtenue par simple imagerie avec le télescope dont elles sont extraites. Les interféromètres élémentaires créés par cette technique peuvent être considérés comme indépendants les uns des autres, mais leurs bases sont très proches, et peuvent même être parfaitement égales. Les interféromètres sont donc “redondants” si leurs bases sont identiques, comme le montre la figure 10.3. Il est également possible de choisir des bases différentes, mais proches, dans une configuration dite “semi-redondante”, comme l’illustre la figure 10.4.

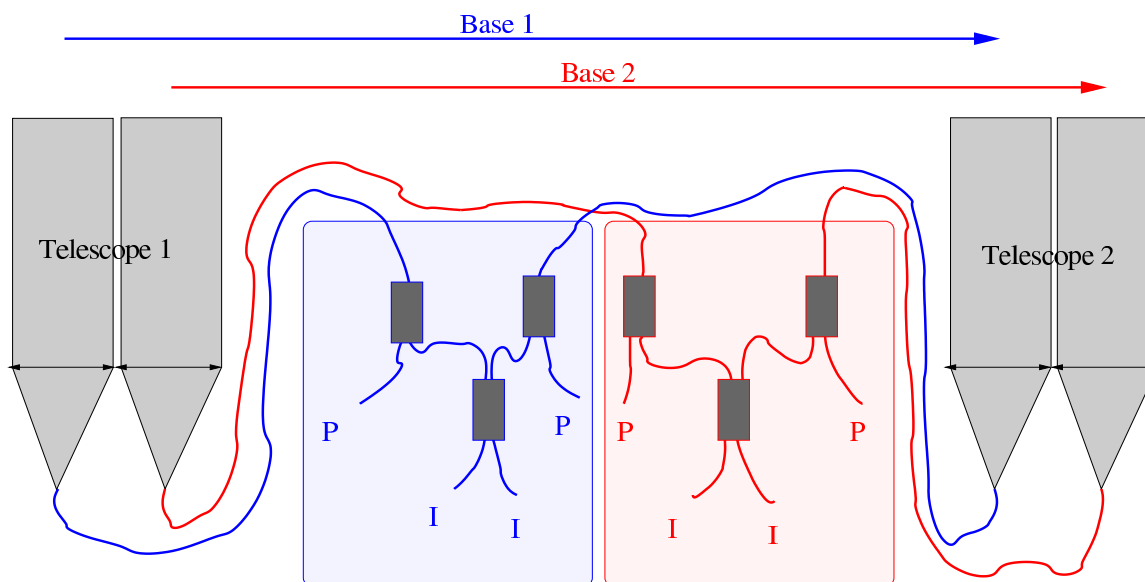


FIG. 10.3 – Représentation schématique d’une recombinaison à “interféromètres redondants”. Les sorties interférométriques sont notées I et les sorties photométriques sont notées P. Dans cet exemple, deux interféromètres redondants sont représentés, l’un en rouge et l’autre en bleu.

Dans le cas de l’observation d’une source suffisamment lumineuse pour que la visibilité des franges puisse être mesurée par chaque interféromètre, le nombre de mesures indépendantes est multiplié par le nombre de sous-pupilles par télescopes. Le nombre important de mesures permet de réduire l’erreur sur l’estimation de la visibilité de l’objet.

Dans le cas de l’observation d’un objet trop faible pour que sa visibilité soit mesurée par chaque interféromètre, il est possible d’additionner les signaux de plusieurs interféromètres. Cette addition nécessite la connaissance, pour chacun des télescopes, des déphasages entre les sous-pupilles considérées dans la somme des signaux. Si la source est suffisamment lumineuse pour que les systèmes d’optique adaptative corrigent efficacement les fronts d’ondes, alors les déphasages entre les sous-pupilles sont créés après le couplage dans les fibres (effets thermiques et mécaniques différentiels sur

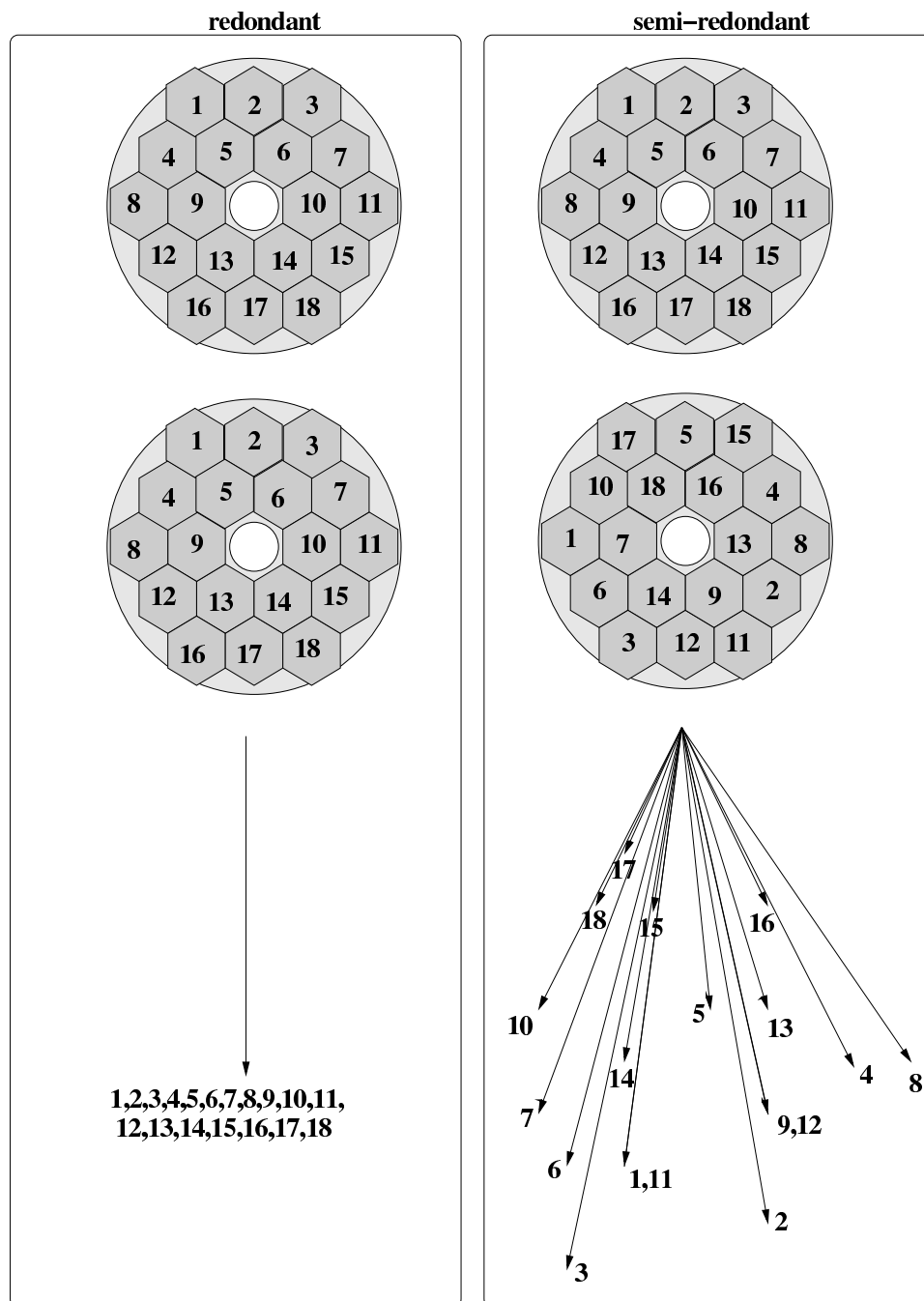


FIG. 10.4 – Exemples de configurations d'interféromètres redondants (gauche) et semi-redondants (droite) dans un interféromètre à deux pupilles identiques. Les sous-pupilles des télescopes portent le numéro de l'interféromètre auquel elles appartiennent. Dans le cas de l'interféromètre redondant, les 18 bases des 18 interféromètres sont identiques (en bas à gauche), alors que dans le cas de l'interféromètre semi-redondant, elles sont différentes (en bas à droite).

les fibres) et ils varient lentement (échelle de temps de quelques secondes à quelques minutes). Il est alors possible de “suivre” l’évolution de ces déphasages avec le temps et, simultanément, d’additionner les signaux des interféromètres. Cette addition n’est pas possible si l’objet est trop faible pour les systèmes d’optique adaptative ¹.

Cas général. La recombinaison des faisceaux par interféromètres redondants et semi-redondants ne s’applique que dans le cas d’un interféromètre à deux télescopes, préférentiellement identiques. Dans le cas général de l’utilisation simultanée de plus de deux télescopes aux pupilles non identiques, la recombinaison est plus complexe. Le choix de la recombinaison optimale est guidé par les critères suivants :

- **Clôture de phase.** Avec plus de 2 télescopes, des techniques de clôture de phase peuvent être utilisées pour accéder à l’information contenue dans la phase des franges. Le choix des recombinaisons doit permettre d’extraire la phase des franges, en tenant compte de la statistique de la variation de la phase entre les sous-ouvertures (la phase varie plus rapidement entre des sous-ouvertures éloignées) et du nombre de photons disponibles.
- **Choix de la couverture (u,v).** Le choix de la recombinaison permet de contrôler la distribution des mesures dans le plan (u,v), qu’il est ainsi possible d’optimiser pour un programme scientifique.

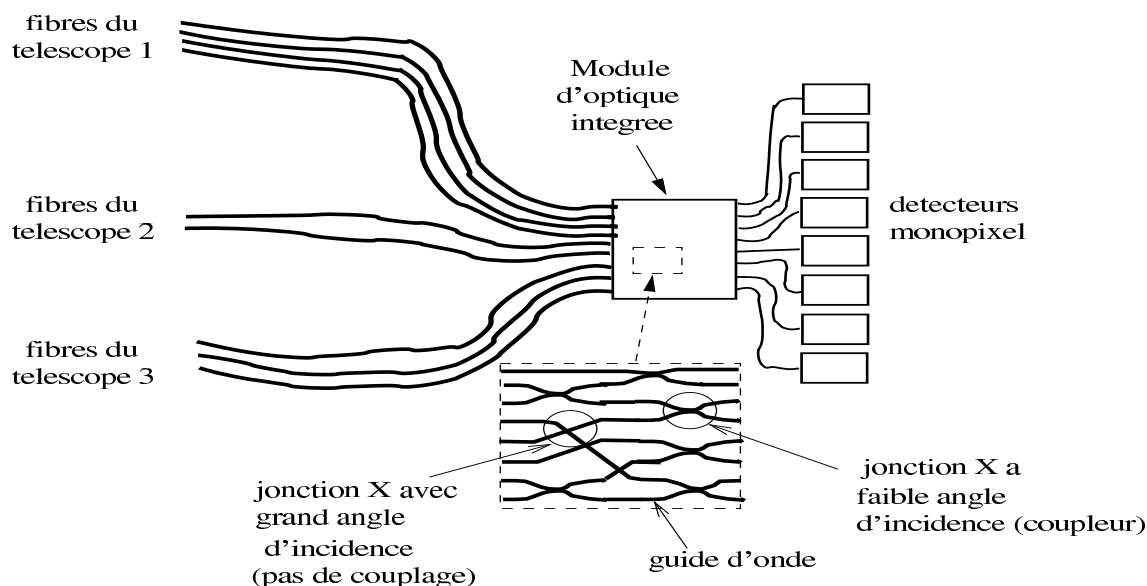


FIG. 10.5 – Représentation schématique d’une recombinaison entre trois télescopes à l’aide d’un module d’optique intégrée.

La multiplication du nombre de coupleurs nécessaires dans une recombinaison à plus de deux télescopes rend particulièrement attrayante l’utilisation de l’optique intégrée,

¹À moins que l’objet observé soit faible à la longueur d’onde du senseur de front d’onde de l’optique adaptative, mais lumineux à la longueur d’onde de l’interféromètre.

permettant de placer un nombre important de coupleurs sur une petite surface. La figure 10.5 illustre une telle recombinaison.

Recombinaison Fizeau Les pupilles des télescopes peuvent être “reconstruites” à partir des fibres mono-modes pour ensuite être placées à l’entrée d’un recombineur Fizeau. La figure 10.6 illustre cette technique. Ce type de recombinaison, dont le

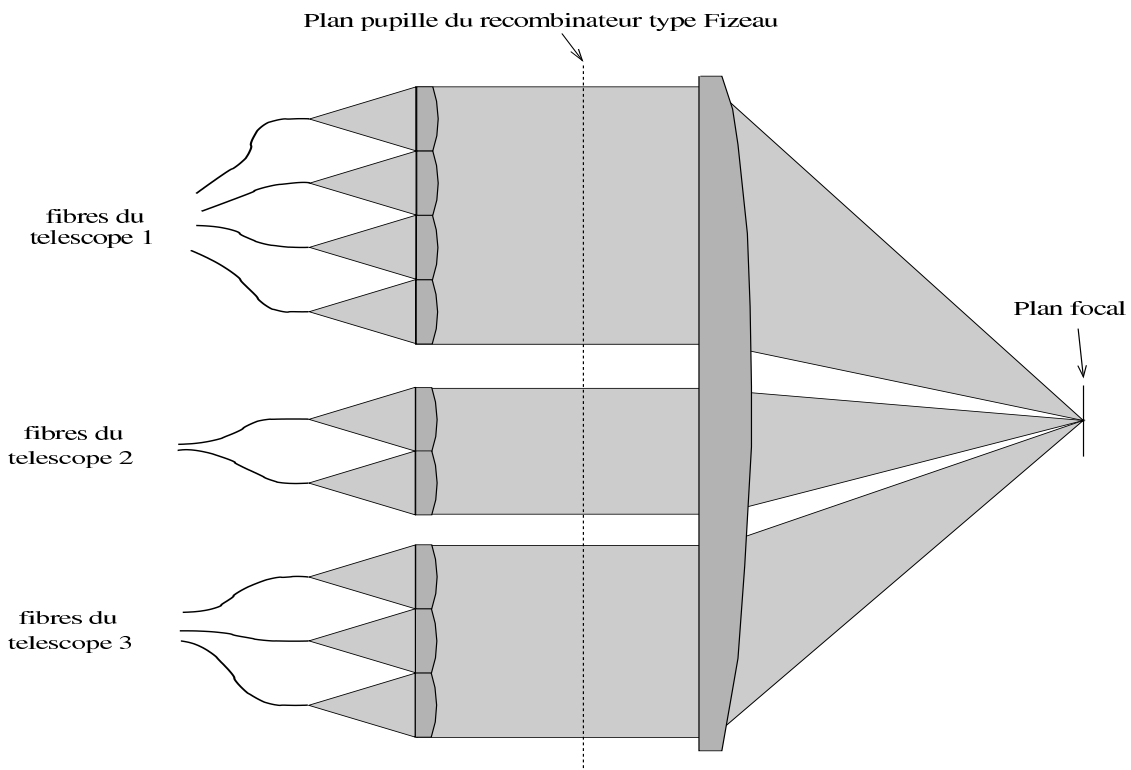


FIG. 10.6 – Représentation schématique d’une recombinaison Fizeau pour un interféromètre à 3 télescopes.

principe est simple, présente plusieurs inconvénients :

- **Peu de flexibilité.** Les recombinaisons interférométriques effectuées sont contraintes par ce mode de recombinaison, et il n’est pas possible d’optimiser le choix de la couverture (u,v) , comme dans le cas général présenté ci-dessus.
- **Cophasage.** Pour que le signal obtenu sur le détecteur soit exploitable, il est nécessaire de cophaser les fibres en amont.
- **Positions relatives des pupilles.** La position géométrique des faisceaux à l’entrée de la pupille du recombineur doit être identique à la position des télescopes dans la pupille d’entrée de l’interféromètre. Ces positions doivent donc être modifiées avec le temps, car le déplacement de la source dans le ciel (rotation terrestre) change constamment la pupille d’entrée.

La dernière contrainte (Positions relatives des pupilles) peut être relaxée en utilisant la technique de densification de pupille, décrite dans la section 3.1, mais au prix d’une diminution du champ de vue.

10.4 Couverture (u,v) et champ couplé pour l'interféromètre OHANA

La “discrétisation” du faisceau de chaque télescope permet d’accéder à un nombre plus importants de points du plan (u,v) que si une seule fibre par télescope est utilisée. Dans un interféromètre à fibres, l’information en fréquence spatiale contenue dans le diamètre de chaque télescope est perdue : la couverture (u,v) instantanée de l’interféromètre est une série de points correspondant aux bases entre les centres des pupilles des télescopes. Si chaque pupille est divisée en sous-pupilles, le nombre de points de la couverture (u,v) augmente, comme la figure 10.3 l’illustre. Dans le cas extrême d’une subdivision de chaque pupille en une infinité de sous-pupilles, la couverture (u,v) accessible est donnée par la fonction d’auto-corrélation de la pupille d’entrée de l’interféromètre. De plus, la rotation terrestre permet d’étendre cette couverture (super-synthèse d’image). Cette couverture (u,v) maximale accessible pour l’interféromètre OHANA est donnée dans la figure 10.7 pour des objets de différentes déclinaisons, lorsque la source est observée à partir de 20 degrés au-dessus de l’horizon. Les diamètres et coordonnées des télescopes utilisés pour cette simulation sont listés dans la table 6.1. La couverture (u,v) accessible est constituée d’arcs (un arc correspond à une base) qui sont parcourus grâce à la rotation terrestre. L’épaisseur de ces arcs est égale à la somme des diamètres des ouvertures des télescopes de la base correspondante. Le gain en couverture (u,v) apporté par l’utilisation de plusieurs fibres par télescope est important, mais ne permet pas une couverture complète du plan (u,v).

Le champ couplé (surface) accessible par chaque télescope est proportionnel au rapport entre le nombre de fibres utilisées et la surface collectrice du télescope. Ainsi, pour éviter que le champ couplé soit différent entre plusieurs fibres de l’interféromètre, il convient d’utiliser un nombre de fibres par télescope qui est proportionnel à la surface collectrice. La table 10.1 donne le nombre de fibres nécessaires pour chaque télescope en fonction du champ couplé à $1\mu m$. Le flux couplé par fibre est alors le même pour toutes les fibres ².

Le choix des recombinaisons interférométriques effectuées et du nombre de sous-pupilles sur chaque télescope permet d’optimiser la répartition des points de mesures (u,v) à l’intérieur de l’enveloppe que forme cette couverture (u,v) maximale accessible.

²En pratique, ces flux peuvent différer à cause de la non homogénéité des performances entre les systèmes d’optique adaptative.

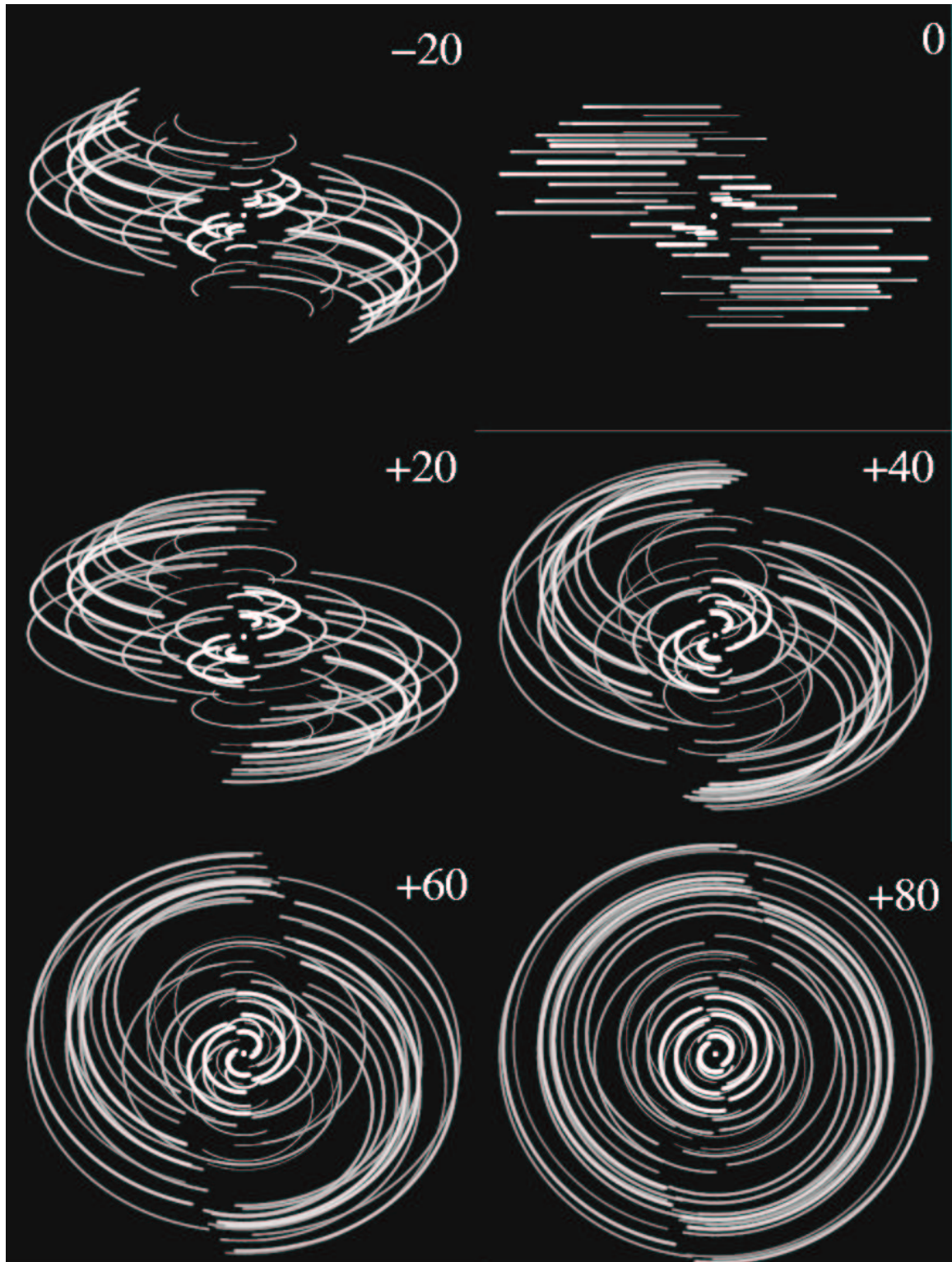


FIG. 10.7 – Couverture (u,v) maximale accessible par OHANA pour différentes valeurs de la déclinaison de la source (limite sur l'altitude de la source = 20 degrés).

	0,05''	0,1''	0,5''	1''
CFHT	1	4	77	305
Gemini	4	16	377	1505
Keck 1	6	24	588	2351
Keck 2	6	24	588	2351
Subaru	4	16	396	1581
IRTF	1	3	53	212
UKIRT	1	4	85	340
UH	1	2	29	114

TAB. 10.1 – Relation entre champ couplé et nombre de sous-pupilles utilisées pour l'interféromètre OHANA ($\lambda = 1\mu m$).

Chapitre 11

Évaluation de l’amplitude des erreurs de mesures à partir de l’observation de NAGs par optique adaptative

11.1 Introduction

L’observation de Noyaux Actifs de Galaxies (NAGs) est un des objectifs scientifiques principaux de l’interféromètre OHANA. Ce type de source est hélas relativement étendu (présence de la galaxie hôte) et le problème des effets de champ décrits précédemment se pose donc. Les outils nécessaires à la quantification de ce problème ont été développés et décrits dans les sections précédentes, mais un modèle de la distribution spatiale d’intensité lumineuse pour ce type de source est indispensable à l’évaluation des erreurs de visibilité.

Dans cette section, j’étudie les performances de l’interféromètre OHANA pour l’observation de NAGs intrinsèquement lumineux ($M_B < -23$), également désignés par le terme “quasar”, relativement proches ($z < 0,3$) et sélectionnés pour leur excès de luminosité dans la partie bleue du spectre visible. Les NAGs moins lumineux, souvent désignés par le terme “galaxie de Seyfert”, ne sont pas considérés ici. Ce choix est justifié par les considérations suivantes :

- Le contraste entre la zone centrale et la galaxie hôte est élevé, et les effets de champ décrits dans les sections précédentes sont donc moindres. La possibilité d’obtenir des mesures fiables de la visibilité est meilleure pour ces objets que pour des NAGs moins lumineux.
- Une forte luminosité en bande B garantit une faible absorption sur la ligne de visée. Les objets étudiés dans cette section ont été découverts aux longueurs d’ondes optiques grâce à leur couleur anormalement bleue, et la région centrale (disque d’accrétion) y est donc directement visible et très peu absorbée en proche infra-rouge. L’interprétation des données interférométriques est plus facile pour ces objets.

- La forte luminosité dans le visible, et la faible distance, permettent au quasar d'être suffisamment lumineux pour être observé par optique adaptative, et donc, par OHANA. La faible distance est également importante pour disposer d'une bonne résolution spatiale sur l'objet et pour éviter de biaiser l'échantillon vers les luminosités absolues trop importantes.

Les objectifs de cette étude sont :

- **(1)** mesurer la luminosité de la partie centrale des NAGs afin de vérifier que leur observation est possible avec OHANA
- **(2)** estimer la visibilité obtenue avec différentes valeurs de bases
- **(3)** estimer l'erreur sur la visibilité due aux effets de champ.

Ces trois objectifs nécessitent une connaissance de la distribution du flux dans la partie centrale (quelque *msa*) des NAGs. Cette information n'est pas directement accessible par imagerie avec optique adaptative, mais il est possible d'utiliser ces observations pour contraindre un modèle de l'objet.

11.2 Modèle théorique

Le modèle théorique utilisé pour cette étude est représenté dans la figure 11.1. Les composantes de ce modèle sont décrites par ordre croissant de distance au centre :

- **(1) Trou noir.**
- **(2) Disque d'accrétion.** Le disque d'accrétion est de taille très réduite (moins de 0,1pc) et est responsable de l'essentiel de l'émission UV/visible des NAGs.
- **(3) Jet.** Les jets ne sont observés que dans environ 10% des NAGs, et ils sont sans doute formés à une distance du trou noir central comparable à la taille du disque d'accrétion. Ils ne sont pas modélisés dans cette étude.
- **(4) Nuages de gaz ionisé.** Ces nuages très chauds ne contiennent pas de poussières (température supérieure à la température de sublimation) et sont responsables d'une fraction significative du flux émis par les NAGs. Cette émission est concentrée dans des raies d'émission larges, et est à l'origine du nom de la région qu'ils occupent ("Broad Line Region" en anglais).
- **(5) Tore de poussières.** Ces poussières sont responsables de l'émission infrarouge des NAGs [Sanders et al., 1989], et s'étendent à partir de 0,1 à 1 pc du centre (distance à laquelle la température de sublimation des poussières, environ 1300K, est atteinte)
- **(6) Galaxie hôte.**

Les observations par optique adaptative permettent de caractériser la galaxie hôte, mais la résolution atteinte (0,1" au mieux) est insuffisante pour l'étude des zones centrales (composantes de (1) à (5)) des NAGs. Le tore de poussières peut être étudié grâce à la mesure de la densité spectrale de flux des NAGs en infrarouge et une modélisation du tore (géométrie, densité) chauffé par l'émission du disque d'accrétion central (voir par exemple [Andreani et al., 1999]).

La figure 11.2 montre la distribution spectrale de l'émission continue des NAGs, obtenue d'après une étude portant sur un échantillon de NAGs dont les critères de sélection sont identiques à ceux utilisés dans ce travail [Sanders et al., 1989].

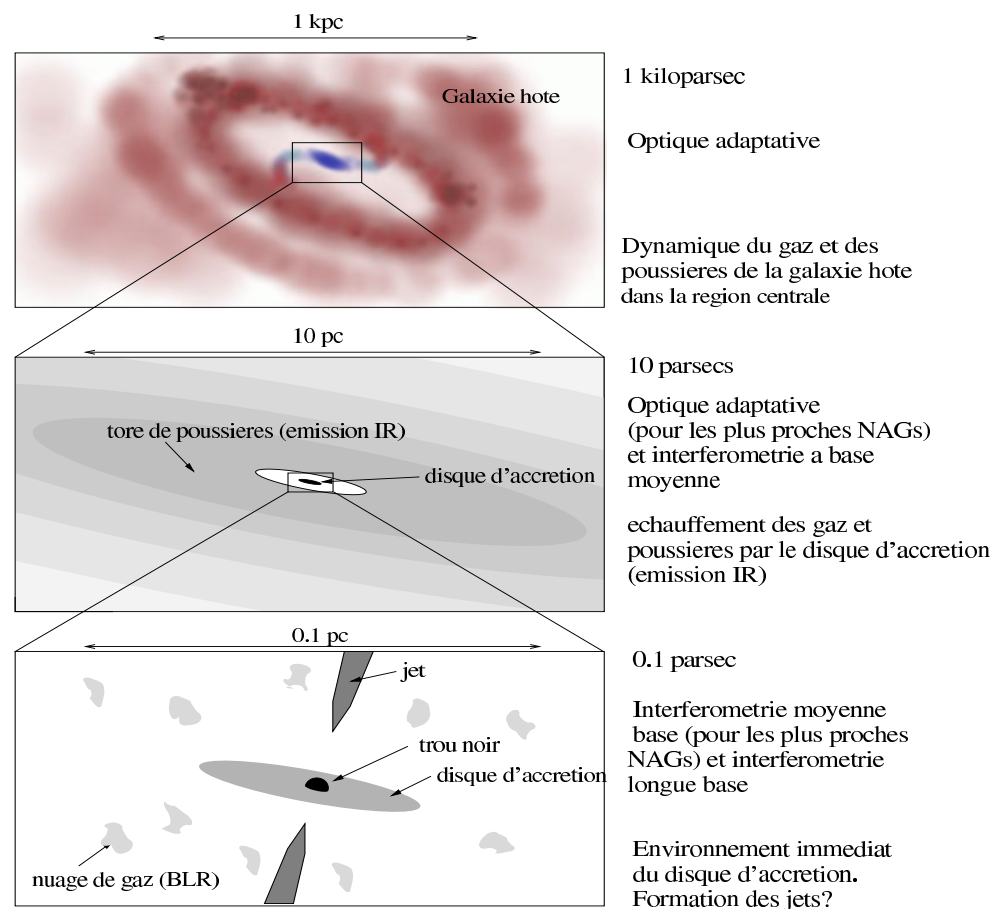


FIG. 11.1 – Représentation du modèle standard pour les NAGs.

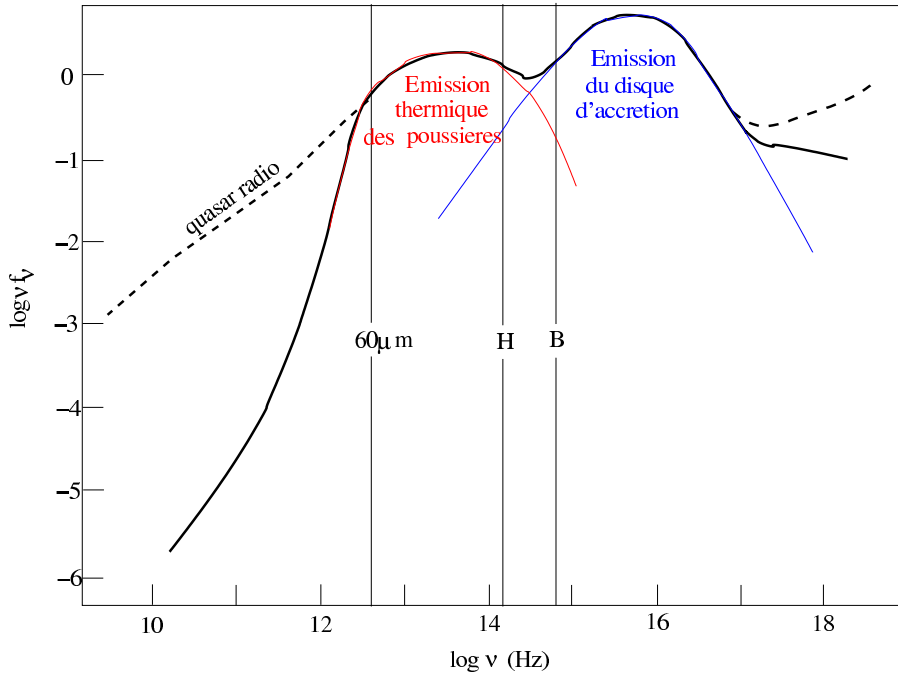


FIG. 11.2 – Distribution spectrale de l'émission continue des NAGs (Sanders et al., 1989).

L'émission continue est la somme de deux composantes : émission du disque d'accrétion, principalement aux longueurs d'ondes optiques / ultraviolet, et émission thermique du tore de poussières dans l'infrarouge. Pour tous les quasars sélectionnés par excès de luminosité dans la partie bleue du spectre optique (pour lesquels l'absorption sur la ligne de visée du disque d'accrétion est minimale), l'énergie totale émise par les poussières est inférieure à l'énergie émise par le disque d'accrétion. Cette propriété montre qu'il existe un lien physique direct entre ces deux composantes de l'émission : l'émission thermique infrarouge est créée par chauffage de poussières par le disque d'accrétion central. Cette considération justifie le modèle théorique utilisé, qui ne prend pas en compte d'autres sources d'émission thermique infrarouge (formation d'étoiles par exemple).

11.3 Difficultés techniques de l'observation des galaxies hôtes de NAGs par optique adaptative

11.3.1 Fort contraste et faible luminosité

La luminosité de la galaxie hôte des NAGs est dominée par la contribution du disque d'accrétion central et des zones intérieures du tore de poussières. Ces deux composantes ne sont pas résolues par l'optique adaptative, et sont un obstacle à la caractérisation de la galaxie hôte. L'image obtenue est donc composée d'une image de la galaxie hôte, convoluée par la FEP, à laquelle se superpose une FEP.

La caractérisation de la galaxie hôte est donc directement liée à la possibilité de soustraire la FEP centrale. Plusieurs effets limitent la précision de cette soustraction

- **Luminosité et couleur de l'étoile de référence.** Afin de déterminer la FEP, il convient d'observer une étoile de référence. La luminosité apparente de la source, vue par le senseur de front d'onde, affecte très fortement la performance du système d'optique adaptative. De plus, la chromaticité du front d'onde et des optiques de la caméra introduit une dépendance de la FEP à la couleur de la source. En pratique, il est donc très difficile de choisir une bonne étoile de référence.
- **Turbulence atmosphérique.** Les propriétés statistiques de la turbulence atmosphérique ne sont pas constantes dans le temps. Ainsi, l'intensité de la turbulence varie entre l'observation de la source et celle de l'étoile de référence.
- **Effets instrumentaux.** Les effets du vent sur la stabilité de pointage, de l'altitude de la source sur les contraintes mécaniques exercées sur le miroir primaire (optique active), et de l'angle de rotation du rotateur de champ affectent la FEP.
- **Algorithme de contrôle du système d'optique adaptative.** Le réglage des valeurs caractéristiques de la boucle de correction, tels que le gain ou l'amplitude de la vibration de la membrane, affecte la FEP.

Deux effets sont particulièrement importants pour ces observations, et sont détaillés dans les deux paragraphes suivants.

Rotateur de champ. Gemini-Nord est un télescope à monture Alt-Az, dont les instruments sont montés sur une plate-forme au foyer Cassegrain du télescope (voir figure 11.3). Cette plate-forme peut accueillir jusqu'à 4 instruments (un des 5 emplacements est occupé par le module de guidage et d'acquisition du télescope) : le faisceau du télescope peut être dirigé vers les 5 faces du cube (4 faces sur le côté et la face du bas) sur lequel les instruments sont attachés. Durant les observations, le cube et l'ensemble de la plate-forme Cassegrain tournent pour compenser la rotation du champ. L'orientation du champ est donc constante sur le détecteur. Cette rotation est cependant source de variabilité dans la structure de la FEP, car durant une observation, le front d'onde délivré par le télescope tourne devant le système d'optique adaptative. Les aberrations statiques dues aux miroirs primaire et secondaire tournent donc devant Hokupa'a, qui les corrige partiellement mais ajoute également des aberrations statiques. Cette rotation différentielle des deux fronts d'ondes produit un "nuage" de speckles variable dans le temps, et très difficilement prédictible. Comme le montre la figure 11.4, il est alors impossible d'obtenir une bonne soustraction de la FEP. Quelques degrés de rotation suffisent à modifier significativement la structure de la FEP. Cet effet justifie la technique d'observation décrite dans la section 11.4 : la rotation de la plate-forme Cassegrain est désactivée.

Turbulence et luminosité apparente. La caractérisation du type de la galaxie hôte (elliptique ou spirale) est effectuée principalement à partir de son profil radial. Il est donc important de comprendre quelles sont les causes de la variation du profil



FIG. 11.3 – Photographie de la plate-forme supportant les instruments sur Gemini-Nord.

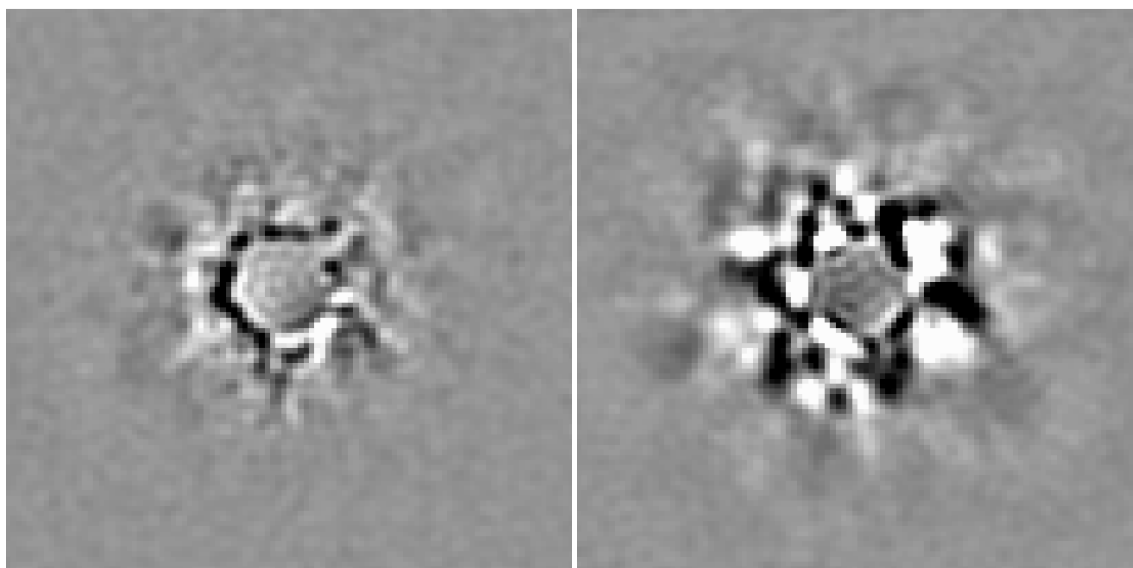


FIG. 11.4 – Effet du rotateur de champ sur la stabilité de la FEP. Trois images consécutives d'une étoile ont été obtenues, et le rotateur de champ a été tourné de 15 degrés entre la seconde et la troisième image. À gauche, la différence entre les deux premières images, et à droite, la différence entre les deux dernières images.

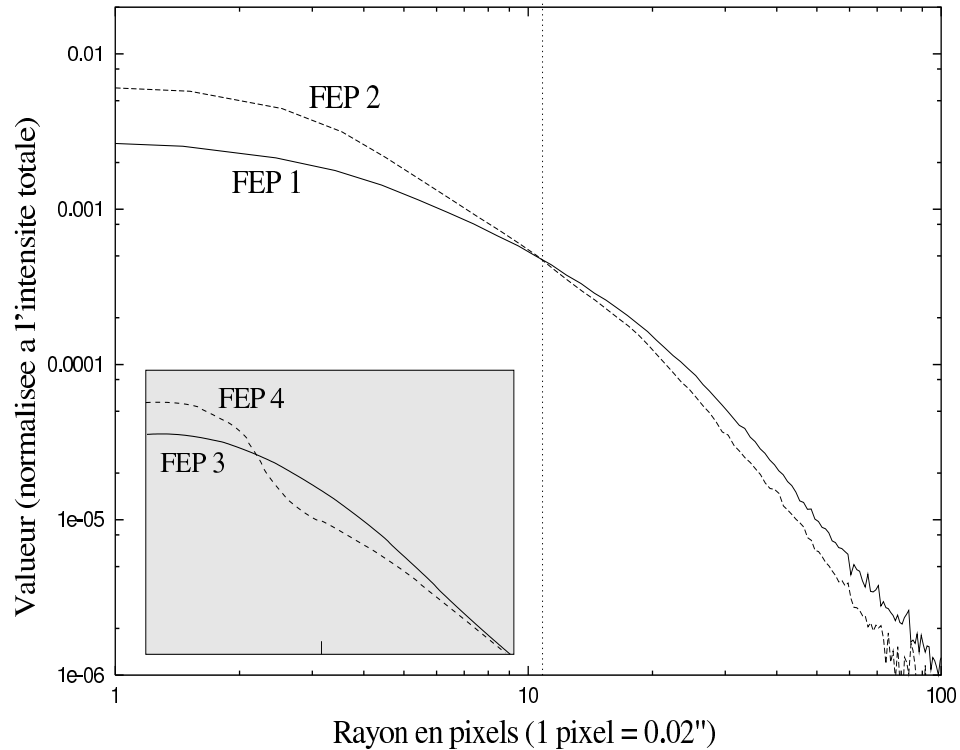


FIG. 11.5 – Comparaison des profils radiaux de FEPs.

radial de la FEP. La figure 11.5 illustre les 2 variables qui dominent ces variations : luminosité apparente de la source et intensité de la turbulence. La figure 11.5 montre 4 profils radiaux de FEPs. Les profils 1 et 2 ont été obtenus à partir de deux observations de la même étoile, séparées de 20mn environ. L'intensité de la turbulence atmosphérique a changée entre les deux observations, comme le montre la différence des profils aux grands rayons (où le système d'optique adaptative ne possède pas assez d'actuateurs pour modifier la FEP). La turbulence était plus forte lors de l'observation de la FEP 1, et la correction du front d'onde était donc moins bonne, ce qui explique le plus faible flux dans la région centrale (rayon inférieur à $0,2''$). La même figure illustre également l'effet de la luminosité apparente de la source, par la comparaison entre les profils des FEPs 3 et 4, pour lesquels la turbulence était identique (les profils sont identiques aux grands rayons). La plus forte luminosité apparente de la FEP 4 permet d'obtenir une meilleure correction de front d'onde et concentre plus de flux dans la partie centrale de la FEP. L'expérience acquise sur Hokupa'a montre que la variation de l'intensité de la turbulence introduit une variation dans la valeur du profil radial de la FEP de 10% à 20%. Une variation d'amplitude similaire est obtenue si l'écart en luminosité entre les sources est d'environ 15%. Il est ainsi inutile de chercher à égaliser le flux de l'étoile de référence et de la source à mieux que 10% : c'est ce critère qui est retenu pour le choix d'une étoile de référence dans ce travail. Afin de réduire l'effet de la variation de la turbulence, il est important d'alterner le plus fréquemment possible les observations de la source et de l'étoile de référence.

11.4 Observations

Pour ce type d'observations, le proche infrarouge (1 à 2 μm) est préférable au visible :

- Extinction. L'environnement du disque d'accrétion est souvent très riche en poussières et l'extinction aux courtes longueurs d'onde rendrait l'interprétation des données délicate.
- Contraste. Dans le visible, la luminosité du disque d'accrétion centrale domine l'émission thermique des poussières. Le contraste est plus faible dans le proche infrarouge, et la galaxie hôte est donc plus facilement observable.
- Optique adaptative. La résolution angulaire optimale est obtenue dans le proche infra-rouge, entre 1 et 2 μm .

Les observations, effectués sur le télescope Gemini-Nord avec le système d'optique adaptative Hokupa'a, sont résumées dans la table 11.1.

Hokupa'a, (nom hawaïen de Polaris, “étoile immobile”) est un système à courbure à 36 éléments, construit par l'Université d'Hawaï pour le télescope Gemini Nord. Bien que le nombre réduit d'éléments ne permette d'atteindre, pour des objets brillants ($m_v < 13$), la limite de diffraction que dans les bandes Kp (2,2 μm) et H (1,6 μm), il est possible d'obtenir une bonne correction pour des objets très faibles (jusque $m_v = 18$). Ce système est donc très adapté à l'observation des quasars de cette étude, dont la luminosité apparente est comprise entre $m_v = 14$ et $m_v = 16,5$. Le temps nécessaire pour les observations de ce programme a été obtenu en contrepartie de l'opération et de la maintenance du système pour Gemini. En mai 2002, le système fut définitivement démonté et le système Altair lui succédera très prochainement sur Gemini Nord. Une version améliorée d'Hokupa'a, à 85 éléments, est en préparation pour le télescope Gemini-Sud. La caméra infrarouge proche QUIRC, également construite par l'université d'Hawaï, est utilisée pour l'acquisition des images. Son détecteur de 1024 par 1024 éléments permet l'imagerie de 1,0 à 2,4 μm . L'échelle focale est de 20 *msa* par pixel, et le champ est donc 20'' $\times$ 20''.

Les 28 quasars sélectionnés pour cette étude sont à de faibles distances ($z < 0,325$ pour les 28 quasars, et $z < 0,2$ pour 26 d'entre eux) et sont intrinsèquement lumineux ($M_B < -23$ pour 26 des 28 quasars). Le filtre H a été choisi pour la plupart de ces observations, mais certains objets furent observés en Kp (2,2 μm) lorsque la turbulence était forte, ou J (1,6 μ) lorsque la turbulence était exceptionnellement faible. Le choix du filtre permet de trouver un bon compromis entre résolution angulaire (généralement meilleure aux grandes longueurs d'onde) et l'intensité du fond de ciel (plus faible aux courtes longueurs d'ondes). Le choix de l'objet est également important : les objets faibles sont réservés aux nuits où la turbulence est faible. Ces degrés de liberté permettent d'obtenir une résolution angulaire relativement constante entre les objets (valeur médiane 0,17'', valeur moyenne 0,185'', voir table 11.1), facilitant l'analyse des données.

La table 11.2 résume les propriétés specro-photométriques des objets, et plus particulièrement la fraction du flux des NAGs émis dans l'infrarouge. Cette fraction permet d'estimer la quantité de poussières présentes à proximité du disque central

Objet	coord. J2000	z	m_v	date UT	pose (s)	Filtre	LMH
PG0026+129	00 29 13,81 +13 16 04,5	0,142	14,78	27/06/2001	2670	H	0,13
PG0050+124	00 53 35,08 +12 41 34,4	0,061	14,07	17/11/2000	(1200)	H	0,32
				19/11/2000	(1560)	H	0,16
				20/11/2000	(2300)	H	0,23
				17/11/2000	(1620)	Kp	0,23
				19/11/2000	(1200)	Kp	0,15
				20/11/2000	(1130)	Kp	0,21
PG0157+001	01 59 50,24 +00 23 40,9	0,163	15,69	14/09/2001	4050	H	0,19
PG0804+761	08 10 58,55 +76 02 41,8	0,100	15,2	21/12/2000	2910	H	0,15
				21/12/2000	2620	Kp	0,15
PG0844+349	08 47 42,51 +34 45 04,6	0,064	14,	10/10/2001	600	H	0,38
PG0923+201	09 25 54,87 +19 54 06,7	0,190	15,83	21/02/2001	3930	H	0,20
				23/02/2001	(5700)	J	0,17
PG0953+414	09 56 52,46 +41 15 22,0	0,234	15,32	20/12/2000	4590	Kp	0,13
				23/02/2001	(1380)	J	0,23
PG1001+054	10 04 20,15 +05 13 00,3	0,161	16,38	26/12/2000	4140	H	0,20
PG1116+215	11 19 08,70 +21 19 18,0	0,177	14,80	21/04/2002	(3030)	H	0,18
PG1119+120	11 21 47,17 +11 44 18,1	0,050	14,4	23/02/2001	(3960)	H	0,15
PG1126-041	11 29 16,73 -04 24 07,8	0,060	15,0	21/02/2001	4950	H	0,15
PG1211+143	12 14 17,67 +14 03 12,4	0,085	14,19	21/04/2002	(2970)	H	0,17
PG1229+204	12 32 03,67 +20 09 29,1	0,064	15,30	23/04/2002	(630)	H	0,24
PG1309+355	13 12 17,74 +35 15 21,3	0,183	15,60	23/04/2002	(2490)	H	0,22
PG1351+640	13 53 15,85 +63 45 44,9	0,088	14,84	21/04/2002	(2100)	Kp	0,23
PG1411+442	14 13 48,47 +44 00 13,6	0,090	15,0	23/02/2001	(1800)	H	0,13
				25/02/2001	3870	H	0,17
				23/02/2001	(1620)	J	0,15
				25/04/2001	2730	Kp	0,13
PG1426+015	14 29 06,67 +01 17 06,3	0,086	14,87	24/04/2001	(4080)	Kp	0,18
PG1435-067	14 38 16,25 -06 58 21,5	0,129	16,01	23/02/2001	(2100)	J	0,21
PG1440+356	14 42 07,54 +35 26 22,9	0,079	14,58	28/06/2001	(960)	Kp	0,16
PG1613+658	16 13 57,27 +65 43 09,7	0,129	15,49	27/04/2001	1380	H	0,18
				25/02/2001	4500	Kp	0,30
				27/04/2001	1110	Kp	0,28
				25/04/2001	3420	J	0,18
PG1617+175	16 20 11,29 +17 24 27,6	0,114	15,39	21/04/2002	(4140)	Kp	0,23
PG1626+554	16 27 56,03 +55 22 31,2	0,133	16,17	27/04/2001	1170	Kp	0,18
				27/06/2001	4530	H	0,16
				10/10/2001	1350	Kp	0,15
PG1700+518	17 01 24,87 +51 49 21,0	0,292	15,10	12/09/2001	990	H	0,13
				14/09/2001	1860	H	0,14
				28/06/2001	(3180)	Kp	0,18
PG2130+099	21 32 27,92 +10 08 18,7	0,061	14,64	10/10/2001	1080	H	0,15
				12/09/2001	2070	H	0,17
B2 2201+31A	22 03 15,98 +31 45 38,3	0,295	15,47	27/06/2001	3540	H	0,13
PG2251+113	22 54 10,50 +11 36 39,0	0,325	15,82	14/09/2001	2910	H	0,14
PG2349-014	23 51 56,13 -01 09 13,4	0,174	15,3	12/09/2001	3540	H	0,13

TAB. 11.1 – Résumé des observations de quasars avec Hokupa’a sur Gemini-Nord. La plupart des sources ont été observées en bande H avec une qualité d’image, ou largeur à mi-hauteur (LMH), de 0,2”. Les temps de poses donnés entre parenthèses indiquent des conditions non photométriques.

Nom	$M_B(q = 0, 1)$	$12\mu m$ (mJy)	$25\mu m$ (mJy)	$60\mu m$ (mJy)	$100\mu m$ (mJy)	$Log L_{IR}$	f_{60}/f_B
PG0026+129	-24,76	< 18	< 40	< 27	< 80	< 11,06	< 0,0417
PG0050+124	-23,45	549 ± 11	1097 ± 20	2293 ± 17	2959 ± 51	$11,879 \pm 0,004$	2,117
PG0157+001	-24,83	137 ± 38	520 ± 58	2377 ± 56	2322 ± 130	$12,52 \pm 0,02$	4,627
PG0804+761	-23,78	190 ± 27	209 ± 27	191 ± 42	< 315	$11,61 \pm 0,2$	0,355
PG0844+349	-23,95	126 ± 29	204 ± 40	163 ± 41	294 ± 97	$11,12 \pm 0,06$	0,105
PG0923+201	-24,32	< 98	< 153	< 300	< 1000	< 12,13	< 1,266
PG0953+414	-25,83	< 89	< 107	< 129	< 315	< 12,11	< 0,219
PG1001+054	-23,86	31 ± 6	36 ± 12	27 ± 9	< 69	$11,25 \pm 0,08$	0,124
PG1116+215	-25,03	-	-	-	-	-	-
PG1119+120	-22,71	120 ± 40	280 ± 53	546 ± 51	746 ± 126	$11,06 \pm 0,05$	0,640
PG1126-041	-22,38	104 ± 19	309 ± 35	669 ± 26	1172 ± 134	$11,29 \pm 0,03$	1,610
PG1211+143	-23,94	172 ± 38	362 ± 51	305 ± 53	689 ± 119	$11,58 \pm 0,05$	0,351
PG1229+204	-23,30	117	302 ± 38	163 ± 42	< 462	$11,16 \pm 0,05$	0,191
PG1309+355	-24,84	< 101	< 100	< 140	< 347	< 11,95	< 0,34
PG1351+640	-23,20	173 ± 5	532 ± 6	757 ± 8	1184 ± 26	$11,766 \pm 0,004$	1,805
PG1411+442	-23,68	115 ± 10	160 ± 12	162 ± 17	< 175	$11,34 \pm 0,04$	0,260
PG1426+015	-23,55	124 ± 33	171 ± 46	318 ± 47	< 315	$11,38 \pm 0,07$	0,539
PG1435-067	-23,96	< 96	< 153	< 126	< 315	< 11,63	< 0,335
PG1440+356	-23,35	98 ± 13	208 ± 15	652 ± 21	1061 ± 64	$11,48 \pm 0,02$	1,056
PG1613+658	-24,13	87 ± 12	231 ± 14	635 ± 19	1090 ± 59	$11,91 \pm 0,02$	2,482
PG1617+175	-23,69	< 68	< 67	< 98	< 252	< 11,34	< 0,26
PG1626+554	-23,40	< 38	< 39	< 70	< 238	< 11,28	< 0,333
PG1700+518	-25,91	120 ± 23	220 ± 21	480 ± 36	482 ± 88	$12,58 \pm 0,03$	1,1549
PG2130+099	-23,22	186 ± 9	380 ± 10	479 ± 12	< 1000	$11,33 \pm 0,08$	0,547
PG2214+139	-23,07	61 ± 7	95 ± 12	337 ± 11	< 282	$10,98 \pm 0,06$	0,536
B2 2201+31A	-25,89						
PG2251+113	-25,32	< 36	< 66	< 67	< 214	< 12,12	< 0,343
PG2349-014	-24,49	< 119	< 180	271 ± 51	290	$11,75 \pm 0,3$	

TAB. 11.2 – Propriétés spectro-photométriques des objets observés.

d'accrétion, et comme je le démontre dans la section 11.7, permet d'estimer l'observabilité des NAGs par OHANA.

11.5 Réduction des données

La plage de luminosité uniforme (PLU, “flat field” en anglais) est obtenue à partir d'une série de poses faites lorsque le télescope est pointé vers le dôme. Des lampes incandescentes sont utilisées pour illuminer un écran blanc (paroi interne du dôme). Pour chaque temps de pose, une série d'environ 5 poses avec les lampes allumées est accompagnée d'une série similaire avec les lampes éteintes. Ces séries sont prises pour 3 à 5 temps de poses différents. La PLU est obtenue par régression linéaire sur les images obtenues par soustraction des poses prises avec les lampes allumées et des poses prises avec les lampes éteintes. La qualité de la régression linéaire (paramètre X^2) permet d'identifier les mauvais pixels.

Dans les paragraphes suivants, je résume les étapes principales de la réduction des données. Puisque l'observation sans rotation de la plate-forme Cassegrain limite le temps de pose maximal, le nombre de poses est important : 460 par source en moyenne (dont 180 pour la FEP) et donc 13000 pour l'ensemble des sources. Il est donc très important d'automatiser la réduction des données. Les routines utilisées pour la réduction incluent donc une estimation de la qualité de chaque pose (résolution et flux) afin de sélectionner automatiquement les poses utilisées pour la coaddition. Les algorithmes décrits dans cette section ont été entièrement écrits en C afin d'en accélérer l'exécution et sont entièrement automatiques. Un fichier texte est écrit par le programme et permet de vérifier le bon déroulement de la réduction.

Un point très délicat de la réduction, qui s'applique aux 4 paragraphes suivants, est la suppression des effets de persistance du détecteur : une image “fantôme” de la source persiste pendant plusieurs poses sur le détecteur. Afin de traiter efficacement ce problème, les algorithmes décrits ci-dessous sélectionnent automatiquement, pour chaque pose, les parties du détecteur qui doivent être ignorées car elles ont été fortement exposées récemment. Cette sélection prend en compte le temps écoulé et le nombre de lectures effectuées, et ne considère que les 10 poses précédant l'image analysée.

FEP de référence. Après soustraction du fond de ciel, chaque pose est divisée par la PLU. Une première estimation de la FEP est obtenue par simple addition des images alors obtenues, les mauvais pixels étant ignorés dans la somme. Cette addition utilise une routine de calcul du centre de la FEP de chaque pose. La FEP obtenue est utilisée pour une seconde itération de cet algorithme, où le calcul du centre utilise une corrélation spatiale avec la FEP obtenue pour être plus précis.

Image de la source. L'algorithme permettant de créer une image de la source est identique à l'algorithme précédent, à deux différences près :

- **Rotation.** Avant coaddition, les images individuelles doivent subir une rotation, calculée à partir des coordonnées de la source, du site d'observation, et du temps.
- **Carte de temps de pose.** Parallèlement à la création d'une image coadditionnée, une carte du temps de pose par pixel est générée. Cette carte est indispensable pour la coaddition d'images et leur analyse.

La figure 11.6 montre l'image coadditionnée et la carte de temps de pose correspondante.

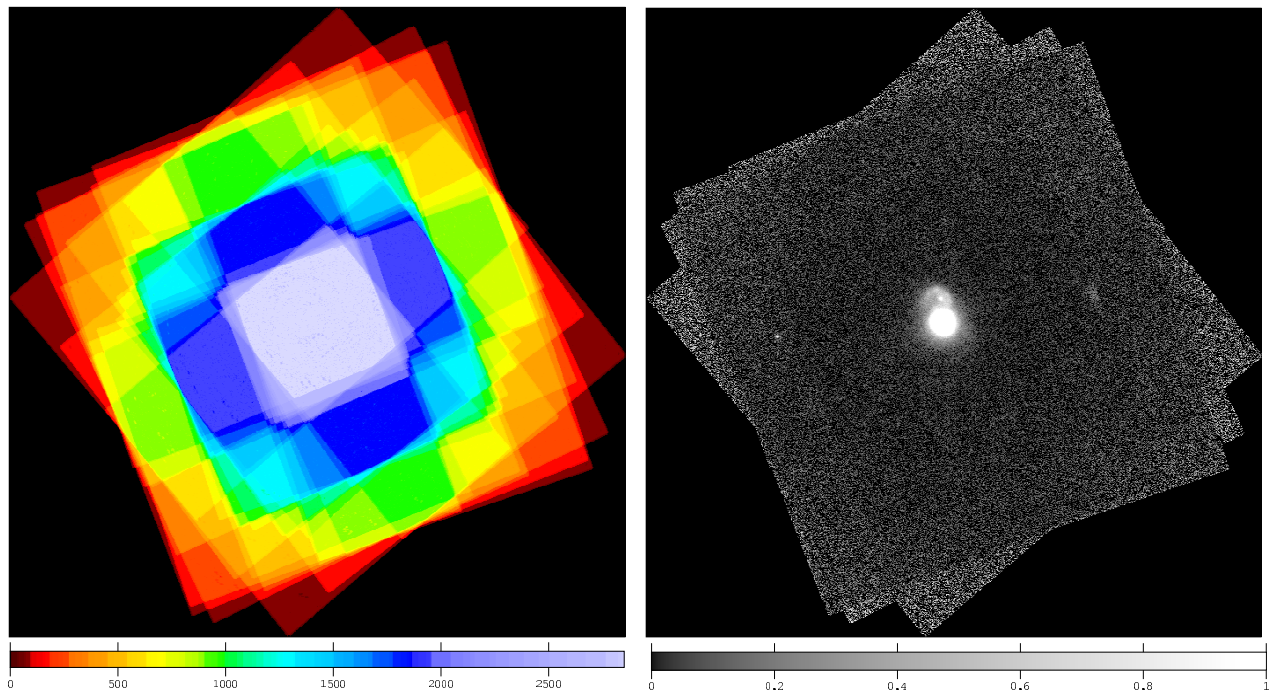


FIG. 11.6 – Temps de pose par pixel, en secondes (gauche), et image finale, en unités digitales par seconde (droite), de PG1700+518 en bande H.

Image de la source avec soustraction de la FEP. Afin de créer une image de la source dans laquelle la FEP centrale est soustraite, la FEP de référence est soustraite à chaque image individuelle de la source. Ces images soustraites sont ensuite additionnées avec les mêmes opérations (translations, rotations etc...) qui ont été effectuées pour générer l'image de la source.

Les résultats de ces trois premières étapes de la réduction des données sont données par les images des figures ?? à ??. Chaque ligne (3 images) correspond à un des objets de l'étude. L'image de la source (à gauche, échelle de luminosité logarithmique) montre que le flux est souvent dominé par la source non résolue centrale. L'image obtenue après soustraction de la FEP centrale (au milieu) montre la galaxie hôte, dont les structures asymétriques apparaissent dans la l'image obtenue après soustraction de la FEP centrale et soustraction du profil radial résiduel (à droite).

Image de la FEP reconstituée. La modélisation de la galaxie hôte nécessite la décomposition de l'image de la source en 3 composantes : une FEP centrale, un disque de galaxie spirale convolué par la FEP et un halo de galaxie elliptique convolué par la FEP. Cette décomposition est effectuée une seule fois sur l'image finale (et non sur chaque image individuelle, car le temps de calcul serait trop long). Ainsi, il est nécessaire de reconstituer la FEP finale. Les opérations (translations, rotations etc...) qui ont permis de créer l'image de la source sont exécutées en remplaçant, avant rotation, chaque image individuelle par la FEP de référence, dont la position et l'intensité sont calculées pour chaque image.

11.5.1 Modélisation de la galaxie hôte

Un modèle simple est adopté pour la galaxie hôte, constitué d'un disque et d'un halo. L'image finale (image observée) I_o obtenue est ainsi modélisée par I_m , dont l'expression est

$$I_m(A_F, A_D, R_D, \theta_D, E_D, A_H, R_H, \theta_H, E_H) = A_F \times FEP + FEP \otimes (Halo + Disque) \quad (11.1)$$

où

$$Disque(x, y) = A_D \times e^{-\frac{d_D}{R_D}} \quad (11.2)$$

avec

$$d_D = \sqrt{x^2 + y^2} \times \sqrt{\cos^2(\text{atan}(y/x) - \theta_D) + \frac{\sin^2(\text{atan}(y/x) - \theta_D)}{(E_0 + 1, 0)^2}} \quad (11.3)$$

et

$$Halo(x, y) = A_H \times e^{-\left(\frac{d_H}{R_H}\right)^{0,25}} \quad (11.4)$$

avec

$$d_H = \sqrt{x^2 + y^2} \times \sqrt{\cos^2(\text{atan}(y/x) - \theta_H) + \frac{\sin^2(\text{atan}(y/x) - \theta_H)}{(E_1 + 1, 0)^2}}. \quad (11.5)$$

Les paramètres libres de cette décomposition sont :

- A_F : intensité lumineuse de la source ponctuelle centrale.
- A_D : luminosité du disque
- R_D : rayon effectif du disque
- θ_D : orientation angulaire du disque
- E_D : élongation du disque
- A_H : luminosité du halo
- R_H : rayon effectif du halo
- θ_H : orientation angulaire du halo
- E_H : élongation du halo.

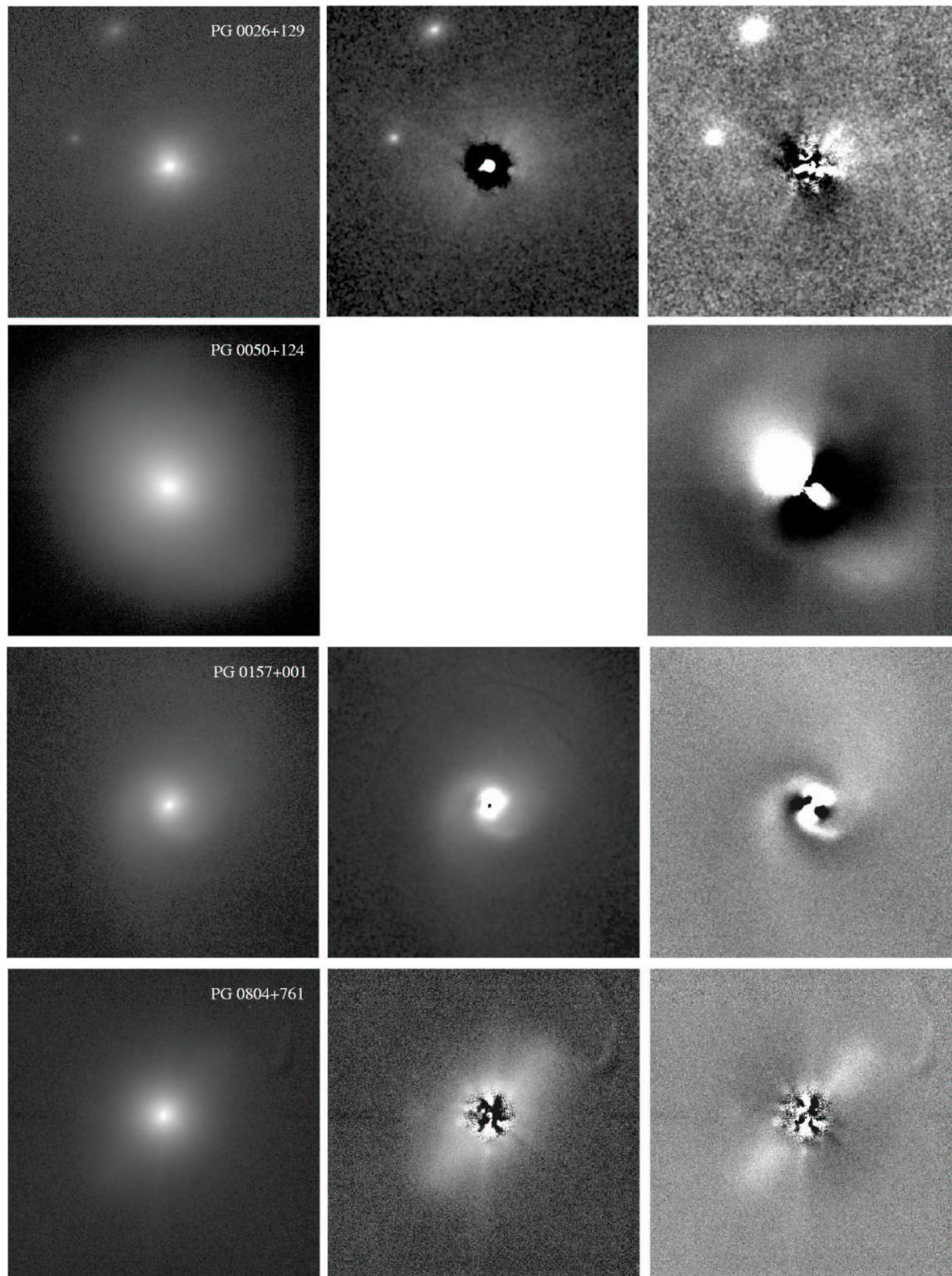
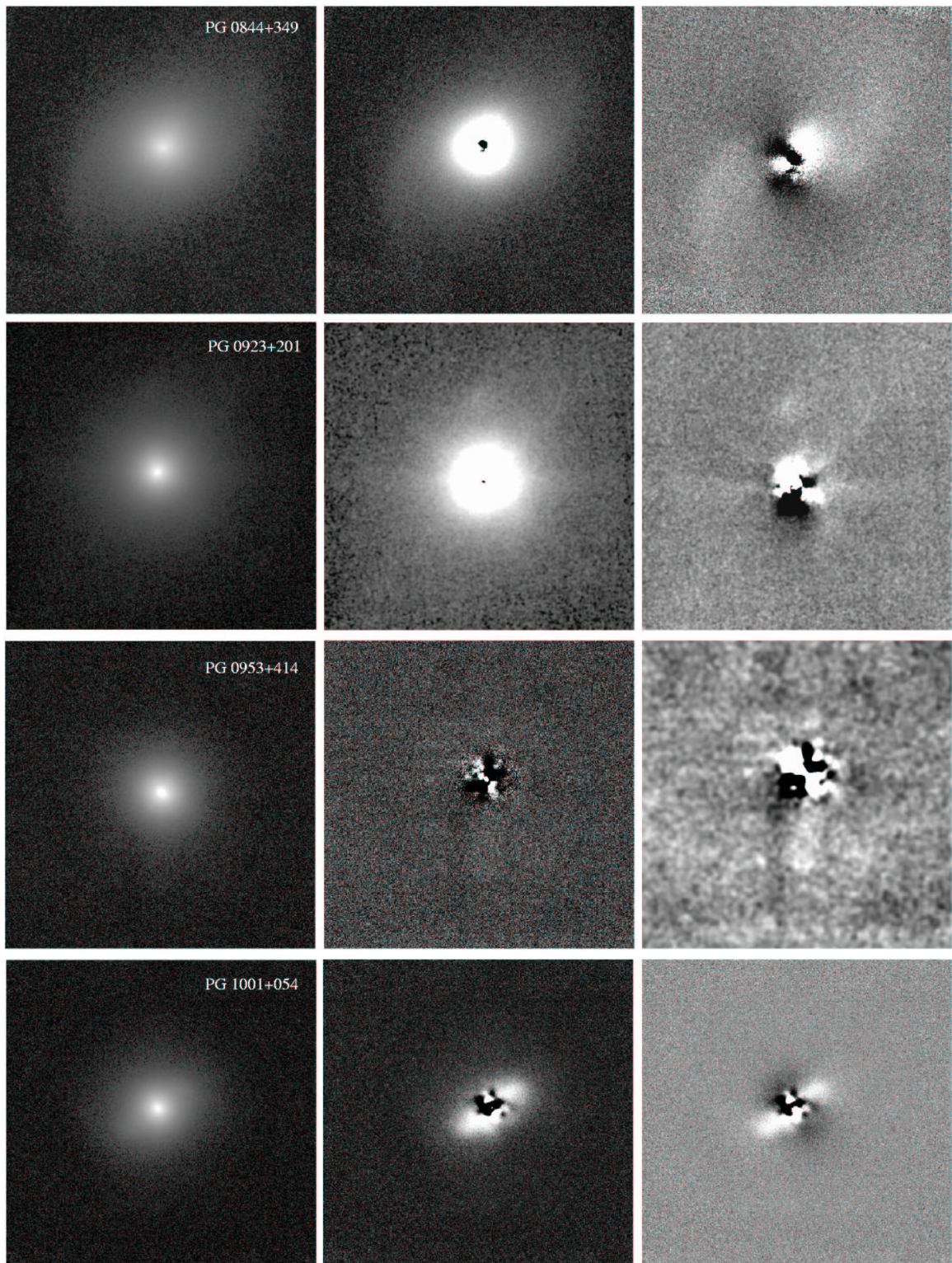
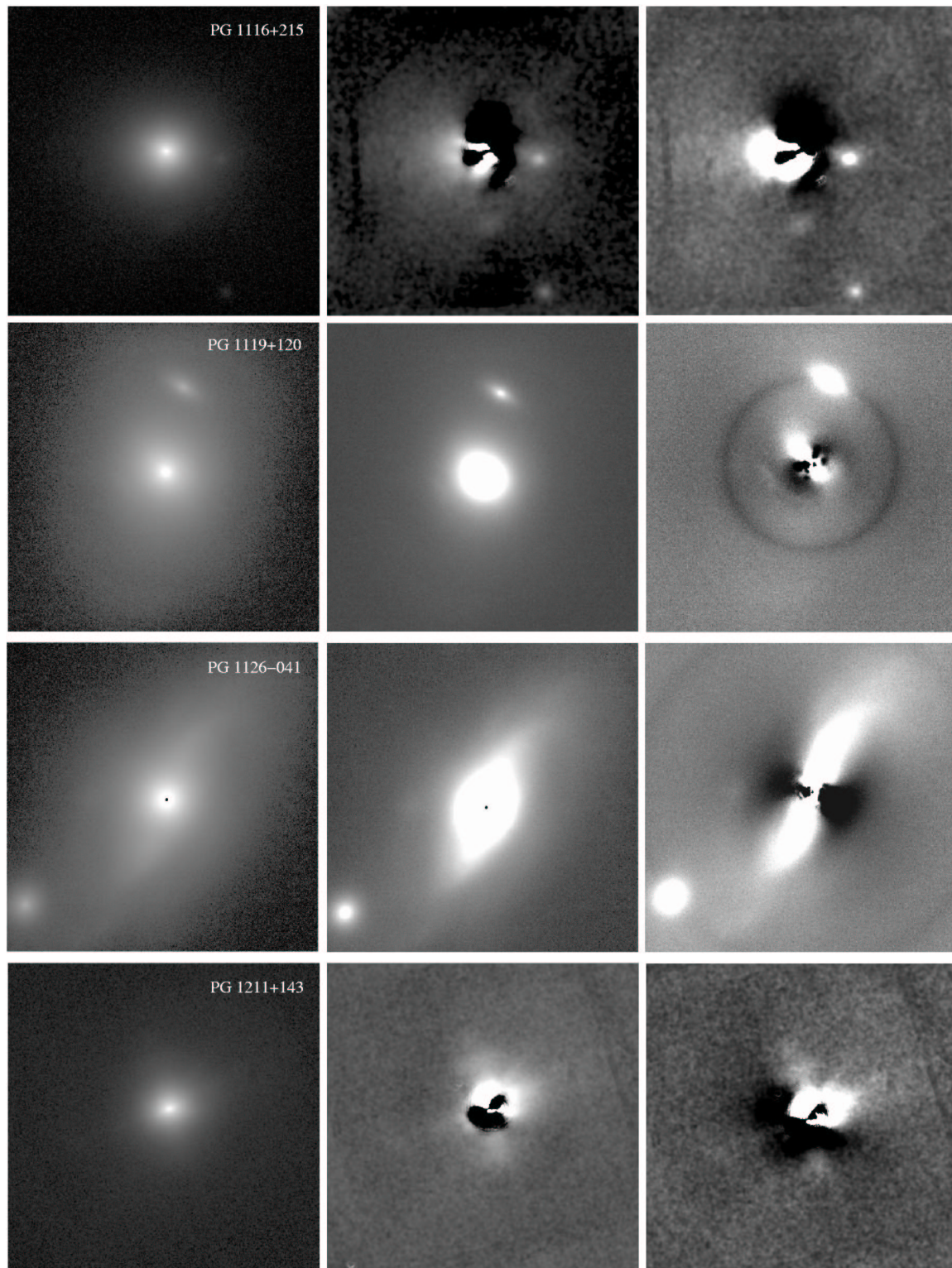
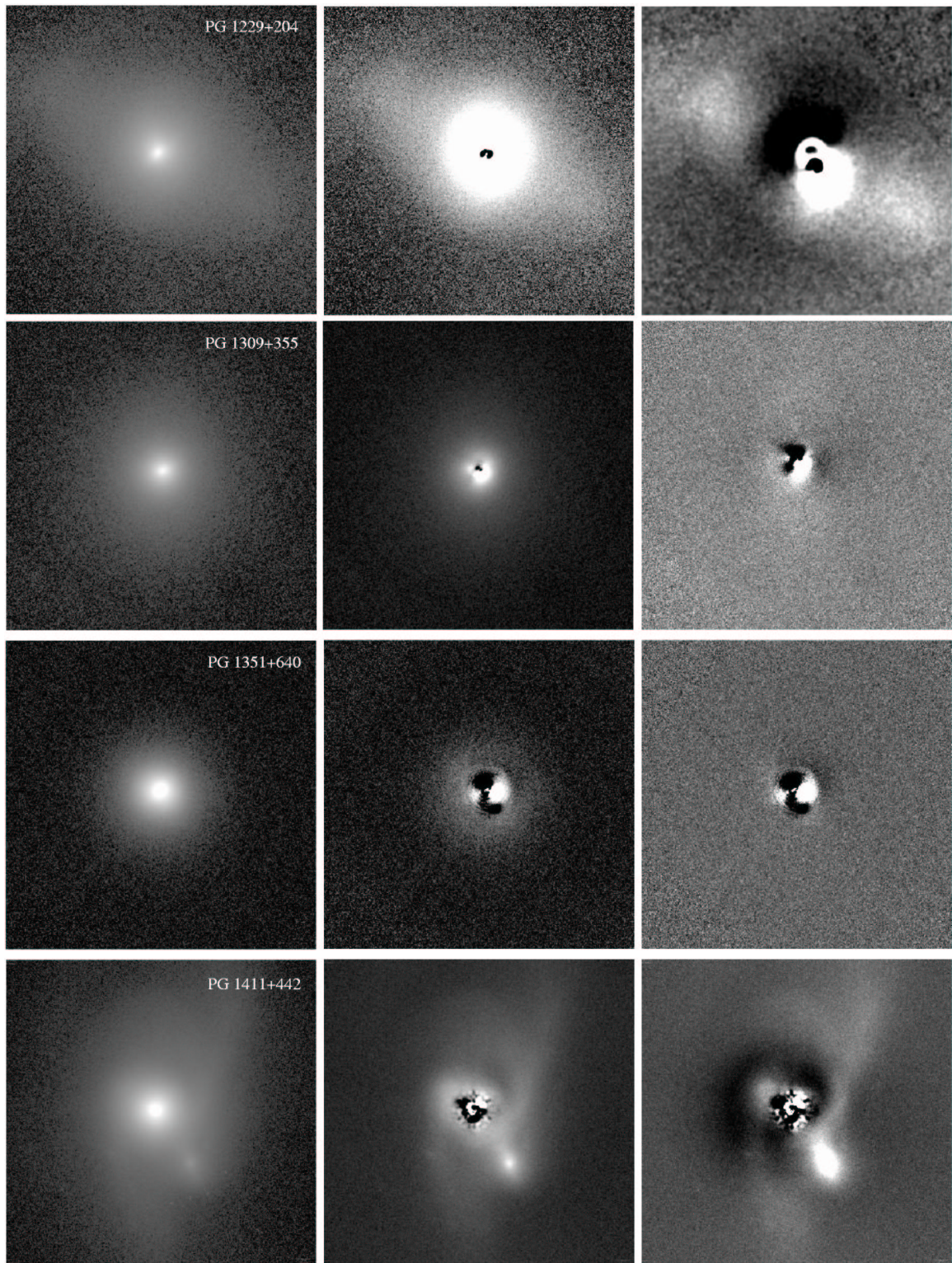
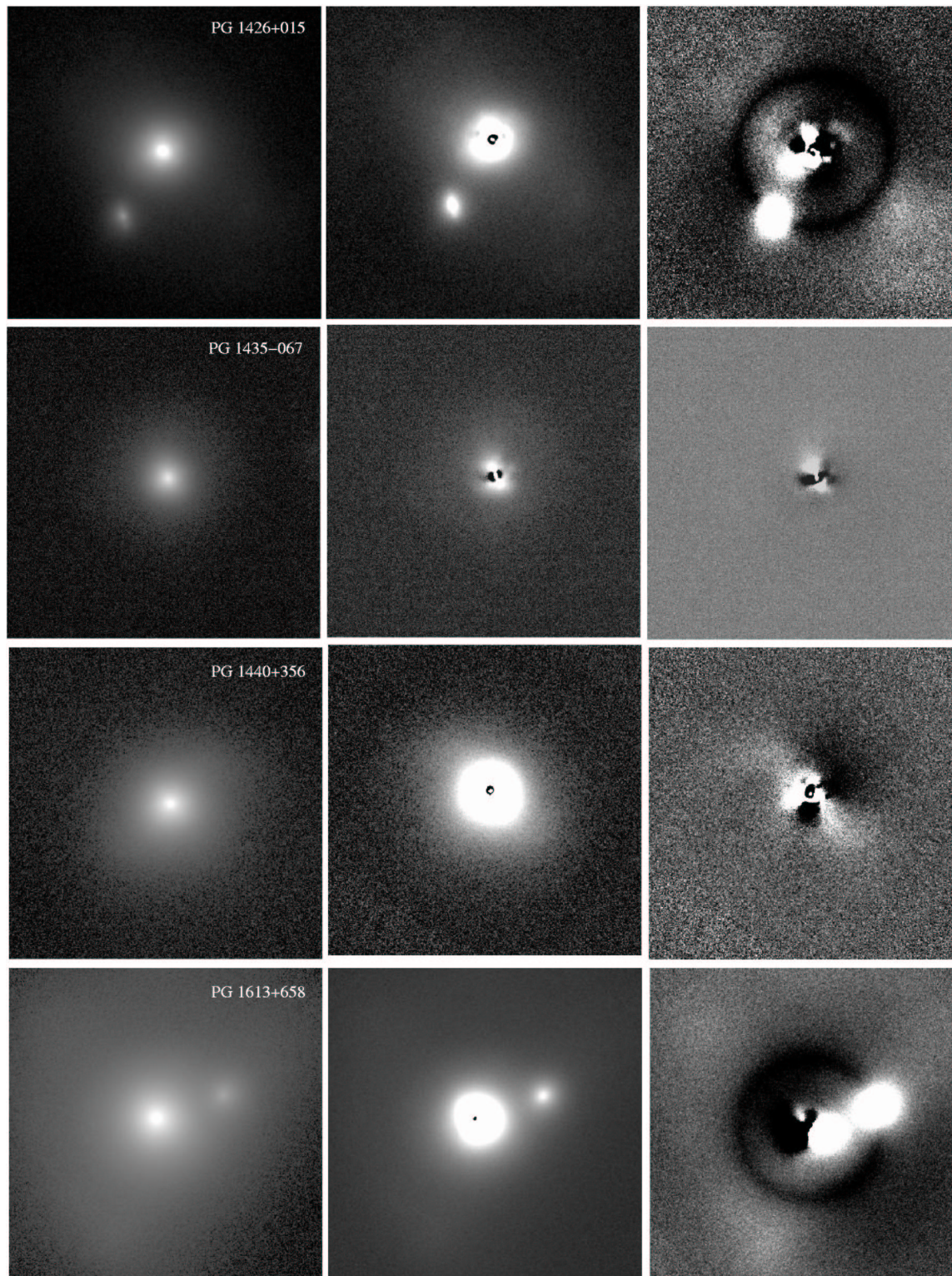


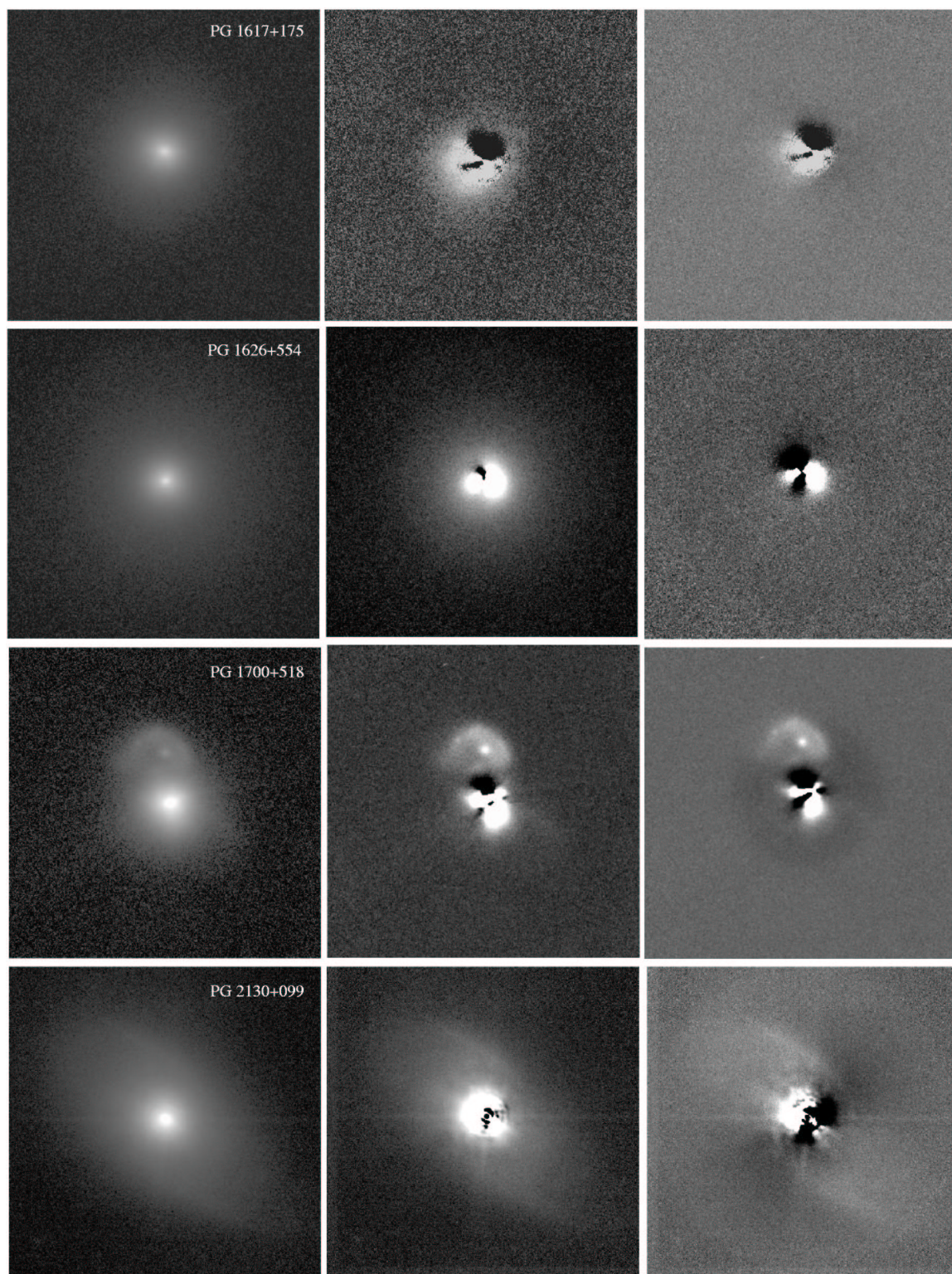
FIG. 11.7 – Images des NAGs. L'image brute (à gauche) est dominée par le quasar, dont la FEP est soustraite (au milieu). La soustraction du profil radial du résidu de soustraction (à droite) met en évidence les structures asymétriques de la galaxie hôte.

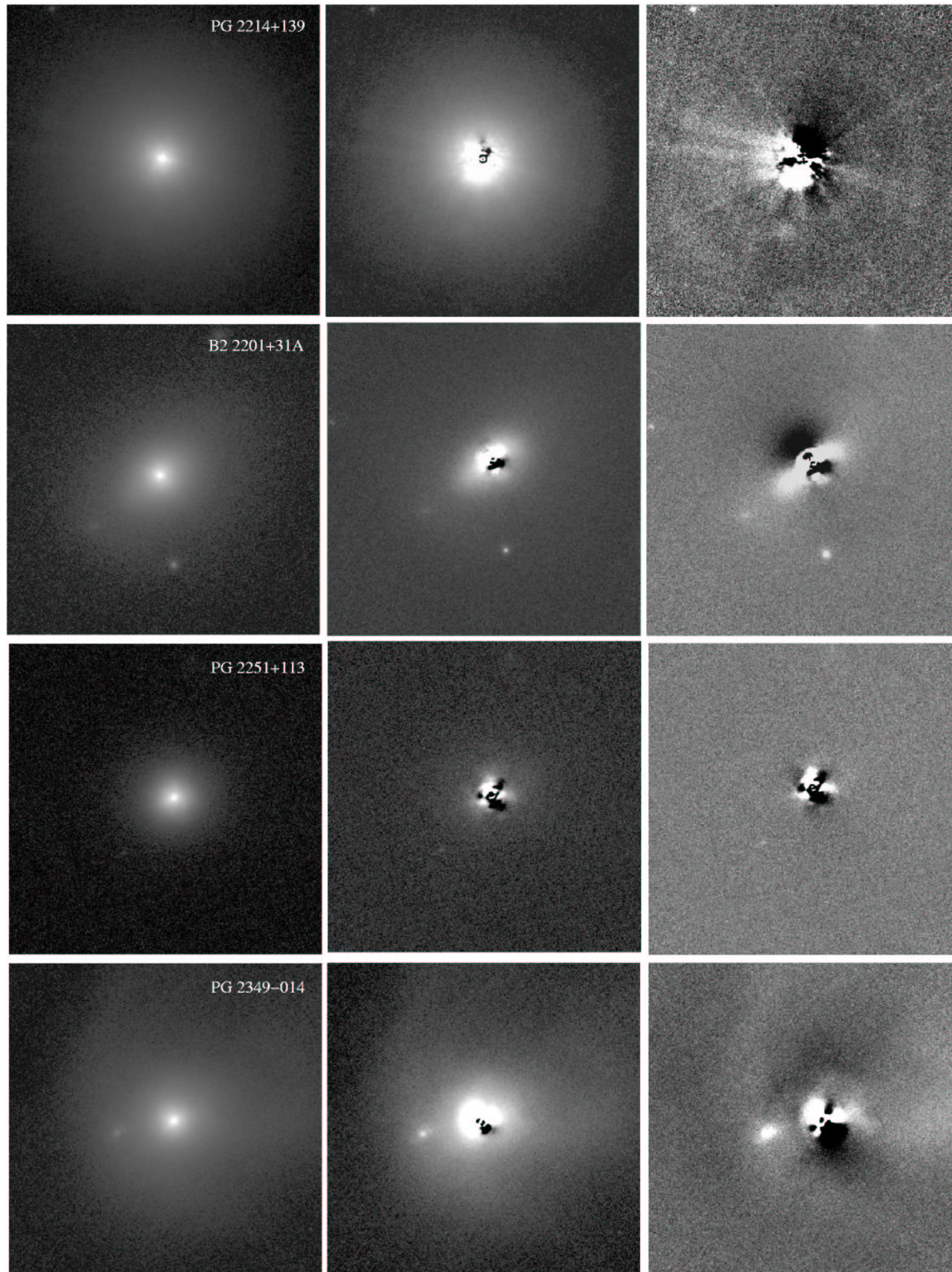












Critère de minimisation. Le choix du critère de minimisation (quantité à minimiser) doit tenir compte des sources d'erreurs du profil radial :

- Bruit de photons
- Bruit de lecture
- Variations de la FEP.

Les bruits de photons et de lecture sont décorrélés entre les pixels, alors qu'il existe une très forte corrélation spatiale dans la variation de la FEP : ces deux types de bruits ne peuvent donc pas être traités de la même façon. Si c'était le cas, on peut vérifier que le résultat de la minimisation serait fonction de l'échelle focale (taille d'un pixel sur le ciel). La quantité à minimiser qui est adoptée dans cette modélisation est :

$$R = \sum_{x,y} \frac{I_m(x,y) - I_o(x,y)}{\sqrt{N_p(x,y)^2 + N_r(x,y)^2 + N_{FEP}(r)^2}} \quad (11.6)$$

où $N_p(x,y)$ et $N_r(x,y)$ sont respectivement le bruit de photon et le bruit de lecture pour le pixel (x,y) et N_{FEP} est une fonction de $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ donnée par

$$N_{FEP}(r) = (\alpha_v \times FEP(r)) \times 2\pi r \quad (11.7)$$

où α_v est la variation relative typique du profil radial $FEP(r)$ de la FEP. Le terme multiplicatif $2\pi r$ correspond à l'hypothèse de corrélation spatiale des variations de la FEP faite : il y a corrélation totale entre tous les points de la FEP à un même rayon, et il n'y a aucune corrélation entre des points à des rayons différents. Cette hypothèse ne reflète pas les variations de la FEP, pour lesquelles la corrélation spatiale est plus complexe et ne peut pas être décomposée en "rayons" indépendants. Cependant, ce choix semble donner de bons résultats et est très simple à utiliser, à la fois pour une analyse unidimensionnelle (profil radial) et pour une analyse bidimensionnelle. Un traitement plus rigoureux du problème nécessiterait une étude approfondie des variations de la FEP. Le terme α_v est choisi égal à 0,2 pour tous les objets (variation du profil radial de 20% environ).

Algorithme de minimisation. Deux images de taille réduite (1024 pixels de coté) sont extraites respectivement de l'image de la source et de l'image de la FEP reconstituée. Dans chaque cas, la source (ou FEP) est centrée sur le pixel central. L'échelle focale est conservée et le champ est donc réduit à 20" de coté, ce qui correspond au champ maximal sur lequel le profil radial est fiable. En effet, la soustraction du fond de ciel, dont l'intensité varie, ne permet pas d'extraire le profil radial au-delà de la taille du détecteur. Le nombre important de pixels dans ces images extraites rend chaque évaluation de R relativement longue (environ 25 secondes pour 1 processeur de 1 GHz). La convolution du modèle de la galaxie par la FEP (équation 11.1) est l'opération qui nécessite le plus de temps dans cette évaluation.

Le nombre important de paramètres libres (9) et le temps nécessaire par évaluation de R justifient l'utilisation d'un algorithme en plusieurs étapes :

- **Étape (1) :** Un algorithme unidimensionnel, sans convolution, donc très rapide, est utilisé pour localiser approximativement la position du minimum.

Nom	Filtre	R_D ($''$)	A_D ($mJy/''^2$)	E_D	θ_D (rad)	R_H ($''$)	A_H ($mJy/''^2$)	E_H	θ_H (rad)	
PG 0026+129	H	3.37	0.0242	0	-	0.000262	2.97	0	-	0.97
PG 0157+001	H	2.59	0.0512	0	-	0.00147	5.78	0.287	3.08849	0.99
PG 0804+761	H	1.73	0.113	0.135	2.42259	0.000114	1.05	0	-	0.808
PG 0804+761	Kp	2.12	0.073	0	-	0.000836	0.59	0	-	0.85
PG 0844+349	H	0.843	0.625	0.183	2.08159	0.0163	0.398	0	-	0.983
PG 0923+201	J	0.421	0.334	0	-	0.00371	1.34	0	-	0.851
PG 0923+201	H	0.562	0.337	0	-	0.0166	0.176	0.139	2.43059	0.803
PG 0953+414	J	0.313	0.472	0	-	0.00253	1.91	0	-	0.91
PG 0953+414	Kp	0.745	0.068	0	-	0.000382	4.11	0	-	0.82
PG 1001+054	H	0.466	0.247	0	-	0.0169	0.0406	0	-	0.89
PG 1116+215	H	1.31	0.0343	0	-	0.00799	0.0445	0	-	0.97
PG 1119+120	H	1.23	0.49	0.293	3.00259	0.000242	3.29	0.109	5.34e-05	0.99
PG 1126-041	H	1.61	0.29	0.492	2.70659	0.000222	0.359	0	-	0.97
PG 1211+143	H	0.385	0.443	0.178	2.36259	0.00315	1.96	0	-	0.87
PG 1229+204	H	1.66	0.338	0.181	1.15	0.00297	3.29	0.179	0.865	0.949
PG 1309+355	H	0.691	0.167	0	-	0.00217	5.29	0.115	3.03859	0.99
PG 1351+640	Kp	0.585	0.408	0	-	0.00236	3.83	0	-	0.97
PG 1411+442	J	0.881	0.154	0.253	0.216	0.00262	2.13	0.108	0.0254	0.999
PG 1411+442	H	1.41	0.0727	0.309	0.00238	0.00139	4.55	0.241	0.118	0.981
PG 1411+442	Kp	0.88	0.32	0.217	0.132	0.00826	0.108	0	-	0.917
PG 1426+015	Kp	1.35	0.261	0.105	0.915	0.00189	4.77	0	-	0.982
PG 1435-067	J	0.763	0.113	0	-	0.00211	4.19	0	-	0.98
PG 1440+356	Kp	0.482	1.75	0.47	1.2	0.00056	24.9	1.66	1.1	1.47
PG 1613+658	J	1.87	0.177	0.184	2.13159	0.00016	3.16	0	-	0.99
PG 1613+658	H	1.9	0.242	0.131	2.05159	0.000767	3.07	0	-	0.991
PG 1613+658	Kp	2	0.269	0.103	2.08159	0.000475	3.68	0.109	2.72459	1
PG 1617+175	Kp	4.05	0.0243	0	-	0.0191	0.0263	0	-	0.96
PG 1626+554	H	1.84	0.044	0	-	0.00139	2.47	0	-	0.999
PG 1626+554	Kp	0.728	0.179	0	-	0.00157	3.97	0	-	0.921
PG 1700+518	H	0.611	0.32	0.27	0.123	0.0121	0.00148	0	-	0.832
PG 1700+518	Kp	0.428	0.757	0	-	0.00107	5.72	1.08	0.373	0.47
PG 2130+099	H	0.973	0.463	0.345	0.766	0.0193	0.122	0	-	0.93
PG 2130+099	Kp	1	0.5	0.326	0.758	0.000608	3.94	0	-	0.911
PG 2214+139	H	1.58	0.32	0	-	0.00243	4.81	0.145	1.53	0.969
B2 2201+31A	H	1.08	0.0971	0.228	2.13159	0.0136	0.175	0	-	0.989
PG 2251+113	H	0.383	0.179	0	-	0.00746	0.43	0	-	0.98
PG 2349-014	H	2.09	0.0402	0	-	0.00252	5.43	0.232	1.80159	0.87

TAB. 11.3 – Résultats de l'analyse bidimensionnelle des galaxies hôtes.

- **Étape (2)** : Une vaste région est explorée autour de cette position (évaluation de R à des positions aléatoires) pour localiser la position approximative du minimum dans le cas bidimensionnel.
- **Étape (3)** : Un algorithme de recuit simulé [Kirkpatrick et al., 1983; Kirkpatrick, 1984; Metropolis et al., 1953] est utilisé pour obtenir la position précise du minimum.

En parallèle de la minimisation de R décrite dans cette section (modèle de galaxie composé d'un disque et d'un halo), l'algorithme est également utilisé avec les contraintes $A_D = 0$ (recherche d'un modèle de galaxie elliptique en accord avec les données) et $A_H = 0$ (recherche d'un modèle de galaxie spirale en accord avec les données). On peut vérifier l'efficacité de l'algorithme de minimisation en vérifiant que la valeur de R obtenue sans contraintes sur le modèle est la plus faible.

Résultats Les résultats de l'analyse bidimensionnelle sont présentés dans la table 11.3.

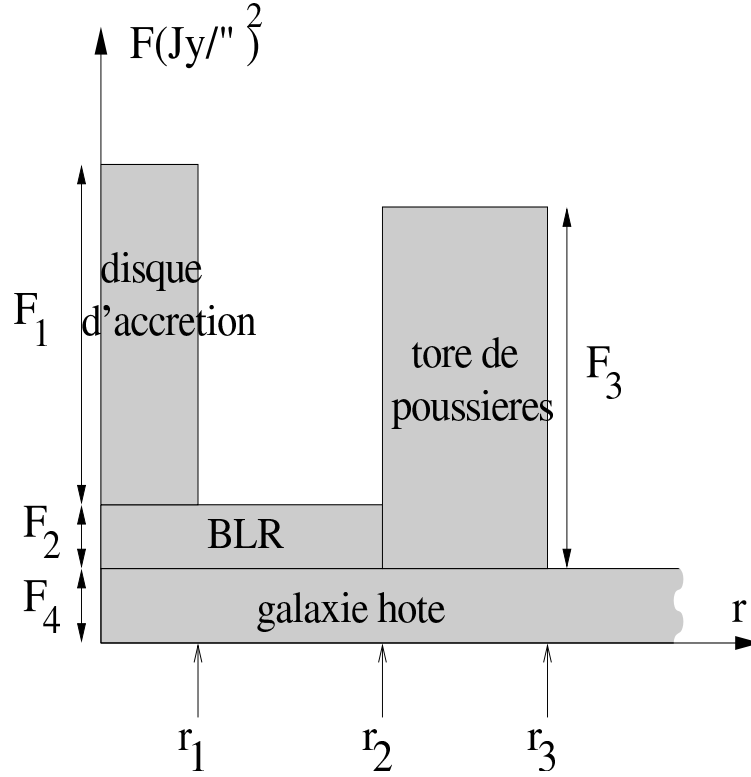


FIG. 11.8 – Modèle de distribution spatiale du flux adopté pour les NAGs.

11.6 Distribution du flux dans la région centrale

Dans cette section, les résultats de l'analyse des images obtenues par optique adaptative, les mesures spectro-photométriques disponibles pour les objets étudiés et le modèle théorique des NAGs sont utilisés pour déterminer la distribution du flux dans la région centrale des NAGs. Les deux principaux objectifs de cette étude sont :

- **Estimation de la visibilité des franges et du flux couplé dans les fibres.**
Il est important d'estimer ces deux quantités pour déterminer si les franges sont observables avec une combinaison donnée de deux télescopes.
- **Estimation de l'amplitude des erreurs dues aux effets de champ.**

Le modèle de distribution du flux est représenté dans la figure 11.8, et ne possède que 7 paramètres libres :

- r_1 : Rayon effectif du disque d'accrétion.
- F_1 : Luminosité de surface du disque d'accrétion.
- r_2 : Rayon intérieur du tore de poussières.
- F_2 : Luminosité de surface de la lumière diffusée par les nuages de gaz internes au tore de poussières.
- r_3 : Rayon externe du tore de poussières.
- F_3 : Luminosité de surface du tore de poussières.
- F_4 : Luminosité de surface de la galaxie hôte.

Le paramètre F_4 est calculé par le modèle de la galaxie hôte obtenu à partir des images de l'optique adaptative. Cette valeur permet de calculer, toujours à partir de ces images, le flux total de la "FEP", qui est égal à $Flux_{FEP} = \pi(F_1r_1^2 + F_2r_2^2 + F_3(r_3^2 - r_2^2))$. La contribution de l'émission thermique du tore de poussières (et celle de la galaxie hôte) étant considérée négligeable en bande V, $\pi(F_1r_1^2 + F_2r_2^2)$ est obtenu à partir de la luminosité en V du quasar, en extrapolant la loi de puissance observée en visible jusque dans l'infrarouge proche :

$$\pi(F_1r_1^2 + F_2r_2^2) = 3,4 \cdot 10^3 \times 2,511886^{-m_v} \text{ Jy}. \quad (11.8)$$

Dans cette étude, je considère que 10% du flux du disque d'accrétion est diffusé par les nuages de gaz : $0,1 \times F_1r_1^2 = F_2r_2^2$. Le flux non attribué est alors assigné au tore de poussières. Le rayon r_1 est considéré égal à 0,02pc pour tous les objets, et le rayon r_2 (distance à laquelle la température de sublimation des poussières est atteinte) est calculé à partir de la luminosité absolue du quasar en bande B :

$$r_2(\text{pc}) = 4,326 \cdot 10^{-6} \times 2,511886^{-\frac{M_B}{2}}. \quad (11.9)$$

La largeur effective $r_3 - r_2$ du tore de poussières est considérée égale à $r_2/2$. Cette dernière hypothèse est justifiée par la décroissance rapide du profil de luminosité du disque dans le proche infrarouge (due à la diminution de la température avec la distance). L'ensemble de ces équations permet le calcul des 7 paramètres du modèle pour chaque objet. Les résultats de ce calcul sont présentés dans la table 11.4 pour la bande H ($1,6\mu\text{m}$). Ce modèle n'a pas permis de déterminer la distribution de luminosité pour deux quasars à cause d'un manque de données photométriques : PG 08044+349 et PG 1435-067.

11.7 Mesure de la visibilité

Les figures 11.9 à 11.13 donnent la visibilité des franges pour chacun des objets pour les bases de 50m à 800m en bande H. Le modèle décrit précédemment et dont les valeurs sont données dans la table 11.4 a été utilisé pour ce calcul. La table 11.4 montre que la région centrale des NAGs (disque d'accrétion + nuages de gaz + tore de poussières) n'est pas résolue par les télescopes individuels, dont la limite de résolution est environ 100 fois supérieure à la taille de la région centrale. Le fond continu de la galaxie hôte réduit la visibilité des franges de quelques pourcents à quelques dixièmes de pourcents : cet effet est multiplicatif et est donc surtout important aux courtes bases (visibilités proches de 1). Les objets dont le flux est dominé par le disque d'accrétion ont une visibilité élevée même aux grandes bases, et c'est surtout le tore de poussières qui est responsable de la réduction de la visibilité. La luminosité infrarouge des NAGs est donc un bon indicateur de visibilité des franges.

Visibilités dans les bandes J et K. Toutes les simulations de cette étude ont été faites pour la bande H, mais les bandes J et K sont également accessibles à

Nom	r_1 ($''$)	F_1 ($Jy/''^2$)	r_2 ($''$)	F_2 ($Jy/''^2$)	r_3 ($''$)	F_3 ($Jy/''^2$)	F_4 ($Jy/''^2$)	Fr_1	Fr_2	Fr_3	Fr_4
PG 0026+129	$4,58 \cdot 10^{-6}$	$5,86 \cdot 10^7$	$1,77 \cdot 10^{-4}$	$4,22 \cdot 10^3$	$2,66 \cdot 10^{-4}$	$1,10 \cdot 10^4$	$3,0 \cdot 10^{-3}$	0,637	0,071	0,231	0,061
PG 0157+001	$4,12 \cdot 10^{-6}$	$3,04 \cdot 10^7$	$1,65 \cdot 10^{-4}$	$2,10 \cdot 10^3$	$2,48 \cdot 10^{-4}$	$2,91 \cdot 10^4$	$5,8 \cdot 10^{-3}$	0,263	0,029	0,509	0,199
PG 0804+761	$6,09 \cdot 10^{-6}$	$2,18 \cdot 10^7$	$1,50 \cdot 10^{-4}$	$4,01 \cdot 10^3$	$2,25 \cdot 10^{-4}$	$1,37 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	0,159	0,018	0,758	0,065
PG 0844+349	$8,98 \cdot 10^{-6}$	$3,03 \cdot 10^7$	$2,40 \cdot 10^{-4}$	$4,72 \cdot 10^3$	$3,60 \cdot 10^{-4}$	-	$1,0 \cdot 10^{-3}$	-	-	-	0,323
PG 0923+201	$3,68 \cdot 10^{-6}$	$3,34 \cdot 10^7$	$1,15 \cdot 10^{-4}$	$3,81 \cdot 10^3$	$1,73 \cdot 10^{-4}$	$4,48 \cdot 10^4$	$5,1 \cdot 10^{-4}$	0,301	0,033	0,497	0,169
PG 0953+414	$3,19 \cdot 10^{-6}$	$7,12 \cdot 10^7$	$2,02 \cdot 10^{-4}$	$1,97 \cdot 10^3$	$3,03 \cdot 10^{-4}$	$7,93 \cdot 10^3$	$3,3 \cdot 10^{-3}$	0,534	0,059	0,298	0,109
PG 1001+054	$4,16 \cdot 10^{-6}$	$1,58 \cdot 10^7$	$1,06 \cdot 10^{-4}$	$2,70 \cdot 10^3$	$1,59 \cdot 10^{-4}$	$2,69 \cdot 10^4$	$2,9 \cdot 10^{-4}$	0,342	0,038	0,475	0,145
PG 1116+215	$3,88 \cdot 10^{-6}$	$7,77 \cdot 10^7$	$1,70 \cdot 10^{-4}$	$4,50 \cdot 10^3$	$2,55 \cdot 10^{-4}$	$5,61 \cdot 10^4$	$7,9 \cdot 10^{-5}$	0,342	0,038	0,592	0,028
PG 1119+120	$1,12 \cdot 10^{-5}$	$1,35 \cdot 10^7$	$1,69 \cdot 10^{-4}$	$6,59 \cdot 10^3$	$2,54 \cdot 10^{-4}$	$5,62 \cdot 10^3$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	0,544	0,060	0,065	0,331
PG 1126-041	$9,52 \cdot 10^{-6}$	$1,07 \cdot 10^7$	$1,23 \cdot 10^{-4}$	$7,13 \cdot 10^3$	$1,85 \cdot 10^{-4}$	$1,56 \cdot 10^5$	$6,5 \cdot 10^{-4}$	0,197	0,022	0,605	0,176
PG 1211+143	$7,00 \cdot 10^{-6}$	$4,19 \cdot 10^7$	$1,86 \cdot 10^{-4}$	$6,59 \cdot 10^3$	$2,79 \cdot 10^{-4}$	$5,39 \cdot 10^2$	$2,4 \cdot 10^{-3}$	0,793	0,088	0,009	0,110
PG 1229+204	$8,98 \cdot 10^{-6}$	$9,16 \cdot 10^6$	$1,78 \cdot 10^{-4}$	$2,60 \cdot 10^3$	$2,67 \cdot 10^{-4}$	$1,83 \cdot 10^4$	$3,6 \cdot 10^{-3}$	0,270	0,030	0,268	0,432
PG 1309+355	$3,78 \cdot 10^{-6}$	$3,92 \cdot 10^7$	$1,52 \cdot 10^{-4}$	$2,70 \cdot 10^3$	$2,28 \cdot 10^{-4}$	$4,71 \cdot 10^3$	$5,4 \cdot 10^{-3}$	0,482	0,054	0,117	0,347
PG 1351+640	$6,79 \cdot 10^{-6}$	$2,45 \cdot 10^7$	$1,28 \cdot 10^{-4}$	$7,65 \cdot 10^3$	$1,92 \cdot 10^{-4}$	$8,92 \cdot 10^4$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	0,322	0,036	0,522	0,120
PG 1411+442	$6,66 \cdot 10^{-6}$	$2,19 \cdot 10^7$	$1,57 \cdot 10^{-4}$	$4,39 \cdot 10^3$	$2,36 \cdot 10^{-4}$	$4,02 \cdot 10^4$	$4,6 \cdot 10^{-3}$	0,368	0,041	0,471	0,120
PG 1426+015	$6,93 \cdot 10^{-6}$	$2,28 \cdot 10^7$	$1,54 \cdot 10^{-4}$	$5,14 \cdot 10^3$	$2,31 \cdot 10^{-4}$	$3,84 \cdot 10^4$	$4,3 \cdot 10^{-4}$	0,396	0,044	0,411	0,149
PG 1435-067	$4,95 \cdot 10^{-6}$	$1,57 \cdot 10^7$	$1,33 \cdot 10^{-4}$	$2,41 \cdot 10^3$	$2,00 \cdot 10^{-4}$	-	$5,0 \cdot 10^{-3}$	-	-	-	0,190
PG 1440+356	$7,46 \cdot 10^{-6}$	$2,57 \cdot 10^7$	$1,51 \cdot 10^{-4}$	$6,98 \cdot 10^3$	$2,27 \cdot 10^{-4}$	$1,68 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^{-2}$	0,291	0,032	0,511	0,166
PG 1613+658	$4,95 \cdot 10^{-6}$	$2,53 \cdot 10^7$	$1,43 \cdot 10^{-4}$	$1,08 \cdot 10^3$	$2,15 \cdot 10^{-4}$	$8,17 \cdot 10^4$	$3,3 \cdot 10^{-3}$	0,173	0,019	0,589	0,219
PG 1617+175	$5,47 \cdot 10^{-6}$	$2,27 \cdot 10^7$	$1,29 \cdot 10^{-4}$	$4,53 \cdot 10^3$	$1,94 \cdot 10^{-4}$	$5,87 \cdot 10^4$	$5,1 \cdot 10^{-5}$	0,331	0,037	0,600	0,032
PG 1626+554	$4,83 \cdot 10^{-6}$	$1,42 \cdot 10^7$	$1,00 \cdot 10^{-4}$	$3,68 \cdot 10^3$	$1,50 \cdot 10^{-4}$	$5,82 \cdot 10^4$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	0,252	0,028	0,553	0,167
PG 1700+518	$2,77 \cdot 10^{-6}$	$1,16 \cdot 10^8$	$1,82 \cdot 10^{-4}$	$2,99 \cdot 10^3$	$2,73 \cdot 10^{-4}$	$1,99 \cdot 10^4$	$3,2 \cdot 10^{-4}$	0,428	0,048	0,398	0,126
PG 2130+099	$9,38 \cdot 10^{-6}$	$1,54 \cdot 10^7$	$1,79 \cdot 10^{-4}$	$4,70 \cdot 10^3$	$2,69 \cdot 10^{-4}$	$7,83 \cdot 10^4$	$5,8 \cdot 10^{-4}$	0,248	0,028	0,577	0,147
PG 2214+139	$8,74 \cdot 10^{-6}$	$1,74 \cdot 10^7$	$1,55 \cdot 10^{-4}$	$6,17 \cdot 10^3$	$2,33 \cdot 10^{-4}$	$8,90 \cdot 10^4$	$5,1 \cdot 10^{-3}$	0,254	0,028	0,515	0,203
B2 2201+31A	$2,75 \cdot 10^{-6}$	$8,35 \cdot 10^7$	$1,79 \cdot 10^{-4}$	$2,19 \cdot 10^3$	$2,69 \cdot 10^{-4}$	$1,18 \cdot 10^4$	$2,7 \cdot 10^{-4}$	0,441	0,049	0,332	0,178
PG 2251+113	$2,60 \cdot 10^{-6}$	$6,77 \cdot 10^7$	$1,30 \cdot 10^{-4}$	$3,01 \cdot 10^3$	$1,95 \cdot 10^{-4}$	$3,72 \cdot 10^4$	$6,1 \cdot 10^{-4}$	0,320	0,036	0,551	0,093
PG 2349-014	$3,93 \cdot 10^{-6}$	$4,78 \cdot 10^7$	$1,34 \cdot 10^{-4}$	$4,57 \cdot 10^3$	$2,01 \cdot 10^{-4}$	$2,21 \cdot 10^4$	$5,5 \cdot 10^{-3}$	0,416	0,046	0,279	0,259

TAB. 11.4 – Résultats du modèle de distribution du flux dans la région centrale des NAGs en bande H ($1,6\mu m$). Les fractions du flux total dans un rayon de $2,75''$ dues au disque d'accrétion (Fr_1), aux nuages de gaz (Fr_2), au tore de poussières (Fr_3) et à la galaxie hôte (Fr_4) sont également données.

l'interféromètre OHANA. Les NAGs étudiés sont relativement rouges en proche infrarouge : la valeur moyenne de la couleur $H - K$ est égale à 0.99, alors que pour une galaxie typique elliptique ou spirale, $H - K \approx 0.15 - 0.30$ [Aaronson, 1977]. Cette couleur est due à l'émission thermique des poussières, plus importante en K qu'en H (voir la figure 11.2). De plus, puisque la température des poussières décroît avec la distance au centre, la taille angulaire apparente du tore de poussières est plus importante en K qu'en H. Ces deux effets réduisent la visibilité aux grandes bases, et ne sont que très partiellement compensés par le changement de résolution angulaire de l'interféromètre dû au changement de longueur d'onde. Pour les mêmes raisons, la visibilité en J est généralement plus élevée qu'en H pour la même base.

Observabilité. Puisque ces objets sont proches de la magnitude limite d'OHANA, une visibilité réduite (proche de 0) peut rendre les franges indétectables. Il est donc important d'utiliser les estimations de visibilité présentées dans les figures 11.9 à 11.13 pour évaluer si les franges peuvent être détectées pour une base donnée d'OHANA. Une non-détection contient également une information sur l'objet (limite supérieure de la visibilité). La magnitude de la source centrale non résolue par chacun des télescopes est également importante pour estimer si les franges peuvent être détectées. Ces magnitudes sont données dans la table 11.5 pour la bande H, et sont environ une magnitude plus lumineuses en bande K (car $H - K \approx 1$ pour les NAGs étudiés, et la luminosité est dominée par la source centrale non résolue par un télescope). Les premières estimations de la magnitude limite d'OHANA [Perrin et al., 2000] se situent à environ $m_K = 14^1$, et la plupart des NAGs étudiés dans ce travail sont donc sans doute suffisamment lumineux pour être observés (valeur médiane de la magnitude de la source centrale égale à 13,1 en H, et donc environ égale à 12,1 en K).

Erreurs sur la visibilité. La région centrale des NAGs est trop petite pour être une source significative d'erreurs de visibilité (moins de 0,5%). Les parties centrales de la galaxie hôte sont par contre responsables d'erreurs sur la mesure de la visibilité. Puisque la galaxie hôte est très étendue et, dans le modèle utilisé, de luminosité de surface presque constante sur la taille caractéristique (LMH) de la FEP, la quantité de flux de la galaxie hôte couplée dans une fibre varie peu avec le temps. Par contre, le rapport de Strehl de la FEP varie rapidement, et donc également le flux de la région centrale du NAG couplé. C'est cette efficacité de couplage différentielle qui est la source dominante des erreurs sur la visibilité. Il est difficile d'estimer l'amplitude de ces erreurs, tout comme il est difficile d'estimer si elles peuvent être corrigées par traitement des données. Dans le cas où la luminosité de surface de la galaxie hôte est presque constante sur une vaste zone centrale, il est en principe possible de corriger parfaitement cet effet : c'est le cas dans le modèle adopté dans cette étude. Cependant, ce modèle est optimiste, car la région centrale de la galaxie est sans doute inhomogène : amas stellaires, régions de formation d'étoiles contribuent à cette inhomogénéité. Ainsi, les images obtenues par optique adaptative montrent

¹Avec cependant une grande marge d'erreur.

Nom	NAG	galaxie	total
PG 0026+129	13,23	16,21	13,16
PG 0157+001	13,35	14,87	13,11
PG 0804+761	12,15	15,05	12,07
PG 0844+349	13,08	13,89	12,66
PG 0923+201	13,60	15,34	13,40
PG 0953+414	13,64	15,93	13,51
PG 1001+054	14,26	16,20	14,09
PG 1116+215	12,53	16,40	12,50
PG 1119+120	13,04	13,81	12,61
PG 1126-041	12,32	14,00	12,10
PG 1211+143	12,93	15,21	12,81
PG 1229+204	13,37	13,67	12,76
PG 1309+355	14,15	14,84	13,68
PG 1351+640	13,10	15,27	12,96
PG 1411+442	12,92	15,09	12,78
PG 1426+015	12,91	14,81	12,73
PG 1435-067	-	-	-
PG 1440+356	12,33	14,09	12,13
PG 1613+658	12,72	14,11	12,45
PG 1617+175	13,09	16,18	13,06
PG 1626+554	13,75	15,50	13,55
PG 1700+518	13,19	15,31	13,05
PG 2130+099	12,16	14,08	11,99
PG 2214+139	12,29	13,78	12,04
B2 2201+31A	13,67	15,33	13,45
PG 2251+113	13,56	16,05	13,46
PG 2349-014	13,54	14,69	13,22

TAB. 11.5 – Magnitudes H de la source centrale non résolue, de la galaxie (dans un rayon de 2.75") et de l'ensemble source non résolue + galaxie (dans un rayon de 2.75").

que les galaxies hôtes sont souvent très perturbées (voir figure 11.7). Les erreurs sur la visibilité données dans les figures 11.9 à 11.13 sont calculées en supposant que l'inhomogénéité de la région centrale de la galaxie hôte est de 100% à l'échelle spatiale de la résolution angulaire de chaque télescope. Ainsi, le flux total de la galaxie hôte couplé dans la fibre varie entre 0 et $2 \times F_m$, où F_m est la valeur moyenne du flux de la galaxie hôte couplé. Cette hypothèse est optimiste si la région centrale de la galaxie hôte contient des structures (amas d'étoiles par exemple) dont la luminosité de surface excède significativement la luminosité de surface de la galaxie hôte estimée par la modélisation présentée dans la section 11.5.1.

11.8 Discussion

Il n'existe actuellement pas de moyen d'observation direct aux résolutions angulaires intermédiaires entre la résolution de l'optique adaptative au sol et celle d'OHANA. Or, c'est justement cet intervalle de résolution qui est critique pour l'estimation des erreurs dans la mesure de la visibilité dues aux effets de champ. Ce "vide" doit donc être comblé par une modélisation de l'objet, dont les paramètres sont contraints par des observations par optique adaptative et des mesures spectrophotométriques. Les bases "courtes" qui seront bientôt disponibles grâce aux interféromètre Keck et VLTI sont particulièrement utiles et permettront de réduire ce "vide".

Dans le cas de l'observation de NAGs par OHANA, j'ai fait une telle étude sur un échantillon de 28 objets. Cette étude montre que la distribution spectrale d'énergie émise par ces objets permet le choix "éclairé" d'une source et d'une base interférométrique :

- **Couleur dans le visible.** Pour les NAGs ayant un excès de luminosité dans le bleu, l'extinction sur la ligne de visée du disque d'accrétion est faible, et l'interprétation des données est donc plus facile.
- **Luminosité absolue.** Une importante luminosité absolue garantit que le contraste entre la région centrale et la galaxie hôte est fort, et les erreurs de visibilité dues aux effets de champ sont donc moindres.
- **Luminosité infra-rouge.** Les NAGs qui sont très lumineux en infra-rouge possèdent une quantité importante de poussières dans le voisinage du disque d'accrétion central, et leur visibilité aux bases importantes (plusieurs centaines de mètres) sont relativement faibles.
- **Corrélation luminosité infra-rouge / morphologie de la galaxie hôte.** Une comparaison entre la table 11.2 et les figures ?? à ?? montre que les objets les plus lumineux en infra-rouge sont également ceux dont la morphologie de la galaxie hôte est la plus "anormale". Cette corrélation avait déjà été avancée [Clements, 2000] à partir d'observation de moins bonne qualité (sans optique adaptative) et est mise en évidence de façon plus certaine dans les images obtenues dans cette étude. Une telle corrélation suggère que les quasars sont formés à partir de collisions entre galaxies, et les galaxies ultra-lumineuses en infra-rouges (ULIRGS) seraient alors une étape transitoire vers les quasars [Canalizo

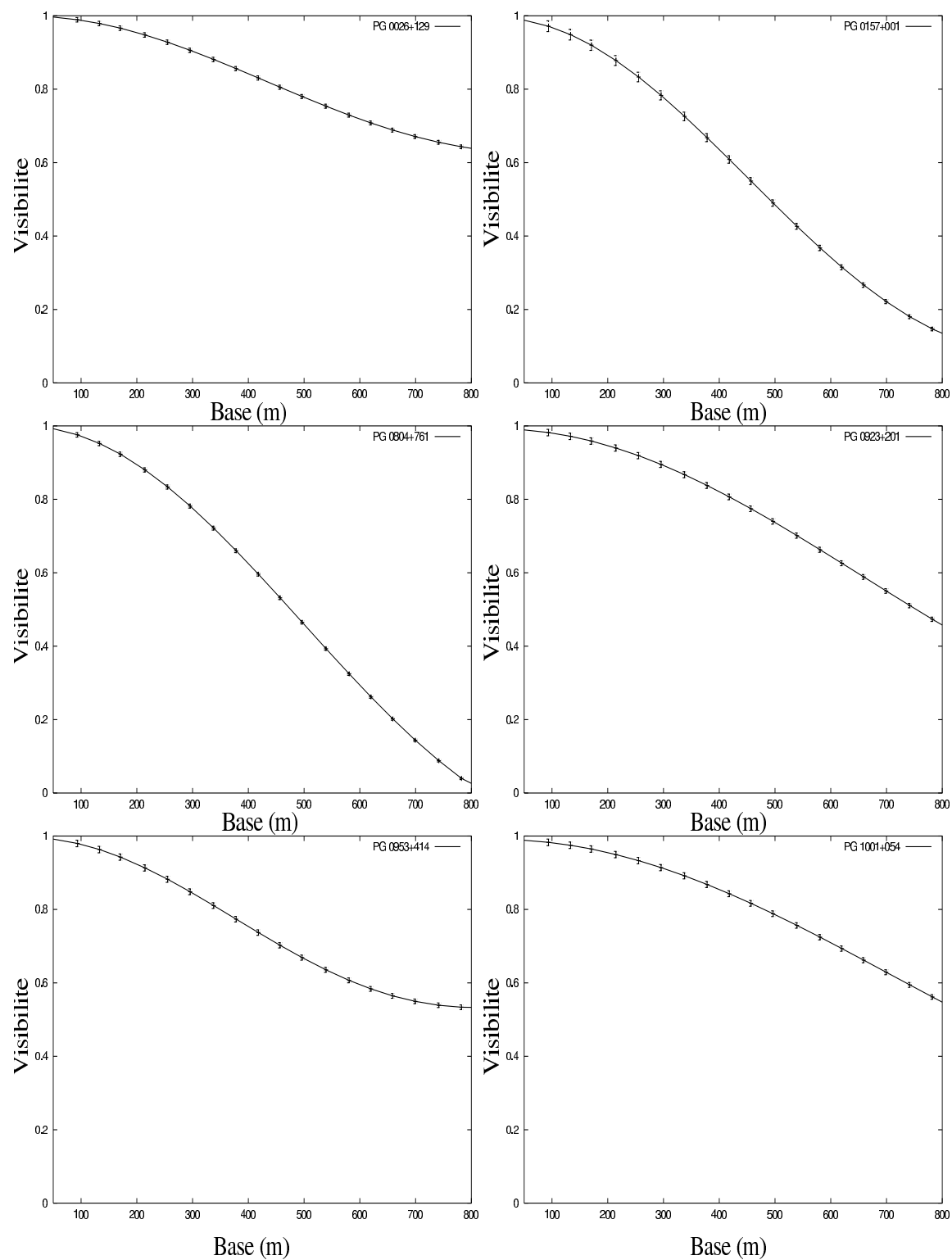


FIG. 11.9 – Visibilité des objets étudiés en bande H et erreurs sur leur mesure.

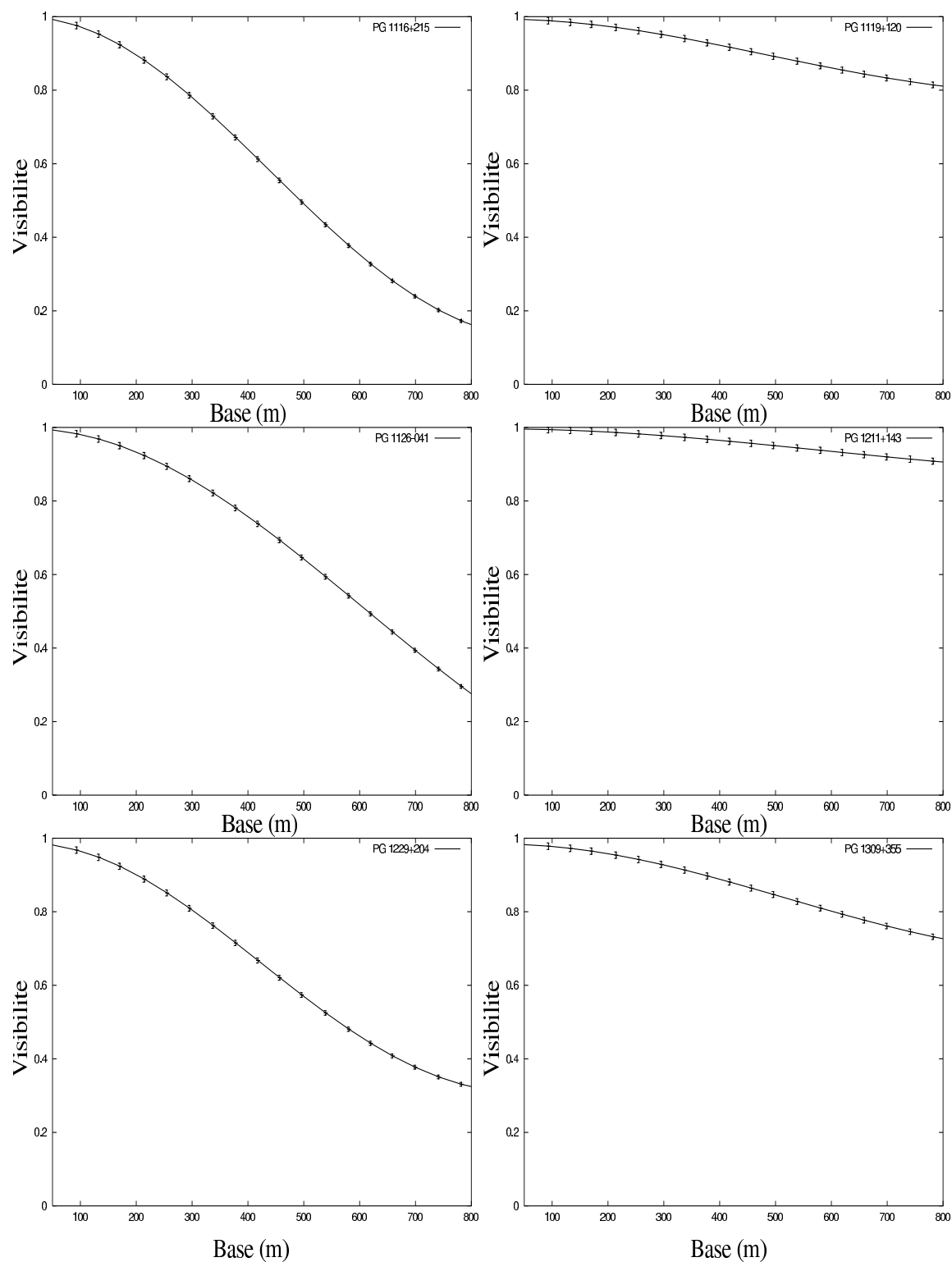


FIG. 11.10 – Visibilité des objets étudiés en bande H et erreurs sur leur mesure (suite).

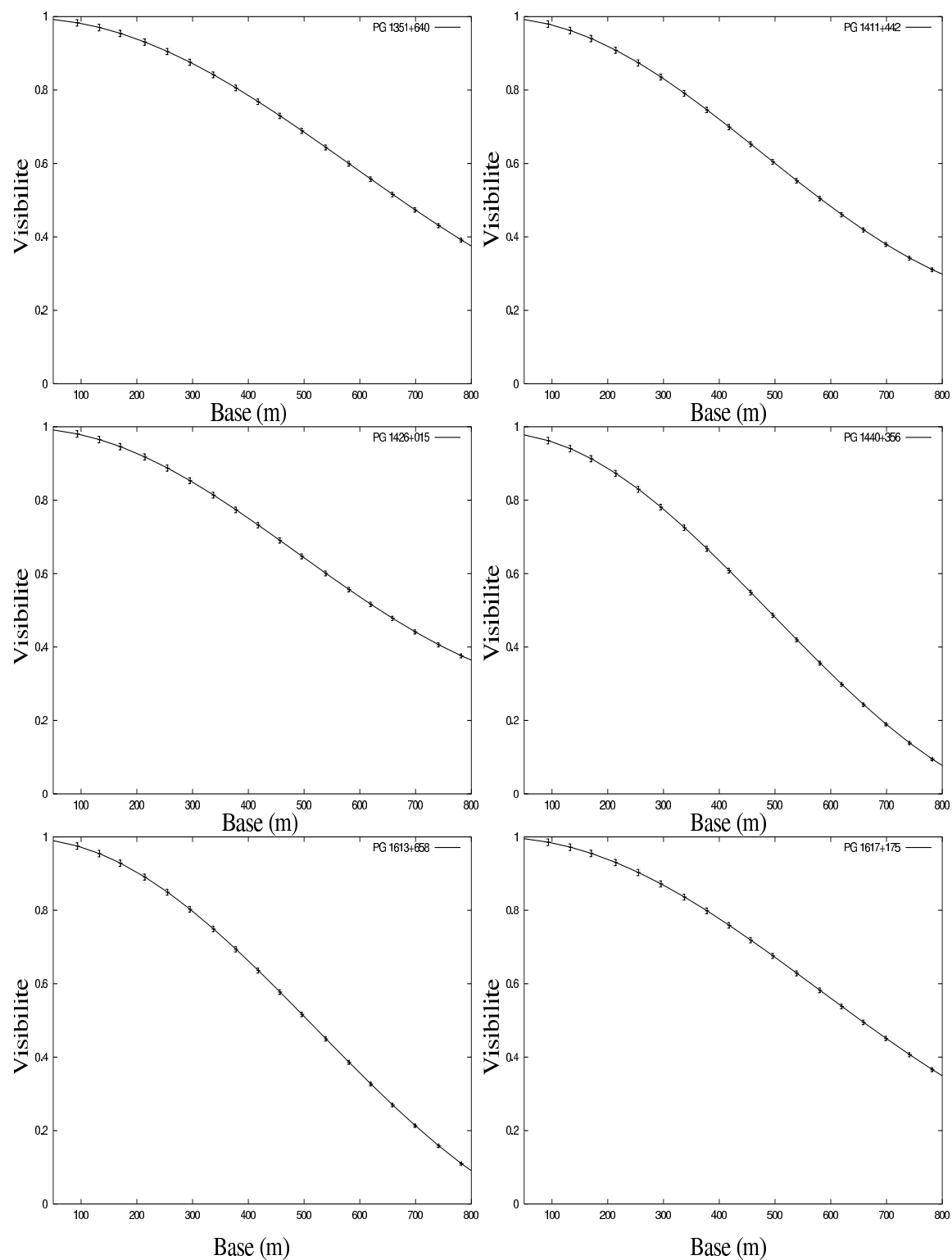


FIG. 11.11 – Visibilité des objets étudiés en bande H et erreurs sur leur mesure (suite).

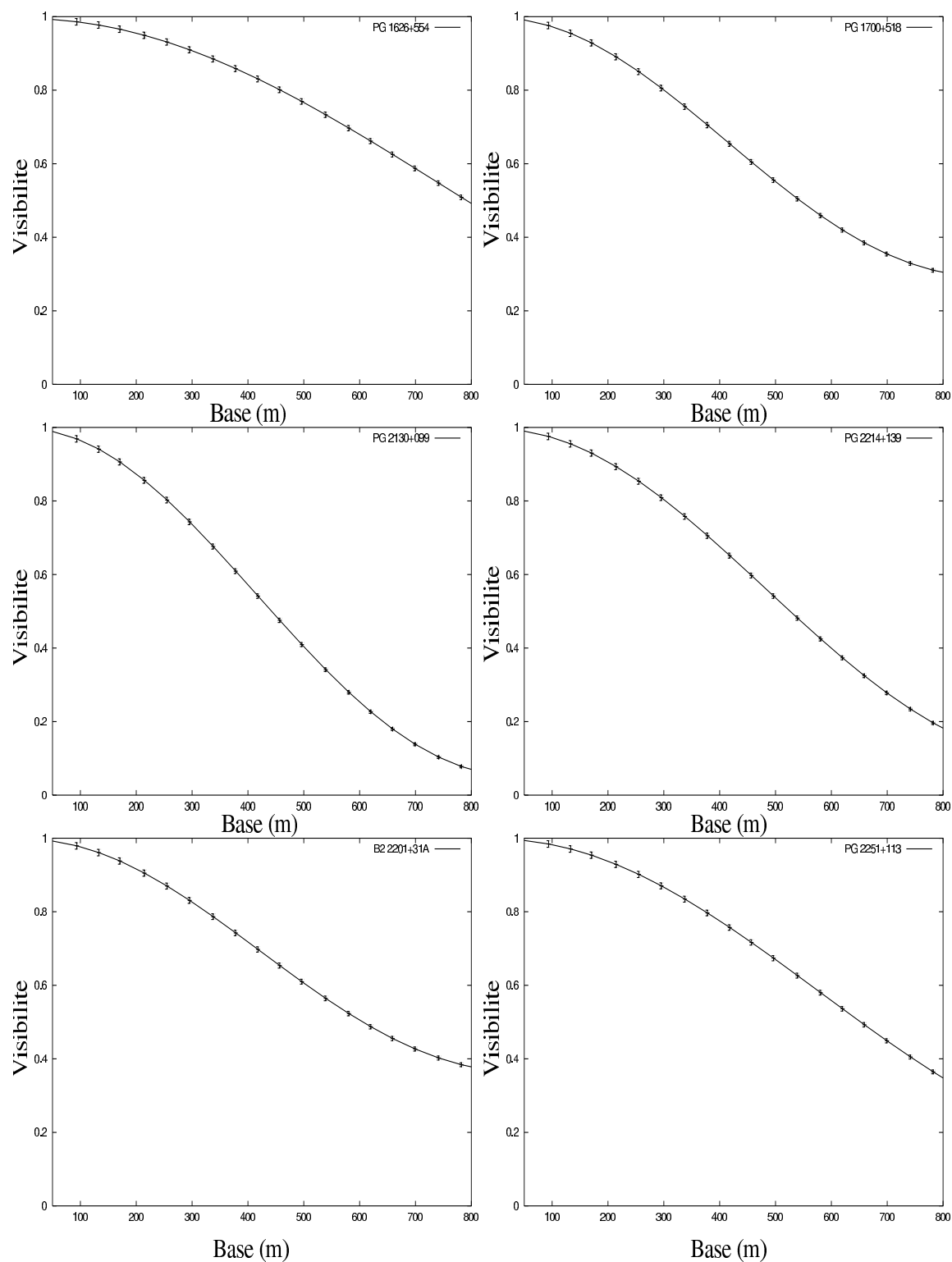


FIG. 11.12 – Visibilité des objets étudiés en bande H et erreurs sur leur mesure (suite).

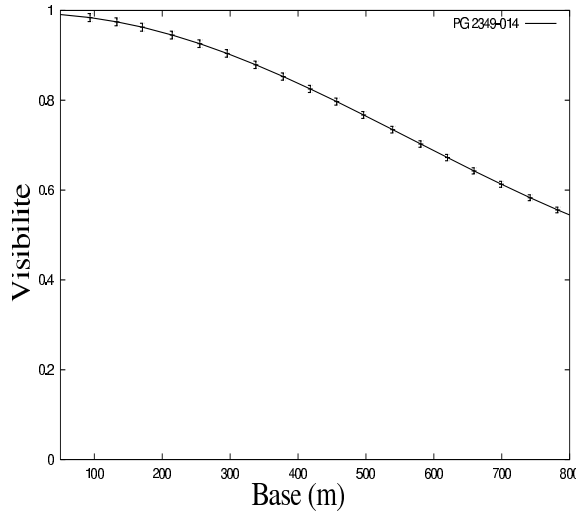


FIG. 11.13 – Visibilité des objets étudiés en bande H et erreurs sur leur mesure (suite).

et Stockton, 2001]. Ainsi, les NAGs dont la luminosité infra-rouge est forte portent encore les traces d’une récente interaction (bras de marée, barre, structures asymétriques, régions de formation d’étoiles intense etc..) et les erreurs sur la visibilité induites par les effets de champ sont donc plus importantes pour ces objets.

Cette étude permet également d’identifier l’apport scientifique de mesures de visibilités de NAGs obtenues par OHANA. La décroissance de la visibilité avec la base permet de caractériser la distribution de poussières dans l’environnement du disque d’accrétion. Si les visibilités obtenues sont très inférieures aux prédictions faites dans ce travail, il est probable qu’une autre source importante d’émission infrarouge est présente dans l’environnement du disque d’accrétion (sans doute une formation intense d’étoiles). La géométrie du tore du poussière peut être déterminée à partir de quelques mesures de visibilités. L’observation de NAGs proches pauvres en poussières (par exemple PG 1211+143) permet l’étude de la région d’émission des nuages ionisés (“Broad Line Region” en anglais).

Conclusion

Le filtrage spatial dans le plan focal des télescopes de l'interféromètre, par fibre optique monomode ou par un simple trou², est essentiel pour l'obtention de mesures précises de visibilité avec des télescopes au sol, et dans l'espace si la qualité du front d'onde est un facteur limitant³. Dans cette thèse, j'ai montré que cette technique limite fortement le champ de l'interféromètre et sa couverture (u,v) .

Dans l'espace, le filtrage spatial dans le plan focal des télescopes de l'interféromètre n'est pas indispensable, comme le montre l'étude du concept d'imageur coronographique grand champ décrite dans la première partie de la thèse. Un filtrage spatial dans le plan focal final de l'interféromètre est en fait effectué par la technique de recombinaison Fizeau utilisée, et permet au concept de tolérer des défauts de front d'onde relativement importants. La grande souplesse du concept élaboré permet d'optimiser la géométrie des ouvertures pour obtenir une couverture (u,v) pleine, permettant la reconstruction d'images grand champ d'objets très complexes.

Au sol, la turbulence atmosphérique, même partiellement corrigée par l'optique adaptative, rend indispensable le filtrage spatial des faisceaux des télescopes. L'observation de sources étendues est alors délicate, et des erreurs dans la mesure de la visibilité de telles sources sont inévitables. Ce problème affecte surtout les interféromètres modernes utilisant de grands télescopes équipés d'optique adaptative, et compromet certains projets scientifiques. Il est possible de réduire ces effets par une analyse "intelligente" des données, ou en utilisant plusieurs fibres par télescope. Dans la fin de ma thèse, j'étudie en particulier les performances d'OHANA pour l'observation d'une classe d'objets "étendus" : les Noyaux Actifs de Galaxies (NAG). Cette étude illustre l'utilité d'observations avec optique adaptative et de la modélisation pour estimer les performances obtenues par OHANA sur de telles sources. Une étude similaire pour d'autres types d'objets, comme par exemple les proto-étoiles, peut être faite de façon très similaire.

L'accès à l'espace et à de grands télescopes équipés d'optique adaptative au sol va permettre dans les prochaines décennies aux interféromètres d'observer des sources relativement faibles, et donc plus étendues (proto-étoiles et NAGs par exemple). Le problème du champ est donc essentiel pour exploiter efficacement cette nouvelle génération d'interféromètres.

²Les fibres optiques monomodes sont plus efficaces pour le filtrage spatial.

³L'utilisation du filtrage spatial par fibres est envisagé pour la mission DARWIN. Cette technique permet d'améliorer la tolérance aux défauts de pointage et aux aberrations de front d'onde.

Références bibliographiques

- Aaronson, M. : 1977, *Ph.D. Thesis* **0**, 0
- Aime, C. et Soummer, R. : 2002, *Journées de l'Imagerie à très Haute Dynamique, Nice, Mai 2002* **0**, 0
- Andreani, P., Franceschini, A., et Granato, G. : 1999, *Monthly Notices of the Royal Astron. Society* **306**, 161
- Bracewell, R. : 1978, *Nature* **274**, 780
- Canalizo, G. et Stockton, A. : 2001, *Astrophysical Journal* **555**, 719
- Clements, D. L. : 2000, *Monthly Notices of the Royal Astron. Society* **311**, 833
- Cornwell, T. : 1988a, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* **36**, 1165
- Cornwell, T. : 1988b, *Astron. & Astroph.* **202**, 316
- Cornwell, T., Holdaway, M., et Uson, J. : 1993, *Astron. & Astroph.* **271**, 697
- Coudé du Foresto, V., Faucherre, M., Hubin, N., et Gitton, P. : 2000, *Astron. & Astroph. Suppl. Ser.* **145**, 305
- Coudé du Foresto, V., Ridgway, S., et Mariotti, J. : 1997, *Astron. & Astroph. Suppl. Ser.* **121**, 379
- Coudé Du Foresto, V., Perrin, G., Ruilier, C., Mennesson, B. P., Traub, W. A., et Lacasse, M. G. : 1998, in *Proc. SPIE Vol. 3350, p. 856-863, Astronomical Interferometry, Robert D. Reasenberg; Ed.*, Vol. 3350, pp 856-863
- Davies, J., Sykes, M., Reach, W., Boulanger, F., Sibille, F., et Cesarsky, C. : 1997, *Icarus* **127**, 251
- Dermott, S., Jayaraman, S., Xu, Y., Gustafson, B., et Liou, J. : 1994, *Nature* **369**, 719
- Golay, M. : 1971, *J. Opt. Soc. Am.* **61**, 272
- Guyon, O. : 1999, *Dana Point, Working on the Fringe : An International Conference on Optical and IR Interferometry from Ground and Space, Dana Point, CA, May 24-27, 1999. Proceedings published in ASP Conference Series (S. Unwin and R. Stachnik, editors)* **0**, 48
- Guyon, O. : 2000, *Proceedings of the Conference Darwin and Astronomy - The Infrared Space Interferometer, Stockholm, Sweden, 17-19 November 1999* **0**, 0
- Guyon, O. : 2001, *Public. of the Astron. Society of the Pacific* **113**, 98
- Guyon, O., Roddier, C., Graves, J., Roddier, F., Cuevas, S., Espejo, C., Gonzalez, S., Martinez, A., Bisiacchi, G., et Vuntetmeri, V. : 1999, *Public. of the Astron. Society of the Pacific* **111**, 1321
- Horton, A. J., Buscher, D. F., et Haniff, C. A. : 2001, *Monthly Notices of the Royal Astron. Society* **327**, 217

- Kirkpatrick, S. : 1984, *Journal of Statistical Physics* **34**, 975
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C., et Vecchi, M. : 1983, *Science* **220**, 671
- Labeyrie, A. : 1970, *Astron. & Astroph.* **6**, 85
- Labeyrie, A. : 1996, *Astron. & Astroph.* **118**, 517
- Lecar, M., Franklin, F., Holman, M., et Murray, N. : 2001, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **39**, 581
- Leger, A. et Mariotti, J.-M. : 1996, *Icarus* **123**, 249
- Leinert, C., Bowyer, S., Haikala, L. K., Hanner, M. S., Hauser, M. G., Levasseur-Regourd, A.-C., Mann, I., Mattila, K., Reach, W. T., Schlosser, W., Staude, H. J., Toller, G. N., Weiland, J. L., Weinberg, J. L., et Witt, A. N. : 1998, **127**, 1
- Liou, J. et Zook, H. : 1997, *Icarus* **128**, 354
- Mariotti, J.-M., Coude Du Foresto, V., Perrin, G., Zhao, P., et Lena, P. : 1996, *Astron. & Astroph. Suppl. Ser.* **116**, 381
- Mayor, M. et Queloz, D. : 1995, *Nature* **378**, 355
- Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., et Teller, E. : 1953, *J. Chem. Phys.* **21**, 1087
- Michelson, A. et Pease, F. : 1921, *Astrophysical Journal* **53**, 249
- Moffet, A. : 1968, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **16**, 172
- Mugnier, L. M., Rousset, G., et Cassaing, F. : 1996, *Optical Society of America Journal* **13**, 2367
- Nakaruma, R., Fujii, Y., Ishiguro, M., Morishige, K., Yokogawa, S., Jenniskens, P., et Mukai, T. : 2000, *Astrophysical Journal* **540**, 1172
- Perrin, G., *Soumis à Astron. & Astroph.*
- Perrin, G., Lai, O., Lena, P. J., et Coude du Foresto, V. : 2000, in *Proc. SPIE Vol. 4006, p. 708-714, Interferometry in Optical Astronomy, Pierre J. Lena ; Andreas Quirrenbach ; Eds., Vol. 4006, pp 708-714*
- Reach, W., Franz, B., Weiland, J., Hauser, M., Kelsall, T., Wright, E., Rawley, G., Stemwedel, S., et Spiesman, W. : 1995, *Nature* **374**, 521
- Reach, W., Sykes, M., Lien, D., et Davies, J. : 2000, *Icarus* **148**, 80
- Riaud, P., Boccaletti, A., Rouan, D., Lemarquais, F., et Labeyrie, A. : 2001, *Public. of the Astron. Society of the Pacific* **113**, 1145
- Roddier, F. et Roddier, C. : 1997, *Public. of the Astron. Society of the Pacific* **109**, 815
- Rouan, D., Riaud, P., Boccaletti, A., Clénet, Y., et Labeyrie, A. : 2000, *Public. of the Astron. Society of the Pacific* **112**, 1479
- Ruilier, C. : 1998, *Proc. SPIE* **3350**, 319
- Sanders, D. B., Phinney, E. S., Neugebauer, G., Soifer, B. T., et Matthews, K. : 1989, *Astrophysical Journal* **347**, 29
- Schneider, J. : 2002, *Encyclopédie des planètes extrasolaires* (<http://www.obspm.fr/encycl/f-encycl.html>)
- Shaklan, S. et Roddier, F. : 1988, *Applied Optics* **27**, 2334
- Spiesman, W., Hauser, M., Kelsall, T., Lisse, C., Moseley, S., Reach, W., Silverberg, R., Stemwedel, S., et Weiland, J. : 1995, *Astrophysical Journal* **442**, 662
- Sykes, M., Lebofsky, L., Hunten, D., et Low, F. : 1986, *Science* **232**, 1115

Sykes, M. et Walker, R. : 1992, *Icarus* **95**, 180

Taylor, G. : 1935, *Proceedings of the Royal Society* **151**, 421

Annexe A

Amélioration de l'efficacité de couplage dans une fibre monomode

L'efficacité de couplage d'un front d'onde sans aberrations dans une fibre monomode est fonction de la forme de la pupille, et est limité à 0.82 dans le cas d'un couplage classique¹, dans l'approximation d'un mode LP_{01} gaussien. Cette valeur ne peut être atteinte que pour une pupille circulaire sans obstruction centrale, et pour un centrage parfait de la fibre. Une obstruction centrale est particulièrement néfaste et diminue considérablement l'efficacité de couplage. Dans cet annexe, j'explore quelques possibilités pour améliorer l'efficacité de couplage de pupilles avec et sans obstruction centrale. La liste des solutions proposées n'est pas exhaustive, mais montre qu'il est optiquement possible d'augmenter significativement le flux couplé dans une fibre, surtout dans le cas d'une pupille à grande obstruction centrale.

Puisqu'il est impossible d'améliorer l'efficacité de couplage par simple apodisation (de phase ou d'amplitude) d'une pupille circulaire [Shaklan et Roddier, 1988], deux solutions sont explorées : modification de la géométrie de la pupille et apodisation dans le plan focal.

Modification de la forme de la pupille.

Il est en théorie possible de modifier la pupille d'entrée du télescope pour l'adapter parfaitement au mode propagé par la fibre monomode. En effet, la pupille peut être reconfigurée pour reproduire la transformée de Fourier du mode LP_{01} dans le plan pupille. La valeur de l'intégrale de recouvrement de l'équation 6.5 est alors 1. Dans le cas de l'approximation gaussienne du mode LP_{01} utilisée dans ce travail, la distribution d'amplitude et de phase dans le plan pupille doit alors reproduire une gaussienne de phase constante. Il est bien sûr optiquement difficile de produire une telle pupille², mais cet argument a le mérite de démontrer qu'il est en principe possible d'améliorer l'efficacité de couplage par opérations géométriques sur la pupille.

¹La tête de la fibre est placée dans le plan focal du télescope, sur l'axe optique.

²Une solution possible est de construire la pupille par une série d'anneaux concentriques, prélevées sur la pupille d'entrée, et dont le "grossissement" varie avec le rayon de l'anneau considéré.

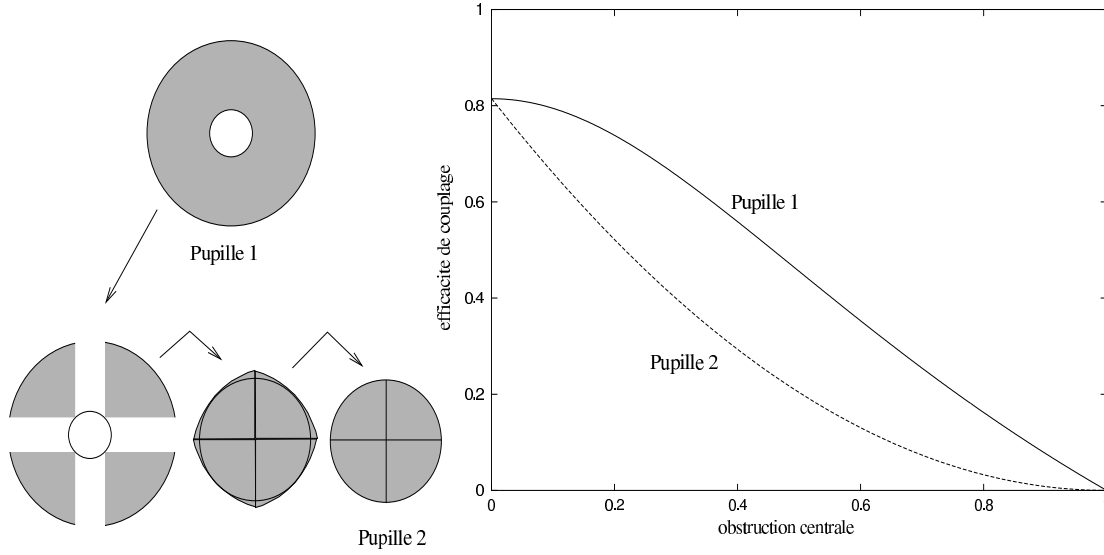


FIG. A.1 – Efficacité de couplage dans une fibre monomode pour une pupille circulaire avec obstruction centrale (courbe pleine). Pour la pupille 2, l'efficacité de couplage est en fait normalisée à la surface collectrice de la pupille 1, et non à la surface collectrice de la pupille 2.

Ces techniques semblent particulièrement intéressantes pour résoudre le problème de l'obstruction centrale. La figure A.1 montre une façon possible d'obtenir une pupille circulaire pleine à partir d'une pupille avec obstruction centrale. Cette modification géométrique a été proposée pour résoudre le problème de l'obstruction centrale en coronagraphie [Aime et Soummer, 2002]. Hélas, la perte en surface collectrice n'est dans ce cas pas compensée par la suppression de l'obstruction centrale. Cet exemple illustre que, bien qu'en principe il est possible d'augmenter l'efficacité de couplage par une modification de la forme de la pupille, il semble difficile d'obtenir une amélioration de l'efficacité de couplage grâce à un dispositif optique simple. La complexité optique de cette technique en limite donc fortement l'intérêt.

Apodisation de phase.

En l'absence d'aberrations de phase, l'efficacité de couplage maximale d'une pupille à obstruction centrale ϵ est, d'après l'équation 6.14,

$$\rho_{\epsilon}(X_2, \epsilon) = \frac{8}{(1 - \epsilon)^2} \times \left[\int e^{-r^2} \left[J_1 \left(\frac{\pi r}{X_2} \right) - \epsilon J_1 \left(\frac{\epsilon \pi r}{X_2} \right) \right] dr \right]^2 \quad (\text{A.1})$$

où X_2 est défini par l'équation 6.8. On peut voir dans cette équation l'intégrale de recouvrement, en coordonnées polaires, entre le champ électrique dans le plan focal et le mode gaussien LP_{01} de la fibre. Alors que le terme e^{-r^2} est toujours positif, le terme $\left[J_1 \left(\frac{\pi r}{X_2} \right) - \epsilon J_1 \left(\frac{\epsilon \pi r}{X_2} \right) \right]$ peut être positif ou négatif, suivant la valeur de r . Ainsi,

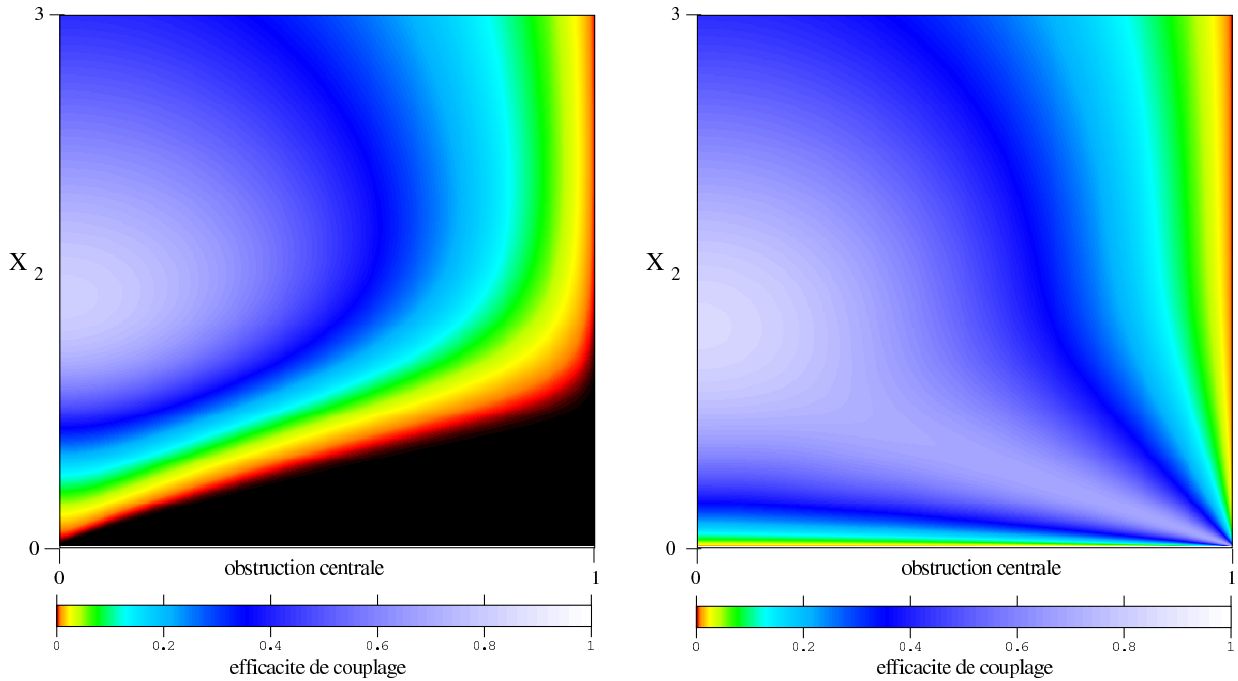


FIG. A.2 – Efficacité de couplage en fonction de l’obstruction centrale et du paramètre X_2 avec (à droite) et sans (à gauche) apodisation de phase sur la tête de la fibre.

alors que ce terme est positif dans la partie centrale de la tache d’Airy (petites valeurs de r), il est négatif dans le premier anneau d’Airy : la phase change de π entre ces deux domaines. Il en résulte que le lumière dans le premier anneau d’Airy “annule” une partie de la lumière du centre de la FEP.

Une solution particulièrement efficace à ce problème est de déphaser les anneaux d’Airy de la FEP dont la phase est π pour que la phase soit constante et nulle sur toute la FEP. Cette solution est en fait la façon optimale d’augmenter l’efficacité de couplage par apodisation dans le plan focal. L’expression de l’efficacité de couplage est alors

$$\rho_\epsilon(X_2, \epsilon) = \frac{8}{(1 - \epsilon)^2} \times \left[\int e^{-r^2} \left| J_1 \left(\frac{\pi r}{X_2} \right) - \epsilon J_1 \left(\frac{\epsilon \pi r}{X_2} \right) \right| dr \right]^2. \quad (\text{A.2})$$

Une comparaison entre les résultats des équations A.1 et A.2, présentée dans la figure A.2, permet de comprendre comment cette apodisation permet d’augmenter significativement l’efficacité de couplage lorsque ϵ est grand. Pour les importantes obstructions centrales, l’intensité des anneaux d’Airy est importante, même loin du centre de la FEP, et l’apodisation de phase permet d’obtenir une efficacité de couplage importante avec une échelle focale (paramètre X_2) très petite.

Comme le montre la figure A.3, l’efficacité de couplage tends alors vers 0.7. Bien que l’amélioration de l’efficacité de couplage semble spectaculaire pour les grandes valeurs de ϵ , le nombre d’anneaux d’Airy sur la largeur de la fibre devient trop important pour qu’il soit envisageable de rendre cette solution achromatique sur une large bande spectrale. Cette technique est néanmoins adaptée pour une obstruction

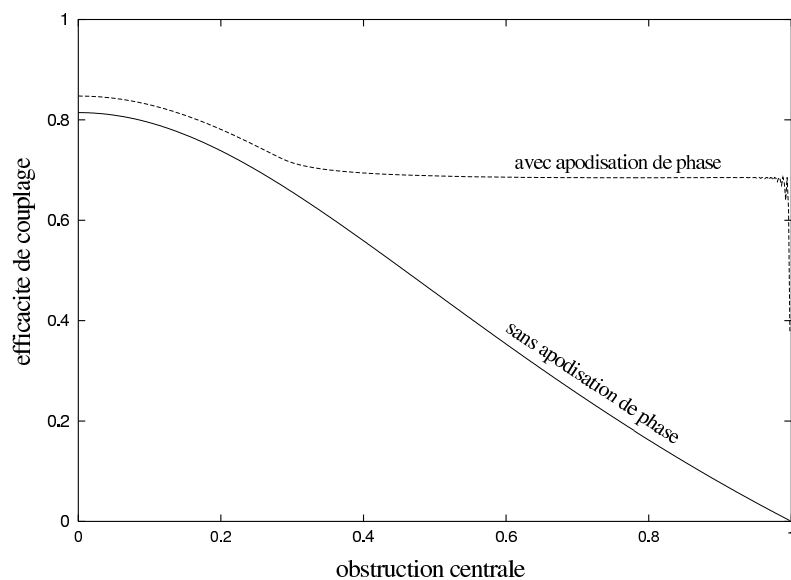


FIG. A.3 – Efficacité de couplage avec et sans apodisation de phase sur la tête de la fibre.

centrale modérée ($\epsilon < 0.5$) . Dans le cas du CFHT, dont l'obstruction centrale est 0.44, cette apodisation de phase permet d'augmenter de 33% le flux couplé.

Annexe B

**“Aperture Rotation Synthesis :
Optimization of the (u,v)-Plane
Coverage for a Rotating Phased
Array of Telescopes”**

PUBLICATIONS OF THE ASTRONOMICAL SOCIETY OF THE PACIFIC, 113:98–104, 2001 January
 © 2001, The Astronomical Society of the Pacific. All rights reserved. Printed in U.S.A.

Aperture Rotation Synthesis: Optimization of the (u, v) -Plane Coverage for a Rotating Phased Array of Telescopes

OLIVIER GUYON AND FRANÇOIS RODDIER

Institute for Astronomy, University of Hawaii, 2680 Woodlawn Drive, Honolulu, HI 96822; guyon@ifa.hawaii.edu

Received 2000 August 18; accepted 2000 September 22

ABSTRACT. The problem of optimizing the (u, v) -plane coverage of a rotating phased array of telescopes is assessed. We search for solutions for maximum uniform (u, v) -plane coverage. Using a simulated annealing algorithm, we find the optimal configurations for rotating arrays with between four and 10 identical telescopes. With few modifications, the same algorithm can find optimal array configurations adapted to specific observations for which the optimal (u, v) -plane coverage is different. We also demonstrate that such rotation-optimized arrays are capable of recovering images of complex sources and obtaining spectroscopic information.

1. INTRODUCTION

Interferometric arrays of telescopes are an attractive solution for problems requiring high angular resolution imaging. However, sparse arrays of telescopes have limited (u, v) -plane coverage. For some specific observations, a partial spatial frequency coverage is sufficient. Stellar diameters have been obtained from fringe visibility measurements using a few baselines (Perrin 1999; van Belle 1999). However, dense (u, v) -plane coverage is needed with observations of sources for which no simple model exists or when field confusion is a problem. Some nonredundant array geometries with good instantaneous (u, v) -plane coverage have already been published (Moffet 1968; Golay 1971; Cornwell 1988). To improve the spatial frequency coverage with a given number of telescopes, the geometry of the array can be changed during the observation by varying the relative positions of the telescopes or making use of the Earth's rotation for ground-based interferometers: this technique is called aperture synthesis. In this study, we only allow a rotation of the entire array around the optical axis of the interferometer (line of sight). For a space interferometer, the individual apertures can be attached to a large rotating structure, thus offering the possibility of changing the array configuration (via rotation) without high fuel consumption. In radio astronomy or optical fiber-based interferometry in the visible and infrared, the diameter of the individual apertures is not taken into account for the (u, v) -plane coverage. In this work, however, we consider apertures of nonzero diameters for the (u, v) -plane coverage. For an array of identical circular apertures, the instantaneous (u, v) -plane coverage (no rotation) is then a set of circular domains of radius equal to the cutoff frequency of a single aperture. The focal plane "snapshot" (no rotation) image is the interference pattern formed by the array's entrance pupil, in which the individual apertures have a nonzero size. In this paper, we propose a definition for

the (u, v) -plane coverage efficiency of a rotating array and give the solutions that maximize this efficiency.

2. FULL (u, v) -PLANE COVERAGE BELOW A CUTOFF FREQUENCY

2.1. (u, v) -Plane Coverage Efficiency of an Array

In this formulation, we consider an array of N circular apertures of diameter d , with no central obstruction. For each configuration, the (u, v) -plane coverage is given by the autocorrelation function of the entrance pupil.

For a given array configuration of N points, there are $N(N - 1) + 1$ points in the autocorrelation function (two symmetrical points per baseline plus the origin). If the distance from those points to the origin is considered, we obtain a set of $[N(N - 1)/2] + 1$ nonnegative values, the baseline lengths, noted a_i [$0 \leq i \leq (N - 1)/2$], ordered in increasing values, with $a_0 = 0$.

We are searching for array configurations which can fully sample the (u, v) -plane (up to a cutoff frequency given by the longest baseline and the wavelength λ) during half a rotation. If a perfect solution exists for N apertures, the (u, v) -plane can be fully covered up to an ideal cutoff frequency f_{c0} , where

$$f_{c0} = \left[\frac{N \times (N - 1) + 1}{2} \right] \times \frac{2d}{\lambda}.$$

For example, a perfect solution for four apertures of diameter d would yield the same (u, v) -plane coverage as a single circular aperture of diameter $13 \times d$. As we will show later, such a perfect solution exists for $N = 4$. When no perfect solution exists, the cutoff frequency f_c is lower and can be expressed

using an efficiency factor α :

$$f_c = \alpha f_{c_0} = \alpha \times \left[\frac{N \times (N-1) + 1}{2} \right] \times \frac{2d}{\lambda},$$

where $\alpha = 1$ for a perfect solution and $\alpha < 1$ for a nonperfect solution. The term f_c is the highest frequency up to which it is possible to fully cover the (u, v) -plane. However, an interferometer with a geometry we compute in our simulations is insensitive to at least one discrete spatial frequency below f_c . For example, two circular apertures of diameter d separated by $2 \times d$ (distance from center to center) cover the (u, v) -plane up to $f_c = 3 \times d/\lambda$ after a full rotation, but the interferometer is not sensitive to the frequency $f_c/3$. The configuration can be scaled down to avoid this problem.

Our simulation searches for the array configuration of N apertures for which A is minimal, A being defined as

$$A = \frac{N \times (N-1)}{2} \times \left[\max_{0 \leq i \leq [N(N-1)/2]-1} (a_{i+1} - a_i) \right] \times \frac{1}{a_{N(N-1)/2}}.$$

If a perfect solution exists, $A = 1$ and

$$a_i = i \times a_1$$

for $0 \leq i \leq N(N-1)/2$. The function A is related to α by

$$A = \frac{1}{\alpha}.$$

Since A has several minima, we use simulated annealing (Kirkpatrick, Gelatt, & Vecchi 1983; Kirkpatrick 1984; Metropolis 1953) to find the absolute minimum. This minimization algorithm was also used by Cornwell (1988) in his instantaneous (u, v) -plane coverage optimization work.

2.2. Existence of a Perfect Solution and Golomb Rulers

Without using the simulated annealing algorithm, we can predict if a perfect solution (efficiency equal to one) exists. If a perfect solution to our problem exists, there is a set of N points in a two-dimensional plane such that the distances between pairs of points are all the integers from 1 to $N(N-1)/2$. The N points represent the projection of the individual telescope positions on a plane perpendicular to the observation direction. For $N = 1$, $N = 2$, $N = 3$, and $N = 4$, such solutions exist and are actually one-dimensional solutions (for $N = 4$, the abscissa of the points are 0, 1, 4, and 6). For $N > 2$, if a perfect solution exists, two of the N points are separated by a distance equal to 1. Any other point of the perfect solution has to be aligned with those two points so that no consecutive baselines have a length difference less than 1. Therefore, the perfect solutions are all one-dimensional solutions: this one-dimensional problem is also known as the perfect

Golomb ruler problem. A Golomb ruler (Golomb 1972) is a set of ordered integers $(a_i$ with $1 \leq i \leq N$, $a_i < a_{i+1}$) for which the distances between those integers are all different ($|a_i - a_j| = |a_l - a_k|$ only if $i = l$ and $j = k$). The optimal N -point Golomb ruler is the Golomb ruler for which a_N is the smallest. A Golomb ruler is a perfect Golomb ruler if the $|a_i - a_j|$ are consecutive integers from 0 ($i = j$) to $N(N-1)/2$ ($i = 0$ and $j = N$). As of today, the optimal Golomb rulers are known up to $N = 23$, and there are perfect Golomb rulers only for $N = 1$, $N = 2$, $N = 3$, and $N = 4$. Therefore, there is no perfect (efficiency equal to 1) solution to our problem for $5 \leq N \leq 10$. Golomb rulers have many other practical applications for signal sampling such as the optimal placement of sensors for X-ray crystallography. The Golomb rectangle (Golomb 1982; Robinson 1985) is the two-dimensional equivalent of the Golomb ruler. A Golomb rectangle is a rectangular $(N \times M)$ array of 0's and 1's such that the two-dimensional autocorrelation of the array has no value other than 0, 1, and K , the total number of 1's in the array. An optimum Golomb rectangle is a Golomb rectangle for which the number of 1's is maximum. In interferometry, this is the nonredundant array having the best instantaneous (u, v) -plane coverage with the telescopes being at integer coordinates inside a rectangular domain.

2.3. Results of the Simulation

The optimal configurations and their (u, v) -plane coverage efficiencies for one to 10 telescopes arrays are presented in Table 1. The solutions for three to 10 apertures are represented in Figure 1. When the simulated annealing algorithm converges to a minimum, it is not certain that the absolute minimum was found. Therefore, the simulated annealing algorithm was run many times, each with random starting points and different parameters (number of iterations and temperature curve) to gain confidence in the result. The (u, v) -plane coverage efficiency is close to 1 for the configurations obtained. As was shown earlier, a perfect solution ($\alpha = 1$) would be a one-dimensional solution, and in our optimal solutions, there is a trend to have the points of the array preferentially aligned along the axis defined by the two closest points, as visible in Figure 1. This trend gradually disappears as the number of apertures increases, probably because of the increasing redundancy of a one-dimensional Golomb ruler with its number of points.

Table 2 lists the maximum baseline of the configurations given in Table 1 for single apertures diameters of 1, 2, 4, 6, and 10 m. For example, a rotating array of six apertures of 2 m diameter each can have a full (u, v) -plane coverage up to the frequency corresponding to a 60.32 m baseline. At 1 μm wavelength, this corresponds to a 3.4 mas resolution. This fixed, but rotating, array can deliver unambiguous images at the spatial resolution of a 60.32 m monolithic telescope, with a collecting surface 150 times smaller.

TABLE 1
OPTIMAL CONFIGURATIONS AND (u, v) -PLANE COVERAGE EFFICIENCIES FOR TELESCOPES ARRAYS

N	α	RADIAL COORDINATE (FARTHEST POINT = 1) ANGULAR COORDINATE (deg)									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	0.000 0.000									
2	1	1.000 0.000	1.0000 180.00								
3	1	0.3333 0.0000	1.0000 0.0000	1.0000 180.00							
4	1	0.3333 0.0000	0.6667 180.00	1.0000 0.0000	1.0000 180.00						
5	0.984	0.3544 0.0000	0.6555 -132.15	0.7258 3.17	0.8380 -134.98	1.0000 36.37					
6	0.973	0.4198 0.0000	0.4981 12.48	0.6815 45.65	0.9246 -129.24	0.9246 50.76	1.0000 -76.23				
7	0.977	0.6158 0.0000	0.6694 -30.54	0.7449 35.16	0.8183 46.68	0.8876 50.17	0.8876 -129.83	1.0000 -58.20			
8	0.947	0.6382 0.0000	0.6428 -19.54	0.7013 -31.43	0.7668 -108.64	0.8724 -61.74	0.9293 100.47	1.0000 -77.97	1.0000 102.03		
9	0.902	0.3114 0.0000	0.5659 35.15	0.5841 16.08	0.7428 -82.53	0.7771 -114.58	0.8947 -115.05	0.9410 59.31	1.0000 -119.64	1.0000 60.36	
10	0.869	0.1857 0.0000	0.4635 85.78	0.4680 122.44	0.7868 -179.38	0.7872 -30.30	0.8094 -47.64	0.8990 127.91	0.9498 -50.49	1.0000 -51.08	1.0000 128.92

NOTE.—Solutions of the (u, v) -plane coverage optimization for rotating arrays of 1 to 10 telescopes. The polar coordinates of the individual apertures are listed in this table and for each configuration, the efficiency α , as defined in paragraph 2.1. The optimal configurations are also represented in Fig. 1.

3. (u, v) -PLANE COVERAGES ADAPTED TO SPECIFIC OBSERVATIONS

The solutions presented in Table 1 are ideal when complete (u, v) -plane coverage is needed up to a given frequency, but for some specific observations, a better strategy might be to observe with a higher signal-to-noise ratio at selected spatial frequencies. For example, we consider the problem of detecting an Earth-like planet around a Sun-like star in the mid-infrared, where the exozodiacal light is believed to be a few hundred times brighter than the planet. We will adopt $N = 6$, a reasonable number for space-based interferometers like the *Terrestrial Planet Finder* or *Darwin* (Leger 1996). In our simple model, we suppose that the light of the central star is blocked by a nulling device. Confusion between exozodiacal light and the exoplanet is then the most serious potential problem. At low or medium spatial resolution (resolution high enough to separate the exoplanet from the star but too low to resolve the large-scale structure of the exozodiacal cloud), it is difficult to detect the exoplanet in the exozodiacal cloud. The image of the exozodiacal cloud is dominated by low spatial frequency while the image of the exoplanet (unresolved) is not. When a given total amount of observing time is available, it is then more efficient to observe at higher spatial frequency. The optimal (u, v) -plane coverage for this problem can be computed from a model of the source (exozodiacal dust, presence of other point sources). For this particular problem, we have adapted our optimization algorithm to find a solution with full (u, v)

coverage from $f_c/2$ to f_c , f_c being the cutoff spatial frequency. A large repulsive force between apertures separated by less than half the maximum baseline was introduced by adding a term to the function A being minimized:

$$A = \frac{N \times (N-1)}{2} \times \left[\max_{0 \leq i \leq [N(N-1)/2]-1} (a_{i+1} - a_i) \right] \times \frac{1}{a_{N(N-1)/2}} \times \left\{ 1 + \left[a_1 - \frac{a_{N(N-1)/2}}{2} \right]^2 \right\}.$$

The result is shown in Figure 2. Other examples of specific observations requiring different (u, v) -plane coverage include the detection of rings or satellites around a planet and imaging of tidal arms in interacting galaxies. Those optimization problems are beyond the scope of this work.

4. IMAGE RECONSTRUCTION

4.1. The Reconstruction Algorithm

The snapshot image of a sparse interferometric array has an incomplete (u, v) -plane coverage. With the optimized rotating arrays presented in Figure 1, it is however possible to reconstruct an image with a complete (u, v) -plane coverage (up to the cutoff frequency f_c) from a series of individual snapshot exposures acquired at different rotation steps. It is also possible to integrate while the telescope array is rotating, provided that

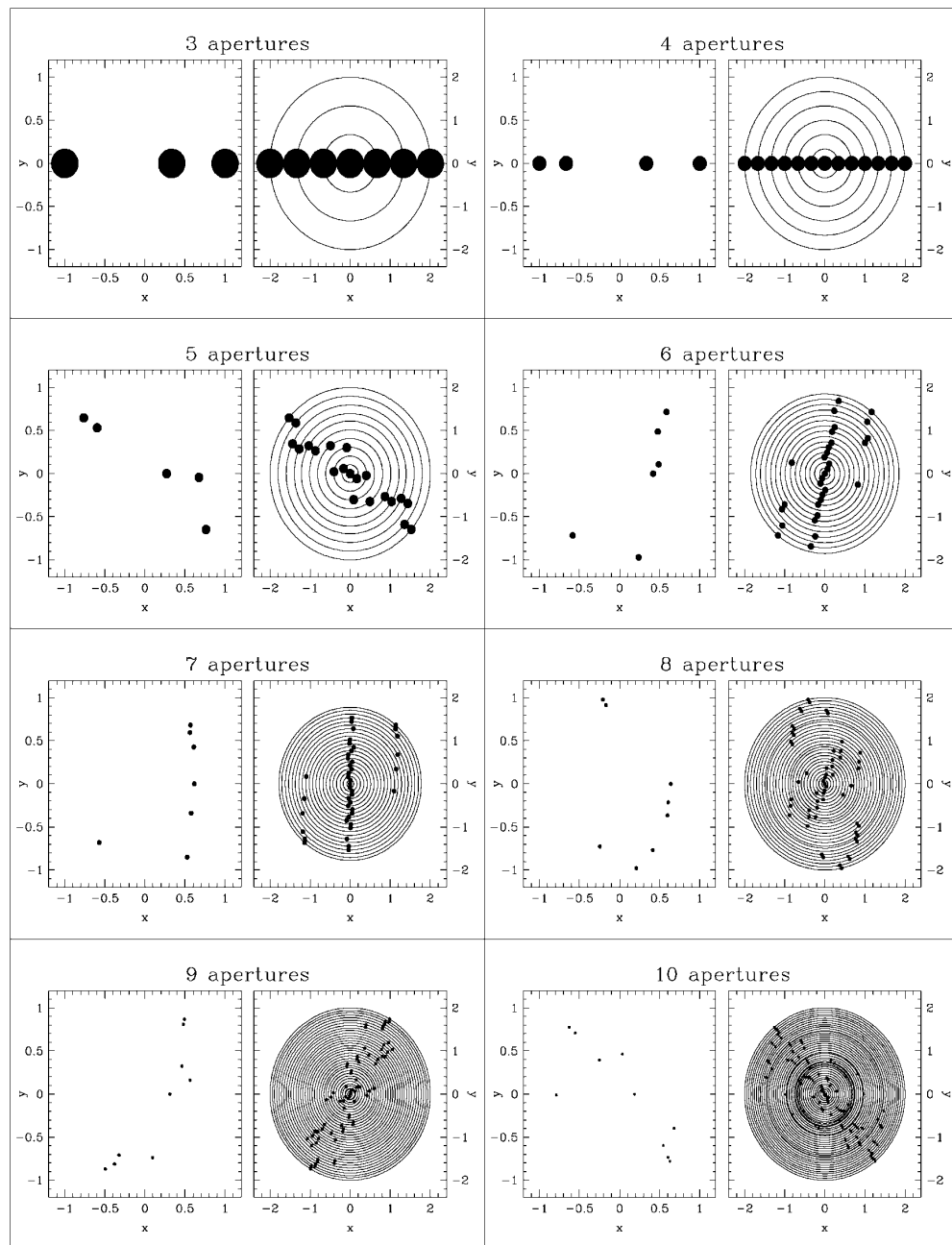


FIG. 1.—Graphic representation of the array configurations optimized for rotation aperture synthesis for three to 10 aperture arrays. For each number of apertures, the pupil configuration is shown on the left graph and its autocorrelation function on the right graph. The apertures are scaled to provide a full (u, v) -plane coverage during half a rotation. Circles have been drawn in the right graphs to show the path of the autocorrelation domains during the rotation. Notice how regularly spaced the circles are, demonstrating the very good (u, v) coverage efficiency of these rotating configurations.

TABLE 2
MAXIMUM BASELINE OF THE CONFIGURATIONS
GIVEN IN TABLE 1

<i>N</i>	APERTURES DIAMETER EQUAL TO				
	1 m	2 m	4 m	6 m	10 m
1	1.00	2.00	4.00	6.00	10.00
2	3.00	6.00	12.00	18.00	30.00
3	7.00	14.00	28.00	42.00	70.00
4	13.00	26.00	52.00	78.00	130.00
5	20.66	41.33	82.66	123.98	206.64
6	30.16	60.32	120.65	180.98	301.63
7	42.01	84.02	168.04	252.07	420.11
8	53.98	107.96	215.92	323.87	539.79
9	65.85	131.69	263.38	395.08	658.46
10	79.08	158.16	316.32	474.47	790.79

NOTE.—Maximum baseline, in meters, for the configurations computed in Table 1 [full (u, v) -plane coverage with rotation], for apertures diameter from 1 to 10 m and number of apertures N from 1 to 10.

the detector orientation is kept constant relative to the sky. Each snapshot image (Fig. 3c) samples a known domain (Fig. 3d) of the Fourier transform of the true image of the observed object. This domain (Fig. 3b) can be computed from the geometry of the array (Fig. 3a) and the wavelength and the amount of rotation during the exposure. The first step of the reconstruction algorithm is to extract this signal by Fourier transform of the snapshot images, thus throwing away most of the photon noise, which, unlike the signal, covers the full (u, v) -plane. This information is used to estimate the Fourier transform of the true image over all spatial frequencies sampled

through the rotation. An inverse Fourier transform is performed to build the final image (Fig. 3e). Because of the very strong high-frequency ringing effect caused by a sharp frequency cut-off in the Fourier plane, we have multiplied the estimated Fourier components amplitudes by a function decreasing with frequency. This function has been chosen to be the autocorrelation function of a large single pupil (as large as the largest baseline) to produce an image (Fig. 3f) of the object similar to what a large monolithic telescope would obtain.

4.2. Spectroscopic Capabilities

For a given array configuration working in monochromatic light, the instantaneous PSF (no rotation) size is proportional to λ , the wavelength, just like in a single aperture telescope. The snapshot two-dimensional (u, v) coverage of the true image is geometrically scaled by $1/\lambda$. When working in a wide spectral band, the instantaneous (u, v) coverage is better (radially smeared) than in monochromatic light, but this coverage is wavelength dependent. The array configurations computed earlier (Table 1) will yield a complete (u, v) -plane coverage for all wavelengths, up to a cutoff frequency proportional to $1/\lambda$. The resulting reconstructed image will have the same spatial frequency coverage as if it were taken by a circular aperture telescope whose diameter is the maximum baseline of the interferometer. If the sources in the field all have a flat spectrum, the wavelength-dependent scaling of the (u, v) -plane coverage can be used to improve the final (after rotation) total (u, v) -plane coverage by using an array configuration optimized for this multiwavelength observation. However, such a config-

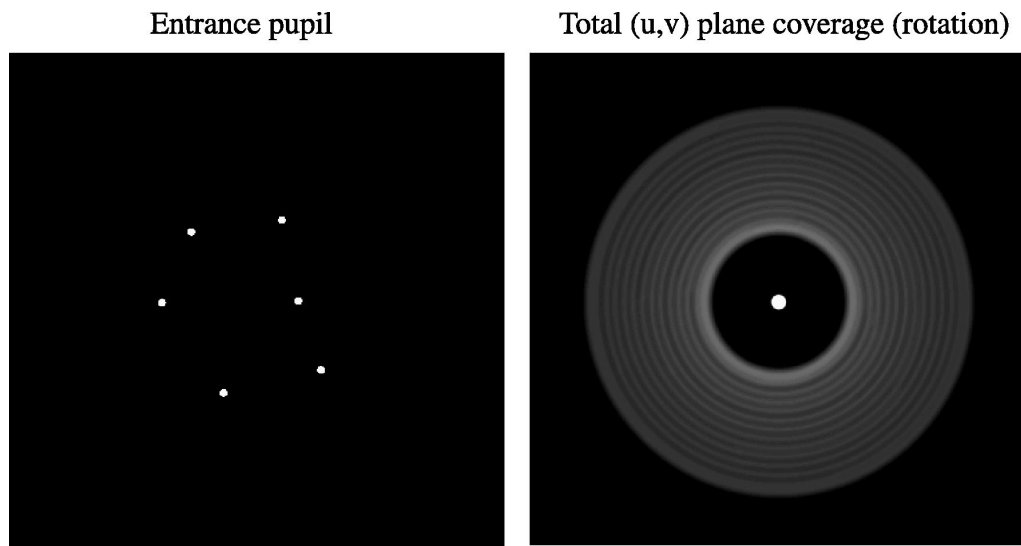


FIG. 2.—This array configuration (*left*) is optimized to deliver a complete (u, v) -plane coverage in a frequency band: the shortest baseline (measured from aperture center to aperture center) is exactly half the longest baseline. The diameter of the apertures slightly extends the frequency coverage both inward (lower frequencies) and outward (higher frequencies).

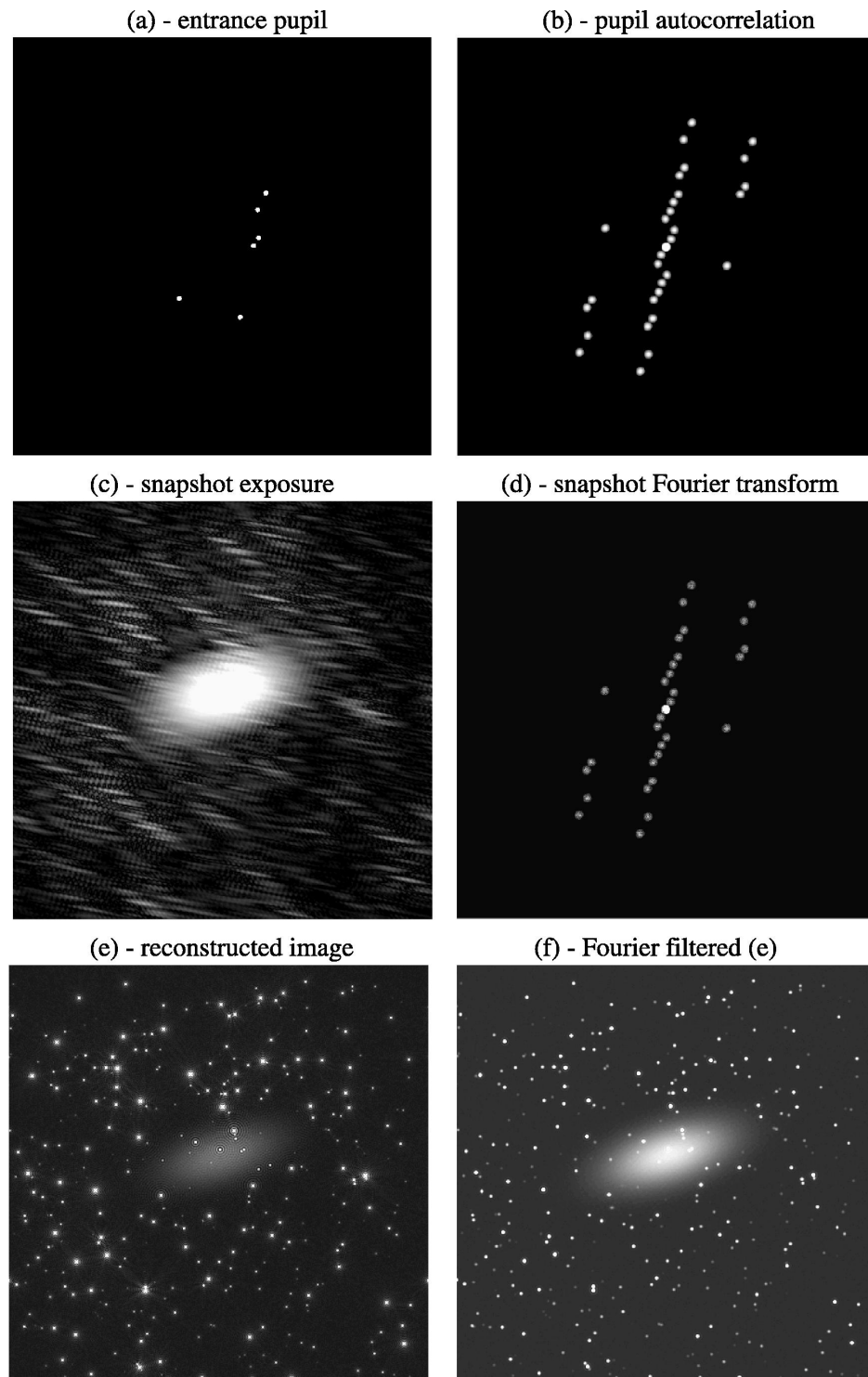


FIG. 3.—The image reconstruction algorithm for rotation aperture synthesis is shown here. For each snapshot exposure (no rotation), the entrance pupil (a) samples a domain (b) of the Fourier transform of the image. The image's Fourier transform information is extracted by Fourier transform (d) of the snapshot image (c). This process is done for each rotation step until the Fourier transform of the image is completely known up to a cutoff frequency. An inverse Fourier transform is then performed to recover an image (e) which can be Fourier filtered to reduce ringing effects (f).

uration has an incomplete (u, v) -plane coverage at a given wavelength and is thus not appropriate for spectroscopy or high-quality imaging of sources not having a flat spectrum. Acquiring a spectrum of a source in the reconstructed image cannot be done by an optical fiber and a spectrometer because at no time in the observation do we have a small physical image of the source: the light of a point source is spread across an area equivalent to the Airy pattern of a single aperture on each individual snapshot image. However, it is still possible to spectrally disperse the light along one axis by having a prism in front of the detector. The orientation of the prism has to be kept fixed relative to the sky, not to the telescope array. Each fringe pattern is shifted along the dispersion direction by a wavelength-dependent quantity. Thanks to the linearity of the reconstruction algorithm, this wavelength-dependent shift also applies to the final reconstructed image.

5. CONCLUSION

We have shown that it is possible to build interferometric arrays with four to 10 telescopes that can fully cover the (u, v) -plane up to a given cutoff frequency thanks to the rotation of the array around its optical axis. An array of six 2 m telescopes could cover the full (u, v) -plane up to a frequency corresponding to a 61 m baseline in one rotation. Such an array is very versatile and would therefore be an interesting solution for a space interferometric array when the individual telescopes cannot easily be moved with respect to one another. Complex sources can be imaged without aliasing problems in polychromatic light, and a spectrum can also be obtained. The simulated annealing minimization algorithm is powerful at solving this problem, and different constraints can be put in the algorithm to optimize the (u, v) -plane coverage to meet various specific observational requirements.

REFERENCES

- Comwell, T. J. 1988, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 64, 1165
 Golay, M. J. E. 1971, *J. Opt. Soc. Am.*, 61, 272
 Golomb, S. W. 1972, in *Graph Theory and Computing*, ed. R. C. Read (New York: Academic), 23
 Golomb, S. W., & Taylor, M. 1982, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 28, 600
 Kirkpatrick, S. 1984, *J. Stat. Phys.*, 34, 975
 Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P. 1983, *Science*, 220, 671
 Leger, A., Mariotti, J. M., Mennesson, B., Ollivier, M., Puget, J. L., Rouan, D., & Schneider, J. 1996, *Ap&SS*, 241, 135
 Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., & Teller, E. 1953, *J. Chem. Phys.*, 21, 1087
 Moffet, A. T. 1968, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 16, 172
 Perrin, G., Coude du Foresto, V., Ridgway, S. T., Mennesson, B., Ruilier, C., Mariotti, J.-M., Traub, W. A., & Lacasse, M. G. 1999, *A&A*, 345, 221
 Robinson, J. P. 1985, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 31, 781
 van Belle, G. T., et al. 1999, *AJ*, 117, 521

Annexe C

“The Nulling Stellar Coronagraph : Laboratory Tests and Performance Evaluation”

PUBLICATIONS OF THE ASTRONOMICAL SOCIETY OF THE PACIFIC, 111:1321–1330, 1999 October
 © 1999. The Astronomical Society of the Pacific. All rights reserved. Printed in U.S.A.

The Nulling Stellar Coronagraph: Laboratory Tests and Performance Evaluation

OLIVIER GUYON,¹ CLAUDE RODDIER, J. ELON GRAVES, AND FRANÇOIS RODDIER

Institute for Astronomy, University of Hawaii, 2680 Woodlawn Drive, Honolulu, HI 96822

SALVADOR CUEVAS, CARLOS ESPEJO, AND SALUSTIO GONZALEZ

Instituto de Astronomia UNAM, Mexico

AND

ANDREA MARTINEZ, GIANFRANCO BISACCHI, AND VALERI VUNTESMERI

Centro de Instrumentos UNAM, Mexico

Received 1999 May 4; accepted 1999 July 21

ABSTRACT. The nulling coronagraph, first proposed by Roddier and Roddier, uses a small mask (less than half the size of the central Airy spot) that shifts the phase of the incoming light by 180° to strongly attenuate the Airy spot as well as the rings. We report on both theoretical and laboratory performance. In our laboratory experiment, we reduce the peak intensity of the Airy pattern by a factor of 16. We derive estimates of the performance of a nulling coronagraph used on a telescope equipped with an adaptive optics system, based upon the performance of the University of Hawaii Hokupa'a adaptive optics system. On a 3.6 m telescope at $1.65 \mu\text{m}$, it is found that a tip/tilt amplitude lower than 20 mas is needed for such a coronagraph to yield an extinction better than 2 stellar mag.

1. INTRODUCTION

Direct imaging of light sources close to bright unresolved objects is of great scientific importance. Such observations require both a high angular resolution and a high dynamical range. Interesting science applications include the direct observation of host galaxies around quasars, accretion disks and young stellar environments, low-mass stellar companions, and the detection of dust shells around asymptotic giant branch (AGB) and post-AGB stars. In the solar system, satellites of asteroids can be imaged (e.g., Merline et al. 1999).

Detection of faint light sources near bright stars is limited by atmospheric turbulence, light scattering by the optics of the instrument, and Fraunhofer diffraction of the incoming wave front by the entrance pupil. Light scattering by the optics can be decreased by using very fine polished optical elements, and the effect of atmospheric turbulence can be minimized by using adaptive optics (AO) systems. The coronagraph is intended to block the light of the bright star and reduce the amount of diffracted light from the occulted star in the focal plane.

The first coronagraph was built by B. Lyot to image the solar corona (Lyot 1939). The same design was later used on stars. Although this technique led to interesting results such

as the discovery of the circumstellar disk around β Pictoris (Smith & Terrile 1984), atmospheric turbulence prevented the mask from getting smaller than a few arcseconds. More recently, the Lyot coronagraph has been improved by using apodized masks and by taking advantage of the sharper point-spread functions (PSFs) delivered by AO systems. The use of a tip/tilt system with a stellar coronagraph allowed the use of smaller occulting masks (Golimowski et al. 1992; Walker et al. 1994). Stellar coronagraphy with an AO system is even more efficient and was first demonstrated by F. Malbet on the 3.6 m ESO telescope and the COME-ON AO system (Malbet 1996). Using apodized masks improves the performance of the Lyot coronagraph by preventing the sharp mask's edge from diffracting a lot of light, especially when the occulting mask (in the focal plane) is small (Ftaclas 1995). However, the occulting mask cannot be too small because the Lyot stop aperture (in the pupil plane) has then to become small too. The nulling coronagraph, first proposed by Roddier & Roddier (1997), can use a small mask without suffering from the same limitations.

2. HOW THE NULLING CORONAGRAPH WORKS

2.1. Overview of the Lyot and the Nulling Coronagraphs

To understand how the nulling coronagraph works, one can compare it with a Lyot coronagraph. Figure 1 com-

¹ Ecole Normale Supérieure, 45 rue d'Ulm, 75230 Paris, France; oguyon@clipper.ens.fr.

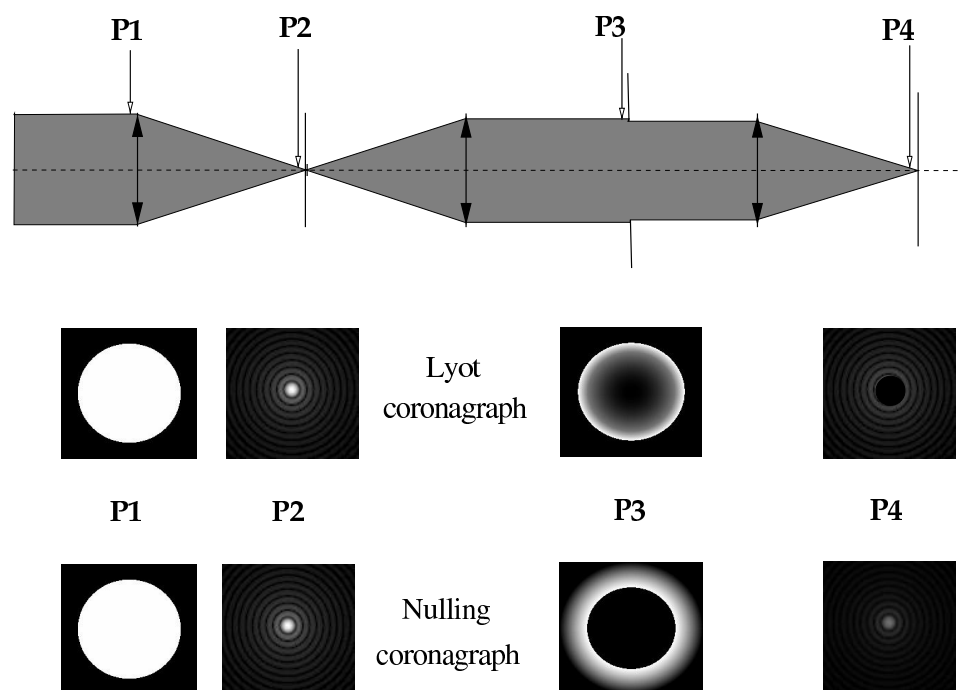


FIG. 1.—The Lyot coronagraph uses an opaque mask in the image plane, whereas the nulling coronagraph uses a phase mask. Light distribution in the pupil is very different for the two coronagraphs. For the Lyot coronagraph the light is concentrated inside the pupil near the edge. For the phase mask it is moved outside the pupil. This figure shows the light distribution in four different planes for both coronagraphs. Plane P1 is the entrance pupil plane; plane P2 is the focal plane, where the occulting (or phase) mask is; plane P3 is the second pupil plane, where the “Lyot” stop is; and plane P4 is the second focal plane.

compares the two coronagraphs. The Lyot coronagraph, developed by Lyot for solar corona imaging (Lyot 1939), is the most common coronagraph used in astronomy. In this paper, we will consider stellar coronagraphs only. The Lyot stellar coronagraph uses an opaque mask in the image plane to remove almost all the light of the star (only the Airy rings outside the mask are still present). The mask is usually at least three Airy rings wide. Of course, at this point, no improvement has been made yet on the detection of faint light sources near the star, which is the purpose of a coronagraph.

To understand how the Lyot coronagraph works, the image of the star in the image plane has to be seen as being the power spectrum of the pupil complex amplitude (a uniformly bright disk). The opaque mask on the central part of the Airy pattern removes the low-frequency components of the Fourier transform of the pupil complex amplitude. Hence, putting an opaque mask on the center of the Airy pattern increases the relative intensity of the edges of the pupil in comparison to the center (the edges of the pupil are diffracting the light away from the central part of the Airy spot).

The use of a stop in the second pupil plane (after the mask) can suppress the light contribution from the edge of the pupil to the final image. Hence, the Airy rings that were still present in the first image plane, outside the mask, are attenuated. The final image of the occulted star will be a dark disk (the mask) surrounded by very faint diffraction rings. If a light source is far enough from the star so that its image is outside the mask, its light distribution in the second pupil plane will be a uniformly bright disk of light and the pupil stop will remove only a small fraction of its light. The offset light source will then be attenuated by a factor which is far lower than the attenuation of the Airy rings of the central occulted star, making it easier to detect.

The nulling coronagraph works differently. The mask is not opaque: it is a phase mask which shifts the phase of the light by 180° . When the phase mask has the right size, destructive interference occurs inside the pupil and the light from the star is sent outside the pupil in the second pupil plane (see Fig. 1). The nulling coronagraph is not the only way to use destructive interference on a star in order to image faint light sources very close to it. The achromatic interferometric coronagraph (Gay 1996) can cancel out effi-

ciently the light from the star, but the true image is superposed with its 180° rotation around the optical axis. Multiaperture nulling techniques also exist (e.g., Bracewell 1978; Leger & Mariotti 1996; Angel & Woollf 1997) and can yield better angular resolutions, thanks to large baselines. But their incomplete sampling in the Fourier plane has to be overcome (high number of apertures and/or variable baseline geometry) before they can offer high dynamical range direct imaging capabilities.

Because a simple phase mask has a wavelength-dependent phase shift and because the Airy spot size is wavelength-dependent too, the nulling coronagraph cannot work over a wide wavelength range at once.

2.2. Theoretical Aspects

The light amplitude distribution in the focal and pupil planes is plotted in Figure 2, which shows the effect of the phase mask in the pupil plane. Because the phase mask shifts the phase of the light by 180° , it induces interference between the light that passes through it and the light that passes around it. The light passing through the mask forms a narrow peak in the image plane, no bigger than the size of the mask itself. The Fourier transform of the narrow peak is a broad peak which describes the light amplitude distribution in the pupil plane. It is represented as being of negative value in Figure 2 because the light phase has been shifted by 180° . The light amplitude distribution in the pupil arising

THE NULLING STELLAR CORONAGRAPH 1323

from the light that does not pass through the phase mask is then the normal uniformly bright disk (Fourier transform of the Airy pattern) minus this broad peak. When the two light amplitude distributions (inside + outside) are added together (along with their sign to take account of the interference) the inside of the pupil is even further lowered (in the same representation) and the outside has negative values. The square of this curve gives the light distribution intensity in the pupil, and it appears that by choosing the right value for the phase mask size, the light can be canceled inside the pupil. This theoretical optimum diameter is 43% of the first dark ring in the Airy pattern. Then, destructive interference occurs in the pupil while constructive interference puts the light outside the pupil.

3. THE NULLING CORONAGRAPH EXPERIMENT

3.1. The Fabrication of the Phase Mask

The phase mask was made at the University of Mexico by a close collaboration between two laboratories: the Microwave Laboratory, at Centro de Instrumentos, and the Detectors Laboratory, at the Instituto de Astronomia. The photolithography work was done at the Microwave Laboratory and thin-layer deposition at the Detectors Labor-

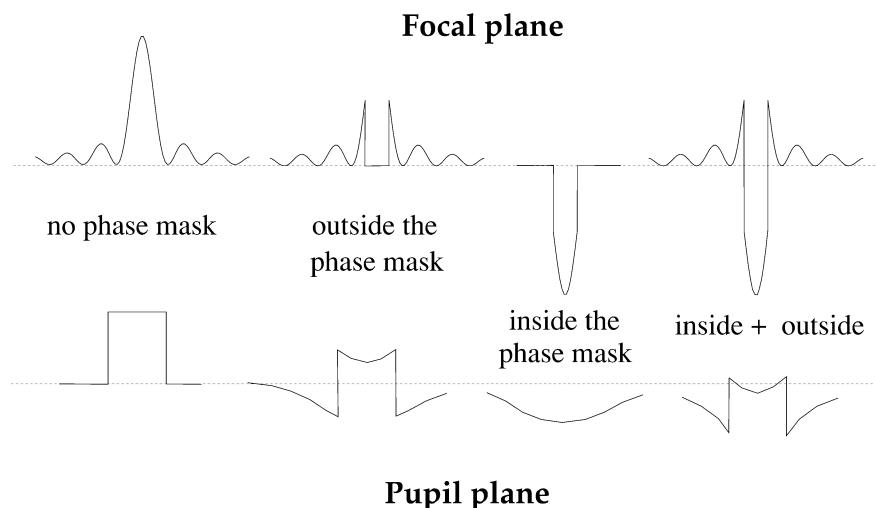


FIG. 2.—The effect of the phase mask in the pupil plane. The top row represents light amplitude distribution in the image plane, and the bottom row is the corresponding light amplitude distribution in the pupil plane, which is the Fourier transform of the top row curves. By choosing the right size for the phase mask, the sum of the two lower right curves (pupil light distribution for the light that passes inside and outside the mask) can be brought close to zero (dotted line) inside the pupil: this is the correct size for the phase mask. This then leads to the light distribution in the pupil shown in Fig. 3.

1324 GUYON ET AL.

atory. The thickness of the mask is given by the relation

$$2(n-1)e = \lambda, \quad (1)$$

where n is the refraction index and λ the wavelength of the light, in this case He-Ne laser light. The diameter of the mask is 0.43 times the size of the Airy spot corresponding to the wavelength and the f / number of the optical system. In Table 1 diameters and thickness of the mask for different usual filters are indicated. The mask for this first laboratory experiment was made by a deposition of SiO_2 on glass and for He-Ne laser light. The mask thickness was 700 ± 1 nm.

The fabrication steps are the following:

1. Copper film deposition made over a substrate.
2. Deposition of a photosensitive resin layer.
3. Ultraviolet illumination of the resin layer through a photographically generated mask. In this case, the mask was a disk.

4. Chemical removal of the copper layer over the hole.
5. Sputtering deposition of SiO_2 over the hole.
6. Chemical removal of the SiO_2 and copper excess.

3.2. Optical Setup

Several masks of different sizes, ranging from 1 mm to $100 \mu\text{m}$, were available on the same glass plate. For our experiment, we chose to use only one of them (the $200 \mu\text{m}$ diameter mask), so that the optical alignment would not have to be done too often. Instead of changing the size of the mask, we changed the size of the pupil, hence modifying the size of the Airy spot. Our Airy spot was created using an He-Ne laser and a beam expander. The parallel light beam was then focused using a lens. The Airy pattern at the image plane was very sharp, thanks to the monochromatic laser light, and numerous Airy rings could be seen on the images.

The optical layout of the experiment is shown in Figure 3. The phase mask was mounted on an x, y stage. Because of the very long focal length (5 m for a pupil smaller than 2 cm at maximum extinction) of the beam, the position of the phase mask along the optical axis was not critical. A single CCD camera (1024×1024 CCD chip) was used to record both image plane images and pupil images. Swapping from the image plane to the pupil plane was done by sliding a lens (L_6) in the optical train. A second iris was used as the pupil stop (the equivalent of the Lyot stop in the Lyot coronagraph, this stop being also referred as a Lyot stop in this paper). We chose to have this iris opened at 90% of the pupil size for each image we took. Each measurement was done with a different pupil size. After having set the pupil size, a first image of the pupil was taken to measure the size of the pupil on the CCD image. This was done by moving

TABLE 1
DIAMETERS AND THICKNESS FOR SiO_2 PHASE MASKS
CORRESPONDING TO DIFFERENT ASTRONOMICAL
FILTERS AND AN $f/35$ BEAM
(CANADA-FRANCE-HAWAII
TELESCOPE CASSEGRAIN FOCUS)

Filter	λ (μm)	Diameter (μm)	Thickness (nm)
I	0.9	33	1000
J	1.2	43	1333
O II	1.23	45	1366
H	1.5	59	1666
[Fe II]	1.64	60	1822
He I ($2p2s$)	2.05	75	2277
K	2.27	83	2522

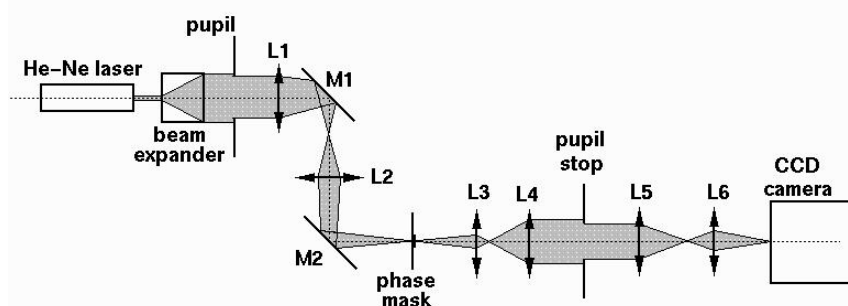


FIG. 3.—General optical layout of the nulling coronagraph experiment. The pupil is an iris, and its size can be chosen to maximize the efficiency of the nulling coronagraph for a given phase mask diameter. Lens L_6 can be removed to image the pupil plane on the CCD.

the phase mask out of the way, opening the Lyot pupil stop iris (to see the actual pupil), and sliding in the lens to image the pupil. Then, the phase mask was carefully centered by looking at the pupil image while moving the mask and a second pupil image was taken (mask in). The Lyot pupil stop iris was then closed to 90% of the pupil aperture and a third image was taken at the pupil plane. Finally the last two images taken were in the image plane: phase mask in and phase mask out. The measurements presented below have been obtained by using this set of images.

3.3. Laboratory Measurements

Being able to acquire an image in both the pupil plane and the image plane allowed us to check that the nulling coronagraph performs well according to the theory. By changing the pupil size it was possible to draw a curve of the PSF's center intensity attenuation versus the phase mask size relative to the first Airy dark ring size of the Airy pattern. This curve fits well with the theoretical curve (see

THE NULLING STELLAR CORONAGRAPH 1325

Fig. 4), and the maximum PSF peak extinction position is very close to the predicted pupil size value. However, it was impossible to reach the theoretical attenuation (a factor of 550 for a phase mask 43% as big as the Airy spot) because of the imperfect thickness profile of the phase mask we used: when the phase mask was put in one arm of a Michelson interferometer, the fringes showed that the mask thickness was maximum at the center.

The theory predicts that the first dark Airy ring disappears when maximum extinction is achieved (Fig. 5), when the phase mask diameter is 0.43 times the first dark Airy ring diameter ($0''.23$ on a 3.6 m telescope at $1.65 \mu\text{m}$). Our images (Fig. 6) do not show this phenomenon because this theoretical maximum efficiency point was not reached due to an imperfect phase mask. Figure 6 shows the image of our artificial star when extinction is maximum. The maximum attenuation we could reach was a factor of 16 (3 stellar mag), as shown in Figure 7.

However, the extinction curve obtained in the experiment has been reproduced by computer simulation with a mask of uneven thickness. A mask with rounded edges (thinner at

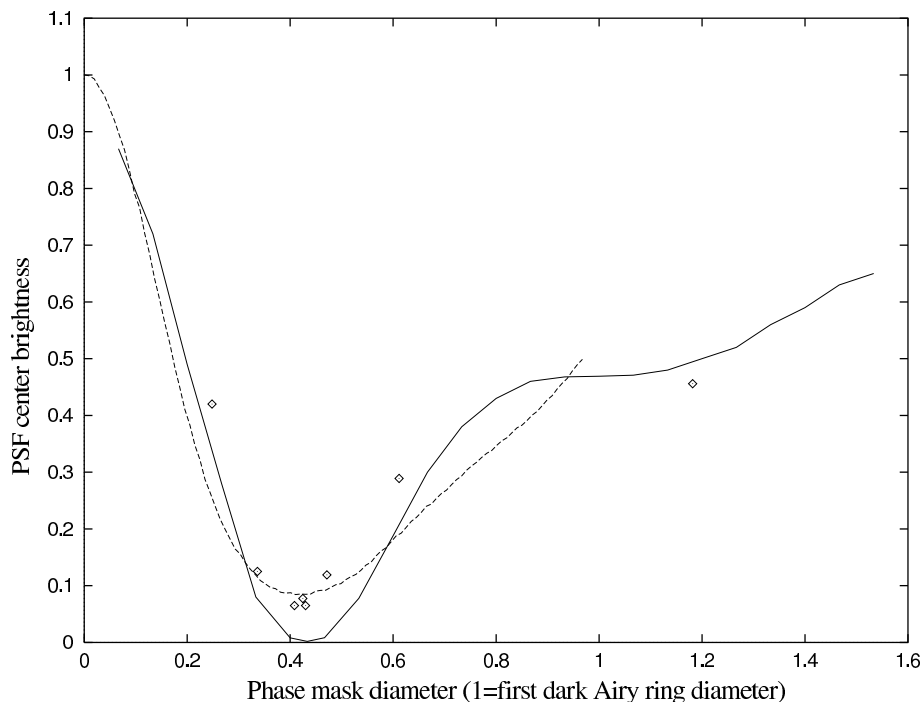


FIG. 4.—The PSF's center brightness for different diameters of the phase mask. The brightness is normalized to the brightness of the PSF's center when the phase mask has been removed. The unit for the phase mask diameter is the diameter of the first dark ring of the Airy pattern. The solid curve is the theoretical curve for a perfect mask, the dashed line is the theoretical curve obtained with a phase mask having the thickness profile plotted in Fig. 8, and the dots correspond to points obtained with the optical setup described earlier. Because of the imperfect thickness profile of the phase mask, the deep theoretical minimum has not been reached, but the overall shape of the theoretical curves matches very well the values obtained in the experiment. The last point (mask diameter = 1.2) was obtained with a larger mask.

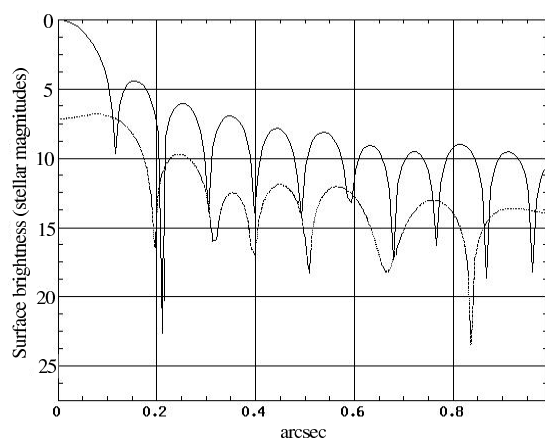


FIG. 5.—Theoretical PSF profiles in stellar magnitudes with no nulling coronagraph (*upper curve*) and with nulling coronagraph at maximum extinction (*lower curve*) for a 3.6 m telescope at $1.65\ \mu\text{m}$. Distance from the center of the PSF is in arcseconds.

its edges) but of the right central thickness produced an extinction curve very close to the one obtained in the experiment. The mask was then put in a Michelson interferometer, and the interference fringes showed that the thickness profile of our mask was close to the simulated profile. Figure 8 shows the thickness profile of the mask we used in our simulations to reproduce the results obtained in our experiment. The simulated light profile (Fig. 9) is in good agreement with the light profile measured in our experiment. The light intensity distribution obtained in the experiment is well reproduced by the computer simulation for the central Airy spot and the first Airy ring. The two curves do not match after the second Airy ring because the light intensity is then below 1 ADU on the CCD image and the diffused light background dominates the image.

The pupil plane images show very well how the phase mask induces destructive interference inside the pupil while putting the light outside the pupil (see Fig. 10). The pupil size is a very critical adjustment to reach maximum extinction. It would have been even more critical with a better

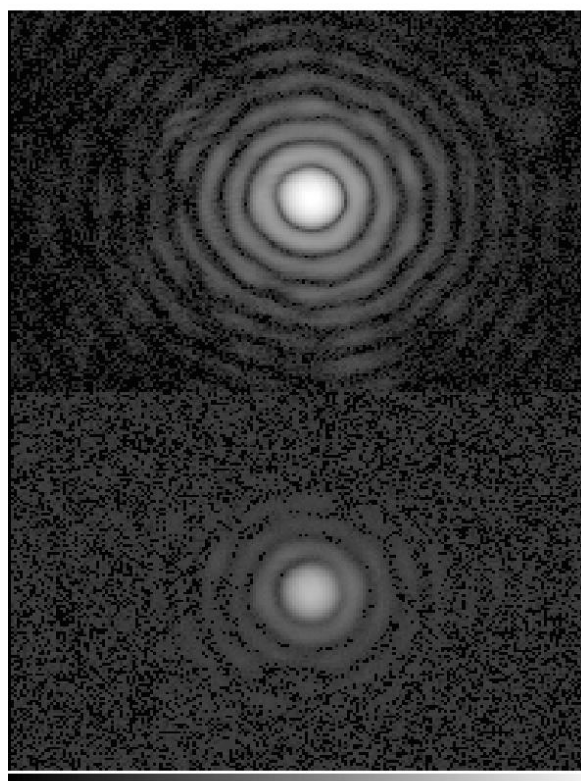


FIG. 6.—The top image was taken with the phase mask out of the way and the bottom one with the phase mask in. The nulling coronagraph can attenuate both the central Airy spot and the rings as demonstrated here. Brightness scale is not linear in this image.

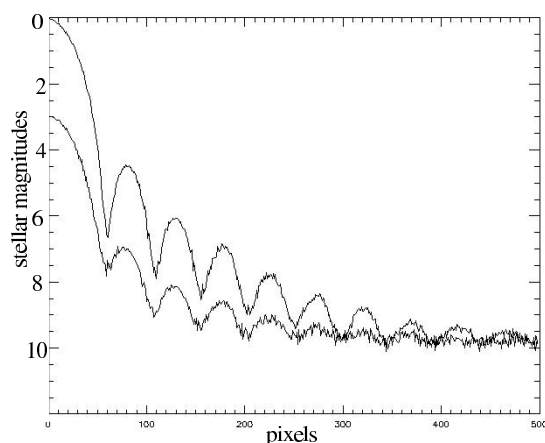


FIG. 7.—Light profile of the two images of Fig. 6. The peak intensity of the PSF is lowered by about 3 mag (a factor of 16) by the nulling coronagraph. The light profile is given in stellar magnitudes per unit of area, the zero reference being the central brightness of the PSF obtained without the phase mask. The distance from the center of the PSF is given in pixels on the actual CCD image.

mask, with which the maximum extinction would have been greater.

4. THE NULLING CORONAGRAPH AT THE TELESCOPE

4.1. Using the Nulling Coronagraph with an AO System

Because the phase mask in the nulling coronagraph is

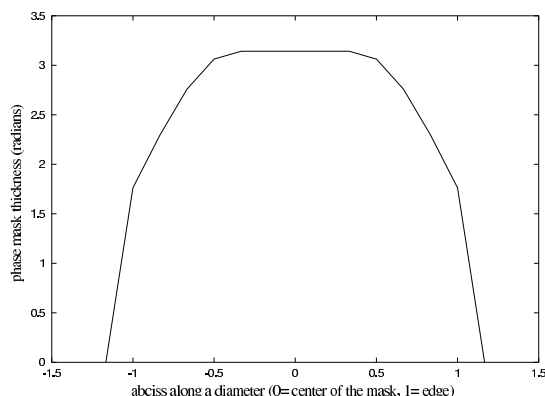


FIG. 8.—Simulated thickness profile of our experimental phase mask. This profile has been chosen to fit the results of our experiment, as shown in Fig. 9. It is also in good agreement with the observation of the thickness profile of the mask we have carried out by inserting the mask in one arm of a Michelson interferometer, which showed that the mask had "bent" edges. The phase is in radians (thus peaking at π), and the distance from the center of the mask is in mask radius units.

THE NULLING STELLAR CORONAGRAPH 1327

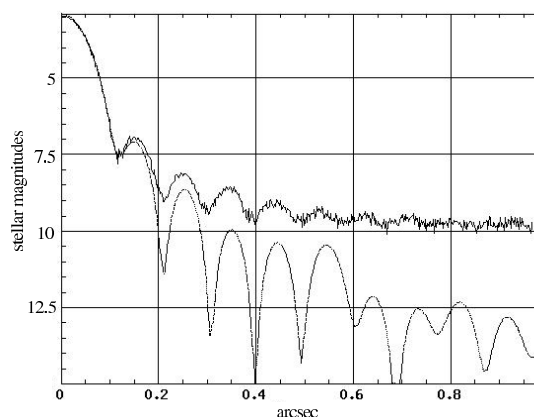


FIG. 9.—The top curve is the "best extinction" light profile obtained in our experiment, and the lower curve is the simulated light profile using the phase mask thickness profile of Fig. 8. Because the true data had limited dynamical range, the profile is dominated by noise and diffused light after the third Airy ring. The brightness scale is in stellar magnitudes, and the distance from the center of the PSF is in arcseconds. The simulated curve assumes a 3.6 m telescope working at $1.65 \mu\text{m}$, and the real data have been scaled to the same focal plane scale.

only 43% the size of the first dark Airy ring, its use is limited to astronomical instruments yielding sharp and steady PSFs: as related in § 4.2, our tip/tilt simulations suggest that a Strehl ratio higher than 0.9 is needed to achieve an extinction better than 2 mag. A simulation predicting the performance of the nulling coronagraph on the *Hubble Space Telescope*, taking into account the residual aberrations of its 2.4 m primary mirror, has been done by Roddier & Roddier (1997). On a large telescope without AO, the phase mask would be inefficient since atmospheric turbulence would spread the light over an area far bigger than the Airy spot size and the turbulence-induced image motion would move the star over great distances in the image plane. Hence, the phase mask can only be used on a space telescope or on a ground-based telescope equipped with a high-compensation AO system.

Figure 11 shows how AO can efficiently reduce the brightness of the PSF between $0.07''$ and $1''$ on a 3.6 m telescope in *H* band ($1.65 \mu\text{m}$). On such a telescope, the diffraction rings are responsible for most of the light found up to $1''$ away from the star. The scattering induced by the telescope optics is then the most important contribution at greater distances. That is why the use of a nulling coronagraph can be very efficient for faint light source detection in the first Airy rings of the PSF, where the Lyot coronagraph cannot be of any help because the Lyot mask usually covers the first three or four Airy rings. Using a nulling coronagraph on a telescope requires very fine optical alignment since the phase mask is smaller than the Airy spot size. The

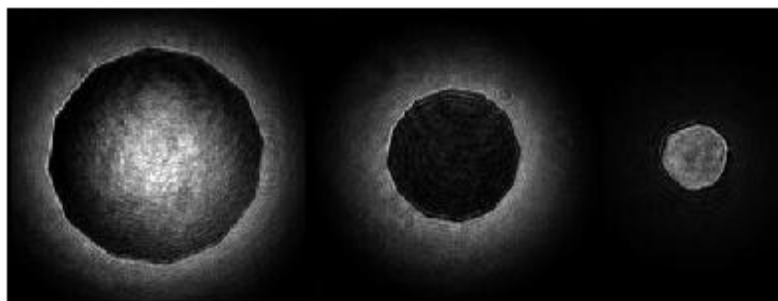


FIG. 10.—This set of three pupil images shows the effect of the pupil size (same phase mask size) on the pupil plane light distribution. If the pupil is too large (*left*), or the phase mask is too large, the light inside the pupil is not cancelled out very well, but part of the light is put outside the pupil edge. When the pupil size is optimum (*middle*), very little light remains inside the pupil. If the pupil is too small (*right*), the Airy spot is bigger and the phase mask is too small to have a significant effect on the light distribution in the pupil.

use of narrowband filters might be useful to avoid decreasing the performance of the coronagraph which works best for monochromatic light. The most important degradation of the performance of the nulling coronagraph might arise from residual tip/tilt: this is the subject of the following section.

4.2. Tip/Tilt Error and the Nulling Coronagraph

Using computer simulations, it is possible to create PSFs obtained by offsetting the image of the star on the phase

mask. Then, if we assume that the turbulence is moving the star in the image plane with a Gaussian probability density (which is a good approximation), we can simulate the effect of image residual motion for the nulling coronagraph.

The results of the computer simulations for a 3.6 m telescope at a wavelength of $1.65 \mu\text{m}$ are shown in Figure 12. The effect of tip/tilt residual error seems to be very important. On Hokupa'a (the University of Hawaii's AO system), the tip/tilt error is thought to be around 15 mas for bright stars. A 5 mas tip/tilt error (0.993 Strehl ratio) already pro-

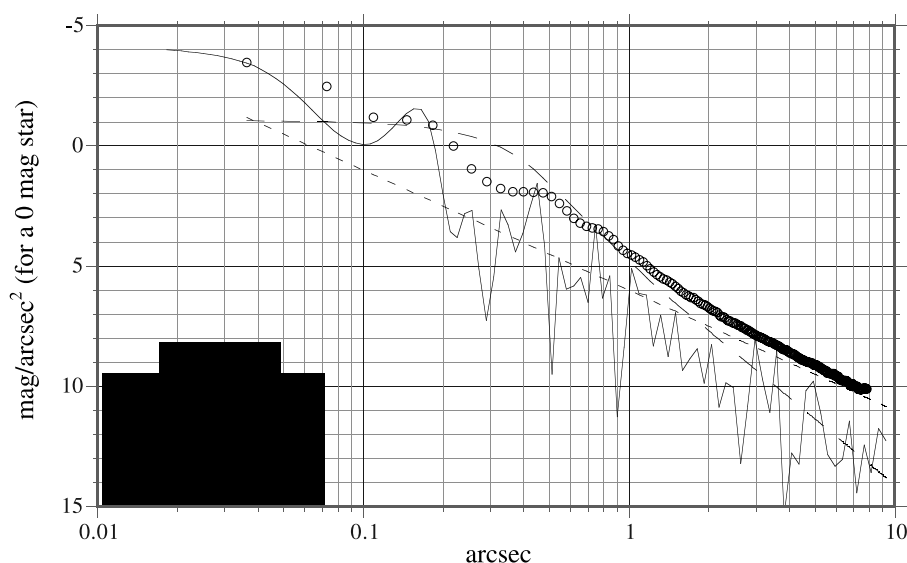


FIG. 11.—Different contributions to the radial brightness of a PSF on a 3.6 m telescope in *H* band ($1.65 \mu\text{m}$). The brightness profile of a PSF obtained with the Hokupa'a AO system is plotted on this graph.

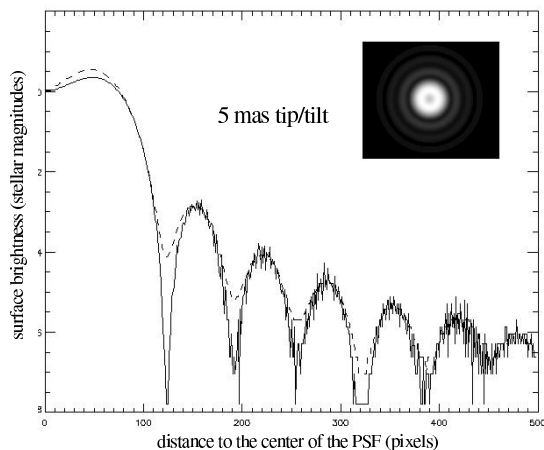


FIG. 12a

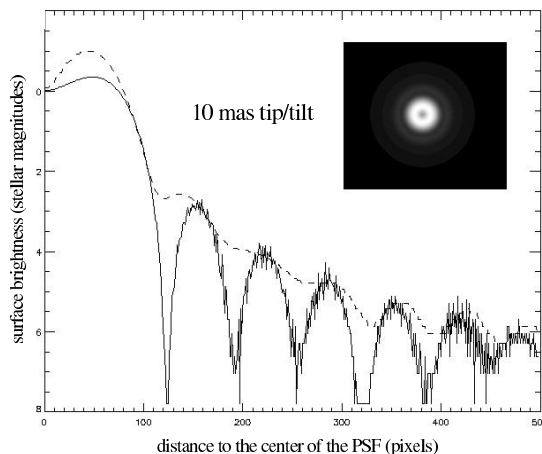


FIG. 12b

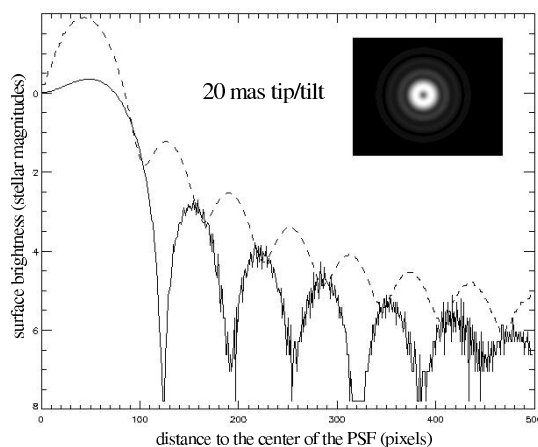


FIG. 12c

FIG. 12.—Theoretical PSF(s) obtained for a 3.6 m telescope at $1.65 \mu\text{m}$ using the nulling coronagraph with a residual tip/tilt of (a) 5 mas, (b) 10 mas, and (c) 20 mas corresponding to Strehl ratios of 0.993, 0.973, and 0.899, respectively. The solid curve is the PSF profile when no tip/tilt is present. The brightness scale is in stellar magnitudes. The distance from the PSF center is in pixels on the simulated images, with 1 mas corresponding to 0.64 pixels.

duces a dark spot in the middle with a brighter ring around. However, it has little effect on the PSF wings: the dark diffraction rings are slightly brighter, but there is no significant brightening of the bright diffraction rings. However, with a 10 mas tip/tilt error (0.973 Strehl ratio), the dark diffraction rings disappear, and the brightening of the central part of the PSF, just outside the phase mask, is about 1 mag. A 20 mas tip/tilt error (0.899 Strehl ratio) yields a PSF in which the dark diffraction rings have been replaced by bright rings. When the star is on the border of the phase mask, the PSF is highly asymmetrical, showing bright diffraction arcs in the direction away from the center

of the mask. This is why a 20 mas tip/tilt error, by radial integration of those bright arcs, yields such a PSF. Then, the new bright rings are about 1.5 mag brighter than the diffraction rings obtained without any tip/tilt error.

4.3. Chromatism

The use of the nulling coronagraph in broadband imaging encounters two problems. First, the mask itself does not induce the same phase shift at all wavelengths. The other problem is that the Airy spot size is wavelength-dependent and the nulling coronagraph performs well only

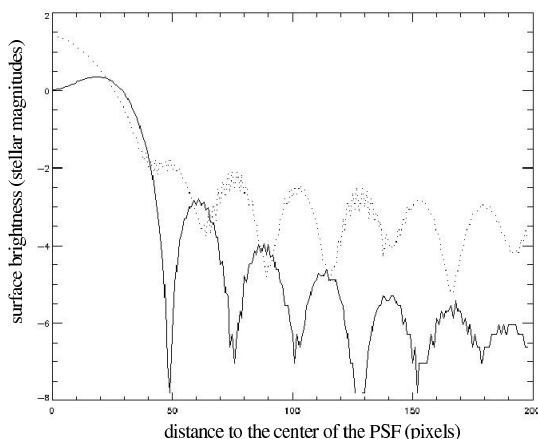


FIG. 13.—Theoretical PSF obtained on a 3.6 m telescope using the nulling coronagraph through an H filter (dotted line) having a 100% transmission from 1.5 to 1.8 μm . The phase mask is considered as perfectly achromatic (same phase shift for all wavelengths), but the Airy spot wavelength-dependent size has been taken into account. The solid curve is the PSF obtained in monochromatic light (1.65 μm).

when the mask size is 43% the size of the first dark Airy ring. Allowing 1% of the light of the occulted star to pass through the coronagraph, the wavelength bandwidths, at 1.65 μm , for those two effects are 0.1 μm for the wavelength-dependent phase shift effect and 0.22 μm for the Airy pattern wavelength-dependent effect (Roddier & Roddier 1997). The bandwidth of a standard H filter being 0.3 μm , those effects are not negligible.

The first problem can be solved by using a more sophisticated phase mask, stacking layers of materials having opposite refraction index wavelength dependence. It is reasonable to think that such masks can be built to offer the same phase shift over the wavelength range of a common IR filter (H , J , or K filters, for example). Figure 13 shows that the Airy spot wavelength-dependent size then limits the per-

formance of the coronagraph. Close comparison of Figure 13 and Figure 5 shows that the central attenuation of the star is then about 5 mag; about 1% of the light of the star passes through the coronagraph, which is explained by the fact that the H filter bandwidth (0.3 μm) is close to the value of the bandwidth given above (0.22 μm). However, optical designs offering a wavelength-dependent magnification and a wavelength-independent focal plane exist and could be used to solve this problem.

5. CONCLUSION

The nulling coronagraph experiment results were very well matched by computer simulations. The deep extinction maximum predicted by the simulation could not be reached in the experiment because of the imperfect thickness profile of our phase mask. However, computer simulations using an imperfect phase mask with bent edges match well the measurements obtained.

Those results give us confidence that a better phase mask can yield results very close to the theoretical simulations with a perfect mask. However, a good nulling coronagraph would be very sensitive to residual wave front errors. This makes it more easy to use this type of coronagraph in the infrared where the Airy disk is wider and where high compensation can be achieved with adaptive optics.

The use of such a coronagraph on a space telescope would not suffer from atmospheric turbulence, hence making it easier to use. The chromatism of such a coronagraph appears to limit its use in broadband imaging, but technological solutions exist to solve this problem.

The nulling coronagraph can also be used in an interferometric mode by densifying the entrance pupil (Labeyrie 1996) before using the phase mask. The pupil can then be rediluted to avoid the narrowing of the field of view. Simulations are being done and will be presented in a forthcoming paper.

REFERENCES

- Angel, J. R. P., & Woolf, N. J. 1997, *ApJ*, 475, 373
- Bracewell, R. N. 1978, *Nature*, 274, 780
- Ftaclas, C. 1995, in *Proc. 15th NSO/Sacramento Peak Summer Workshop, Infrared Tools for Solar Astrophysics: What's Next?* (Singapore: World Scientific), 181
- Gay, J. 1996, *CR Acad. Sci. Paris*, 322, Ser. IIb, 265
- Golimowski, D. A., Clampin, M., Durrance, S. T., & Barkhouser, R. H. 1992, *Appl. Opt.*, 31, 4405
- Labeyrie, A. 1996, *A&AS*, 118, 517
- Leger, A., et al. 1996, *Icarus*, 123, 249
- Lyot, B. 1939, *MNRAS*, 99, 580
- Malbet, F. 1996, *A&AS*, 115, 161
- Merline, W. J., et al. 1999, *IAU Circ.* 7129
- Roddier, F., & Roddier, C. 1997, *PASP*, 109, 815
- Smith, B. A., & Terrile, R. J. 1984, *Science*, 226, 1421
- Walker, G., Walker, A., Racine, R., Fletcher, J. M., & McClure, R. D. 1994, *PASP*, 106, 356

Annexe D

**“A nulling wide field imager for
exoplanets detection and general
astrophysics”**

A nulling wide field imager for exoplanets detection and general astrophysics

O. Guyon^{1,2} and F. Roddier

¹ Institute for Astronomy, University of Hawaii, 640 N. A’ohoku Place, Hilo, HI 96720, USA

² Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 4 Place Jussieu, 75005 Paris, France

Received 19 February 2002 / Accepted 6 May 2002

Abstract. We present a solution to obtain a high-resolution image of a wide field with the central source removed by destructive interference. The wide-field image is created by aperture synthesis with a rotating sparse array of telescopes in space. Nulling of the central source is achieved using a phase-mask coronagraph. The full (u, v) plane coverage delivered by the 60 m, six 3-meter telescope array is particularly well-suited for the detection and characterization of exoplanets in the infrared (DARWIN and Terrestrial Planet Finder (TPF) missions) as well as for other generic science observations. Detection ($S/N = 10$) of an Earth-like planet is achieved in 10 hours with a $1 \mu\text{m}$ bandwidth at $10 \mu\text{m}$.

Key words. techniques: interferometric – instrumentation: high angular resolution

1. Introduction

As seen from 10 parsec (pc) away, the Earth is 0.1 arcsec ($''$) away from the Sun and 10^9 times fainter at visible wavelengths. At $10 \mu\text{m}$, the light intensity ratio is only 5×10^6 , and a 20 m minimum baseline is needed to resolve the system. The lower Planet/Star intensity ratio as well as the likely presence of biomarkers (CO_2 , O_3 , H_2O , CH_4) in the atmospheric spectrum from $5 \mu\text{m}$ to $15 \mu\text{m}$ led us to choose this wavelength range for our study. A space interferometer with nulling capabilities is well suited for this work because of the large baseline needed to resolve the system and the high luminosity ratio between the planet and the star.

Bracewell (1978) proposed to combine the beams from 2 telescopes to form interferometric fringes with the star centered on a dark fringe (optical path-length difference of half a wavelength between the 2 light beams). The on-axis star’s light would then be nulled, and by rotating the 2-telescope interferometer around its optical axis, the light from a companion would be temporally modulated. The same concept has more recently been generalized to several telescopes to obtain a deeper null and a better (u, v) coverage (Angel & Woolf 1997; Mennesson & Mariotti 1997). A monapixel detector records a light intensity, which is the integral of the product of the light distribution on the sky and a “transmission map” given by the geometry of the array. As the interferometer rotates, the residual light of the on-axis star remains constant and an off-axis companion is revealed as a temporal modulation of the recorded signal. The imaging capabilities of these concepts are

very limited (small field of view and very partial (u, v) plane coverage), increasing the risk of confusion between an exoplanet and an anisotropy of the exozodiacal cloud. The detection by light modulation on a monapixel detector suffers from high sensitivity to temporal variations of both the thermal background intensity and the light leakage from the nulled central star. In this paper, we present a solution to image (with a full (u, v) plane coverage up to the cutoff frequency) a field with the central source removed by destructive interference. The wide field of view and good (u, v) plane coverage limit the risk of confusion with background sources and exozodiacal anisotropies. We demonstrate the importance of good (u, v) coverage and show how to achieve it in Sect. 2. The pupil densification and pupil redilution techniques are presented in Sect. 3: these techniques make possible the use of a nulling coronagraph on a sparse array of telescopes. The overall behavior of the concept is studied in Sect. 4. In Sects. 5 and 6, we explore the capabilities of this concept to image Earth-like planets and study other astrophysical objects.

2. (u, v) plane coverage

2.1. Importance of good (u, v) plane coverage

Very partial (u, v) plane coverage is sufficient for observation of objects for which a simple model exists. Ground-based interferometers are routinely measuring stellar diameters using 2 telescope-interferometers. By changing the projected baseline (by physically moving the telescopes or taking advantage of Earth’s rotation), more points are accessible in the (u, v) plane and limb darkening can be measured (Hajian et al. 1998).

Unfortunately, no simple model exists for a planetary system, and exoplanet imaging missions like TPF (Beichman 1998) and Darwin (Leger & Mariotti 1996) need good (u, v) plane sampling before detecting with certainty an exoplanet. A planetary system is likely to have several planets embedded in a zodiacal cloud. As seen face-on, a planetary system with an Earth-like planet 1 Astronomical Unit (AU) from a Sun-like star in a 1 Zodi (unit of dust density in a zodiacal cloud, normalized to the solar system zodiacal cloud) zodiacal cloud is as bright as a 0.3 AU by 0.3 AU “pixel” of exozodiacal light next to it.

The presence of massive bodies in the zodiacal cloud will perturb the orbits of dust particles and produce an elongated concentration of zodiacal dust: in the solar system, the Earth is responsible for a 10% variation of the surface brightness of the zodiacal dust as seen from Earth (Reach et al. 1995; Dermott et al. 1994). Because in some cases these clumps can be brighter than the planet itself (Liou & Zook 1997), it has been proposed to infer the existence of a planet from observation of the exozodiacal cloud. Recent direct ground-based observation of the dust stream responsible for the Leonid meteor shower (Nakamura et al. 2000) and IRAS/ISO observations of cometary trails (Sykes & Walker 1992; Kresak 1993; Jenniskens et al. 1997) demonstrate the long-lasting effect of cometary debris. In our solar system (seen face-on), the light intensity from dust concentrations in the zodiacal emission (excluding the smooth component of the zodiacal cloud), when integrated over a scale of a tenth of an AU, is less than a percent of the Earth’s light intensity. However, in systems with a higher zodiacal component or no massive planet outside of the Earth’s orbit, dust concentrations could be as luminous as an Earth-like planet. This becomes even more critical if the system is seen edge-on, since the surface-brightness of planet-induced arcs of dust would be amplified when seen tangentially.

The TPF and Darwin missions propose to image stars at a distance up to 20 pc to look for planets. Being able to rule out arcs of exozodiacal light excess and background sources will make the detection of planets more reliable and, to some extent, reduce the need for repetitive observations of the same object to confirm a detection. A large field of view is also essential for characterization of solar systems from 5 to 20 pc. While imaging a Sun-Earth system at 20 pc requires at least a 50 milli-arc-second (mas) resolution (separation corresponds to 1 resolution elements or more), the angular separation between a Sun-Jupiter system at 5 pc is 1”. A wide field of view requires a well-filled (u, v) plane, which also allows observations of various astrophysical sources for which no reliable model exists.

2.2. Obtaining full (u, v) plane coverage with aperture synthesis

Several technical constraints limit the achievable (u, v) plane coverage: number of telescopes, telescope diameter and array geometry. A large number of telescopes or a larger diameter of individual telescopes would increase the cost and complexity of the mission. As the number of telescopes increases and their

diameter decreases, the internal metrology of the array becomes more complex and less photons per aperture are available, making precise high-speed fringe tracking more difficult. We have chosen to work at 10 μm , and to reach the resolution needed to separate a Sun-Earth system at 20 pc at this wavelength, a 60 m baseline is needed (34 mas resolution at 10 μm). To further limit the number and size of telescopes, we have chosen to use rotation of the whole array to fill the (u, v) plane. Rotation of the array is the easiest way to change the set of (u, v) points measured, since it does not require a change in distances or relative angles between apertures (a rigid array can be used) and there is no need for large optical pathlength differences corrections. Rotation of a rigid interferometric array greatly improves its (u, v) plane coverage. By adopting an optimal configuration, it is possible to obtain a full (u, v) plane coverage through rotation of an array of small telescopes. Guyon & Roddier (2001) have explored this problem for arrays of up to 10 identical telescopes and, for a given baseline, computed the configurations that allow full (u, v) plane coverages with the smallest possible telescope diameters. Table 1 lists, for a given number of telescopes, the minimal telescope diameter required to fill the (u, v) plane up to the resolution limit of the array (60 m).

Table 1. Minimum telescope diameter (D) to fully cover the (u, v) plane up to the maximum frequency for a 60 m array of N telescopes. Adapted from Guyon & Roddier (2001).

N	4	5	6	7	8	9	10
$D(\text{m})$	4.62	2.90	1.98	1.43	1.11	0.91	0.76

The array configuration for each of those options is given by Guyon & Roddier (2001). From this table, six 2 m telescopes can fully cover the (u, v) plane up to the maximum frequency of a 60 m array. In this work, whenever numerical values are given, we choose to adopt the 6-telescope configuration, with $d = 3$ m (diameter of each aperture of the interferometer) to obtain a good SNR at all spatial frequencies. The array geometry is shown in Fig. 1 (upper left). In this paper, N is the number of apertures, d the diameter of each aperture and λ is the wavelength.

2.3. Tradeoff between (u, v) plane coverage and planet detection sensitivity

Obtaining a complete (u, v) plane coverage with a limited number of small telescopes requires a non-periodic array. The Point Spread Function (PSF) obtained from a non-redundant array is poorly contrasted whereas a highly redundant array yields very contrasted series of diffraction peaks (Fig. 1). For planet detection, our concept uses both nulling (canceling most of the starlight photons) and imaging (separating the photons of the planet from the photons of the star on the detector). The lower contrast of the diffraction peaks reduces the signal to noise ratio (S/N) for detection of exoplanets because the spatial separation of the planet light and the star light is less efficient. We give some estimate of this decrease in S/N in Appendix B.

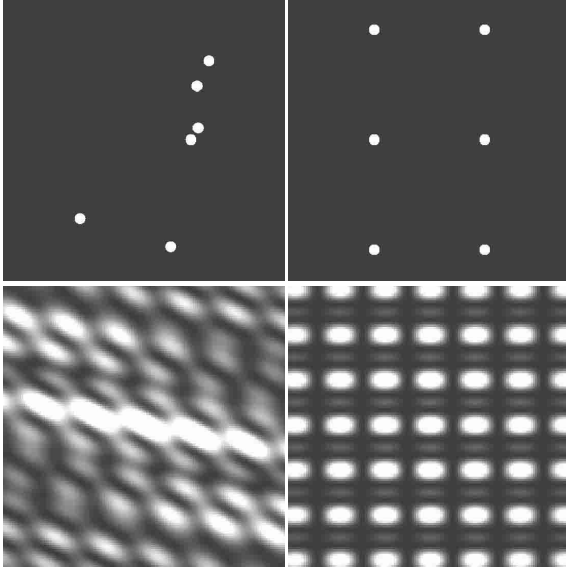


Fig. 1. Array configurations (top) and corresponding PSFs (bottom) for a non-redundant (left) and a redundant (right) array geometry. The diffraction peaks in the PSF of the redundant array are more contrasted. The non-redundant six telescope array on the top left is optimized for full (u, v) plane coverage when combined with rotational aperture synthesis.

The efficiency of the (u, v) plane coverage could be sacrificed to gain S/N for planet detection at the expense of a reduced field of view and lower imaging capabilities (increased chances of confusion). The poorer imaging capabilities translate into a lower confidence in the detection, requiring multiple observations (longer exposure time). It is hard to estimate the overhead of a poorer (u, v) plane coverage because it is very dependent upon the structure of the object observed. For observations of complex astrophysical sources (galaxies, star forming regions) for which nulling is not critical, there is no such trade-off and the coverage of the (u, v) plane should be optimized regardless of the instantaneous PSF contrast.

The nulling performance of our concept is independent of the array geometry. It is therefore possible to adopt a redundant configuration without any change in the concept. A reconfigurable array is also a possible solution for choosing the best array geometry for each type of observation.

In this work, we have adopted a nonredundant configuration which optimizes the (u, v) plane coverage. This makes our concept a true imager, with excellent scientific capabilities for projects others than exoplanet detections. The risk of confusion between exoplanets, exozodiacal structures and background sources is also very low. Alternatively, the redundant array shown in Fig. 1 (top right) might also be considered for exoplanet detection and characterization: the better contrasted PSF allows this array to reach the same S/N ratio with exposure times 3 to 4 times shorter (see Appendix B). Although such a choice would be risky for observation of complex targets, this array would be most efficient on systems with a small number of planets and little exozodiacal structure.

2.4. The image reconstruction algorithm

A series of “snapshot” images is acquired with the array, with a direct recombination of the beams at the focal plane (Fizeau imaging). Each snapshot is acquired at a given rotation angle of the array. An example of aperture synthesis using this array, with rotation, is given in Guyon & Roddier (2001). An important step of the reconstruction is the Fourier filtering of each snapshot frame to reduce the photon noise: Fourier components that are not sampled by the current configuration of the array are set to zero for each frame.

The rotation of the array can be continuous, provided that, if the snapshot exposure times are long (the array rotates significantly during one snapshot), the focal plane detector is counter-rotating in order to maintain a fixed orientation relative to the sky. Thanks to the linearity of the Fourier transform, each snapshot then samples a set of Fourier-space domains which are thick arcs rather than spots: the position of the objects on the detector is constant during an exposure, but the changing (rotating) diffraction patterns are integrated through the exposure. Each snapshot is equivalent to an image acquired by a 60 m telescope with mask in the pupil plane having six 3 m diameter holes. Fizeau imaging is preferred to the classical fringe amplitude and phase measurements (one fringe per pair of telescopes) because collapsing the beam of each telescope into a coherent wave would limit the total field of view to λ/d ($0.7''$ from edge to edge) which, in this example, is too small to image a Sun-Jupiter system at 10 pc.

3. Pupil densification and nulling coronagraphy

3.1. Introduction to pupil densification

The PSF of an interferometer (of baseline B and sub-apertures diameter d) in Fizeau imaging is characterized by two quantities:

- the size of the central diffraction peak (λ/B);
- the size of the PSF’s envelope in which the diffraction peaks lie (λ/d).

Pupil densification increases the pupil filling factor by bringing the sub-pupils closer to each other, therefore artificially increasing d/B and reducing the number of diffraction peaks in the PSF. It “magnifies” the diffraction pattern inside the envelope (Fig. 2). When the pupil is fully densified, only one bright diffraction peak is inside the PSF’s envelope. While the PSF is field-invariant in the diluted pupil scheme, it is not in the densified pupil scheme. Pupil densification of a sparse array of apertures creates a PSF close to a single-aperture telescope’s PSF (Labeyrie 1996; Pedretti et al. 2000) which allows a phase mask coronagraph to work efficiently. Figure 3 shows the densified pupil and corresponding on-axis PSF and is to be compared with the PSF in the diluted pupil configuration (Fig. 1, bottom left). In the diluted pupil configuration, the PSF has many bright secondary peaks while in the densified pupil configuration, most of the light is concentrated in the central peak.

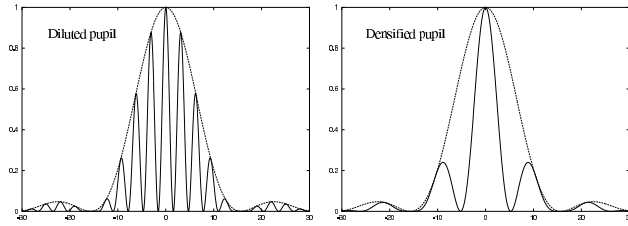


Fig. 2. Cut through a diluted pupil's PSF (top) and a densified pupil's PSF (bottom). A 2 apertures interferometer was simulated to generate the 2 plots. The envelope (PSF of a single aperture) is over-plotted on the PSF in each case. Because the distance between the 2 apertures is smaller when the pupil is densified, the fringe period is larger.

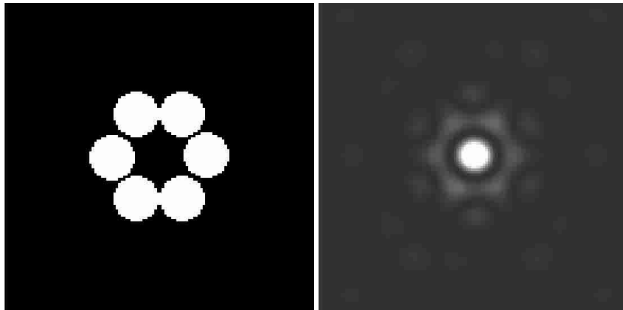


Fig. 3. Pupil (left) and PSF (right) in the densified pupil configuration for a 6 telescope array.

3.2. Requirements for coronagraphy and wide field of view imaging

Because of the non-redundancy of the array (good (u, v) coverage), the diffraction peaks of the PSF in the diluted pupil scheme tend to break into multiple fringes, with lower contrast, away from the center of the PSF (Fig. 1). If a coronagraph were to be used in this focal plane, it would have to “mask” each of those peaks. Because of the “fading” of those peaks into multiple low-contrast fringes, this “masking” would also mask most of the light of any point source in the field of view. Another problem is the wavelength-dependence of the PSF. Diffraction peaks of the PSF are spectrally dispersed in a direction pointing to the center of the PSF. The combination of these two effects makes it impossible to achieve a good nulling of the star without also masking the planet.

A solution to the first problem would be to make the array redundant (regular spacing between apertures) to form high-contrast diffraction peaks across the PSF. The wavelength effect can be solved by using a wavelength-dependent magnification device to cancel out the wavelength-dependent scale of the PSF (Wyne 1979; Roddier et al. 1980). Another solution to the wavelength problem is to use a 1D array to free up one dimension in the focal plane: this dimension can then be used to spectrally disperse the PSF on a coronagraphic device which follows the changing scale of the PSF on this axis. This is the solution that Aime et al. (2001) have explored with a linear periodic array. With a non-redundant, (u, v) coverage-optimized, array, pupil densification is needed to concentrate the light of the central source into a single high-contrast diffraction peak

on which coronagraphy can be performed: the entrance pupil of the array is densified into a tight configuration before coronagraphy is applied.

Formation of a wide field of view (FOV) image ($FOV > \lambda/d$) requires Fizeau-mode imaging with a non-densified exit pupil. The number of resolution elements in the “clean field of view” of the densified pupil is too small to recover the information needed to create a wide field of view image using rotational aperture synthesis. This is why, after the coronagraphic device, the pupil needs to be rediluted into its original configuration (entrance pupil) before Fizeau combination of the beams on the focal plane detector (Fig. 4). Table 2 gives the Field of view and the number of diffraction peaks in each pupil configuration.

Table 2. Field of view and number of diffraction peaks of the PSF in the densified pupil and diluted pupil schemes. N is the number of apertures, B the baseline and d the diameter of individual apertures.

	Densified Pupil	Diluted Pupil
Field of View	Useful FOV $\sqrt{N} \times \frac{\lambda}{B}$	No limitation
Number of diffraction peaks	1	$\left(\frac{B}{d\sqrt{N}}\right)^2$

3.3. Sub-aperture configuration in the densified pupil

Coronagraphy works best when the densified pupil is tight (high filling factor). Such a tight configuration cannot be obtained if the relative positions of the sub-pupils' centers are kept constant: the pupil needs to be rearranged for an efficient densification. This seems to violate a common law of image formation through interferometers which states that the relative position of the sub-pupils of an interferometer should not be modified before image formation. In fact, this rule is not violated because the final image will be created after redilution of the array into its original configuration.

However, this means that the light complex amplitude at the coronagraphic focal plane does not follow the simple laws of the formation of an image. For an on-axis point source, the wavefront phase is constant on all sub-apertures and across them. This flat wavefront in the densified pupil will yield a sharp PSF in the coronagraphic focal plane. If the point source is not on-axis, wavefront slopes are present on each sub-aperture and large phase shifts exist between sub-apertures. In the entrance pupil, those wavefronts are all part of a large tilted wavefront, and the tilt corresponds to a translation of the PSF. In the densified pupil, the slopes and phase shifts cannot be obtained by multiplication of a tilted wavefront by the densified pupil function (1 inside the pupil and 0 outside): the PSF is not translation-invariant. For some positions of the point source, the PSF in the densified pupil case will be broken into several low-contrast diffraction peaks, while for others, the set of fringes will coherently add up into a single diffraction peak (Fig. 5). For an on-axis point source, the coronagraph will

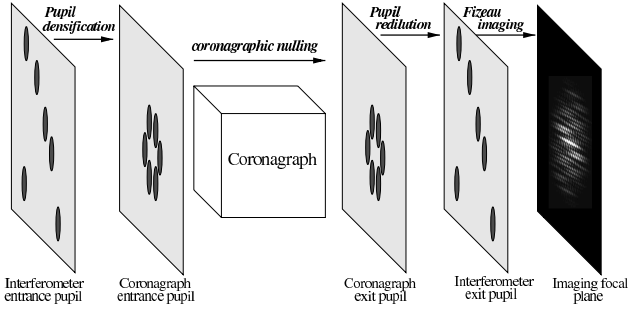


Fig. 4. The entrance pupil of the interferometer is densified before the coronagraph. The densified exit pupil of the coronagraph is rediluted before imaging on the detector array in order to maintain a wide field of view.

“mask” the light of the source because a clear diffraction peak is centered on the optical axis.

3.4. Nulling coronagraphy

Pupil densification reduces the useful field of view in the coronagraph’s focal plane to about $\sqrt{N} \times \frac{\lambda}{B}$ times $\sqrt{N} \times \frac{\lambda}{B}$. With a small number of telescopes ($N < 10$), this field of view is only a few times bigger than the diffraction peak of the PSF. There is therefore a very strong constraint on the size of the mask to use in this concept: a coronagraph whose mask would “block” an area equal to or larger than $\sqrt{N} \times \frac{\lambda}{B}$ times $\sqrt{N} \times \frac{\lambda}{B}$ in the coronagraph’s focal plane would in fact “block” the light of any source closer than $\frac{\lambda}{d}$ to the optical axis. Figure 6 illustrates this effect by showing the transmission map of the concept on the sky when a phase mask coronagraph is used: the distance between consecutive nulls is comparable to the width of each null. If $N < 10$, a Lyot coronagraph shouldn’t be used since a Lyot coronagraph, even with an apodized mask, cannot reach good null performance (better than 10^3) with masks smaller than $2 \times \frac{\lambda}{d}$. The phase mask (Roddier & Roddier 1997; Guyon et al. 1999), however, offers a very attractive solution because of its very small size (less than half the diameter of the first dark Airy ring for a circular aperture) and its theoretical total extinction for an on-axis point source. The four quadrants phase mask (Rouan et al. 2000; Riaud et al. 2001) offers similar nulling performance but would yield a lower overall transmission due to partial extinction on the two perpendicular axes of the phase shifts, and is sensitive to the shape of the densified pupil (the four quadrants phase mask would not work on the densified pupil geometry we have adopted in this work). The phase mask coronagraph can work efficiently with almost any pupil shape, provided that the pupil is not too sparse, but the apodization mask required in the entrance pupil of the coronagraph (Appendix A) is different for different pupil shapes: if a single apodization mask is used, the densified pupil shape cannot be modified. However, the four quadrants phase mask does not suffer from the wavelength-dependant PSF scale. For $N < 10$, the lower overall transmission of the the four quadrants coronagraph seriously affects the sensitivity of the concept. However, for large values of N , this becomes a less serious problem, and the advantages of the four quadrants phase

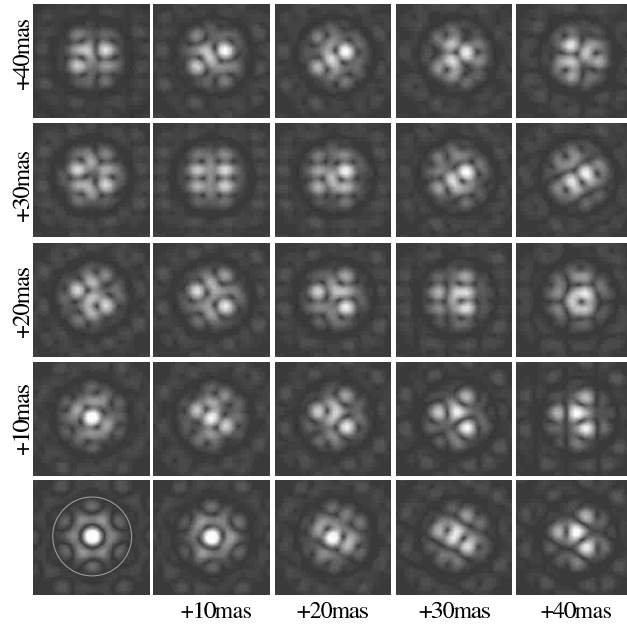


Fig. 5. PSFs in the coronagraph’s focal plane (after pupil densification) for different positions on the sky. The lower left PSF corresponds to an on-axis point source. In this grid, the point source position in the sky is incrementally increased by 10mas steps along two orthogonal axes. The white circle plotted on the on-axis PSFs indicates the “clean field of view” in the densified pupil scheme.

mask (no need for a pupil apodization mask, insensitivity to wavelength-dependant PSF scale) could make it a more attractive solution than the phase mask.

Therefore, we have chosen to use the phase mask coronagraph with an apodized densified pupil. This technique offers a total extinction of an on-axis monochromatic point source. Details of the apodization technique as well as performance and sensitivity of the phase mask to various errors are given in Appendix A. The results of this detailed study of the phase mask coronagraph technique are used to estimate the sensitivity of the concept to point-source detection (Appendix B).

4. Imaging with the phase mask coronagraph applied on a sparse array of telescopes

4.1. PSF characteristics

Introducing a coronagraph after densification of the pupil (and before redilution) removes the invariance by translation of the PSF in the final focal plane (after pupil redilution). The light of an on-axis point source is stopped by the coronagraphic assembly while for other point source positions, most of the incoming light is detected in the final focal plane. This field-dependent modulation of the transmission (Fig. 6) is accompanied by a change of the PSF structure (Fig. 7).

4.2. Array rotation and residual star light removal

The image of a star (disk of uniform brightness) on the focal plane is invariant with the rotation of the array

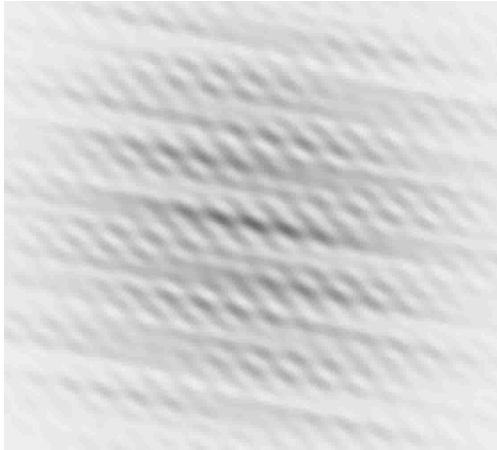


Fig. 6. Transmission map of the interferometer on the sky. The scale is linear from 0 (black, no transmission of the source's light) to 1 (white, total transmission). The image is $1.024''$ by $1.024''$.

(the detector is corotating with the array). The image of an off-axis point source (planet), however, is rotating around the optical axis and changing in structure (effects introduced by the coronagraph, see Sect. 4.1). It is hence possible to decouple the static image of the star (and other rotationally symmetric light distributions) from the changing image of planets (and other non-rotationally symmetric light distributions). For example, the median of all the frames gives a very good approximation of the residual star light and can then be subtracted from each individual frame. When a high number of snapshots have been acquired at various position angles of the interferometer, the median of all snapshots yields a very reliable image of the rotationally symmetric component of the observed object (Star + rotationally symmetric component of the exozodiacal cloud). For detection of exoplanets (or other non-rotationally symmetric structures), this self-calibrating technique is expected to be significantly more reliable than observation of reference stars. Thanks to this technique, any noise which is not correlated with the position angle of the array (such as “speckle” noise) will be efficiently decoupled from the planet's signal and will average out efficiently.

Our simulations show that the distribution of the residual starlight on the detector has little dependence with the angular size of the star (provided that the star is not resolved). It can be approximated by a reference distribution multiplied by a coefficient which increases with the angular diameter and surface brightness of the star. This property allows precise modeling of the residual starlight in the focal plane. Thanks to the very large number of measurements available in an image (as opposed to a monapixel detector) each frame contains significant information about the status of the interferometer. Slight pointing errors of the array (equivalent to a phase error between the sub-pupils) can be diagnosed through analysis of the residual starlight distribution. The frames can be used in a low frequency feedback loop to correct for the non-common path phase delays between the fringe trackers and the detector array: the fringe tracker would introduce a constant phase delay between the beams to correct for these delays.

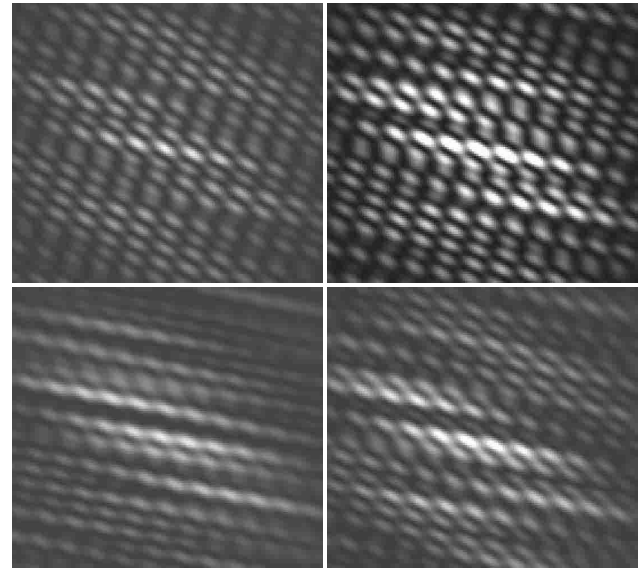


Fig. 7. PSFs of the concept for 4 different positions on the sky. Each frame is $1.6''$ by $1.6''$. Positions on the sky, in mas, relative to the optical axis, are $(+10, +10)$ (upper left), $(+20, +20)$ (upper right), $(+30, +30)$ (lower left) and $(+40, +40)$ (lower right).

To remove the residual star light for detection of exoplanets, subtraction of the rotation-invariant component of the light distribution on the detector is a robust approach. Thanks to the high information content of each frame, small variations of the central star image can be modelled in order to further improve this technique. Stellar disk elongation (for rapidly rotating stars seen “edge-on”) and variations of the null are the two major potential causes of such variations.

4.3. Final image reconstruction

A final image can be created from the snapshots using rotational aperture synthesis (Guyon & Roddier 2001). However, the presence of a coronagraphic device degrades the quality of the reconstruction: the Fourier transform of a frame does not yield “pure” Fourier components of the real object image. The frame is affected by the coronagraph and no simple exact relation exists between the frame and the object. This “degradation” of the reconstructed image becomes more serious as the number of telescopes is reduced. We believe it becomes acceptable for an array of 6 telescopes or more: for a 6 telescopes array, this effect decreases the S/N by a factor of 1.6 (Sect. 5.3). Although this factor is quite large, for arrays of 6 or more telescopes, the efficient use of the photons and good imaging capabilities makes this concept very attractive when compared to “monapixel nullers”. Since the formation of the image is a linear process with a field-dependent PSF it should be possible to correct for this effect. However, the construction of a deconvolution algorithm specific to this problem has not been explored in this work. Figure 8 shows a reconstructed image illustrating this effect.

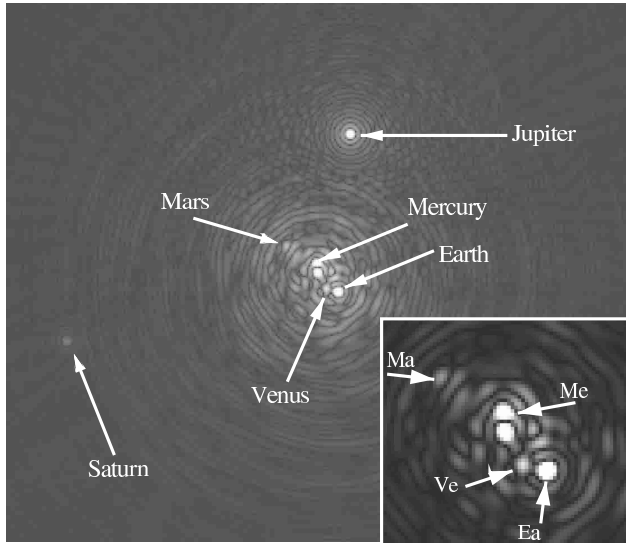


Fig. 8. Simulated image of the solar system’s planets at a distance of 10 pc. The values adopted for angular separations and fluxes are given in Table 3. No photon noise has been included. The image of the Sun was numerically subtracted.

5. Planet detection capabilities

5.1. Image reconstruction for complex planetary systems

In this section, we illustrate the potential of our concept at recovering images of complex planetary systems by using a non-redundant array of 6 apertures optimized for (u, v) plane coverage. Rotation of the array is used to fully cover the (u, v) plane. We simulated the observation of a solar system at a distance of 10 pc. Zodiacal light and exozodiacal light have not been included in this simulation. Photon noise was not taken into account (infinite exposure time). The characteristic values for the planets in this model are given in Table 3.

Table 3. Values adopted in the simulation for the angular separation θ to the sun, effective surface temperature (at $10 \mu\text{m}$) and flux (F_{Jy} in Jy and F_{ph} in $\text{ph s}^{-1} \text{m}^{-2} \mu\text{m}^{-1}$) for a solar system as seen from 10 pc away.

	$\theta(\text{mas})$	$T_{\text{eff}}(\text{K})$	F_{Jy}	F_{ph}
Sun	0		3.2	5×10^{-6}
Mercury	39	480	5.8×10^{-7}	0.91
Venus	72	250	2.2×10^{-7}	0.35
Earth	100	300	6.4×10^{-7}	1.0
Mars	152	270	1.0×10^{-7}	0.16
Jupiter	520	140	3.3×10^{-7}	0.52
Saturn	950	110	1.4×10^{-8}	0.022
Uranus	1914	68	7.7×10^{-13}	1.2×10^{-6}
Neptune	3000	55	5.0×10^{-15}	7.7×10^{-9}

Figure 9 shows the (u, v) plane coverage of the observation (half a rotation of the array). The reconstructed image, in which the image of the sun has been subtracted, (Fig. 8) demonstrates the ability of this concept to image planets close to the null

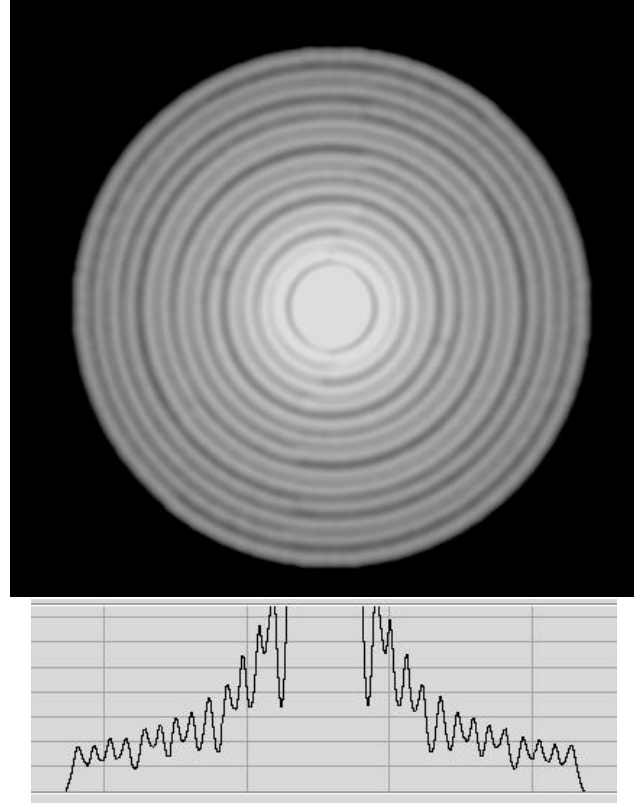


Fig. 9. Map of the (u, v) coverage obtained after half a rotation of the array. A cut along the diameter of this disk is also shown (linear scale).

(Mercury) as well as planets further out (Saturn). The good quality of the image reconstruction over a wide range of distances allows unambiguous detection of the 6 brightest planets (Uranus and Neptune are very faint due to low effective temperature at $10 \mu\text{m}$). Arcs of exozodiacal light and other resolved structures could also be imaged accurately. The residual “cloud” of speckles is due to the effect of the coronagraph, which corrupts the (u, v) plane values obtained on each snapshot. We have not attempted to remove those predictable artifacts from the image by deconvolution. Because we simulated a system with no exozodiacal light, the effect of this non-perfect reconstruction algorithm is easily visible, since, without the use of a coronagraph (and without a central star), the background between the planets should be null.

5.2. Theoretical detection sensitivity in imaging mode

In Appendix B, we give an theoretical estimate of the point source detection sensitivity in a snapshot frame. In this paragraph, we use this estimate to quantify the point source detection sensitivity in imaging mode. The estimate in Appendix B was computed for a rotation angle of the interferometer such that the planet’s image is not occulted by the coronagraph. In a real imaging observation (series of snapshots as the interferometer rotates), the planet’s image is periodically occulted by the coronagraph. While on some snapshots the S/N of the detection is given by Eq. (B.23), on others, the planet’s signal is

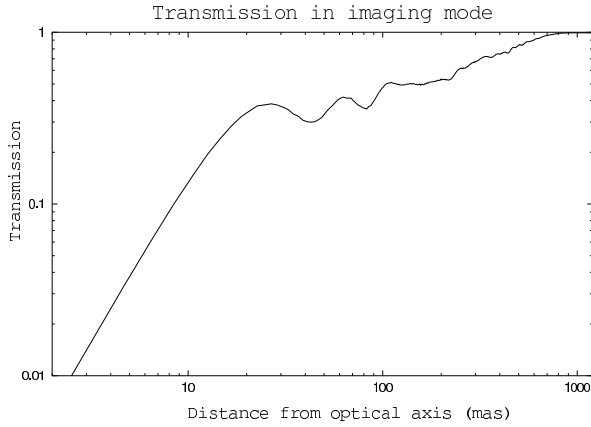


Fig. 10. Transmission of the interferometer as a function of distance to the optical axis in the imaging mode.

partially rejected by the coronagraph and the S/N of the detection is lower. Figure 10 shows the average transmission, T , of the interferometer as a function of distance to the optical axis, x . At a distance of $0.1''$, the average transmission is 50%. On the final reconstructed image, the planet's flux is the sum of the planet's flux in each snapshot. Following the notations adopted in Appendix B, since this average transmission factor affects N_{pl} , N_Z and N_{EZ} , but not N_{st1} and N_{st2} , the expression for the signal to noise of a point source detection becomes

$$\frac{S}{N}(x) = \sqrt{T_{\text{eff}}} \frac{N_{\text{pl}} \times T(x)}{\sqrt{(N_{\text{pl}} + N_Z + N_{\text{EZ}}) T(x) + N_{\text{st1}} + N_{\text{st2}}}}. \quad (1)$$

With $T(x) = 0.5$ and the values computed in Appendix B, the exposure time required to reach a given S/N is 3.67 times longer than the exposure time required to reach the same S/N in a snapshot in which the planet is not occulted by the coronagraph. Therefore, in imaging mode, with the non-redundant six 3 m apertures, detection ($S/N = 3$) of the Earth at 10 pc is achieved in $29 \text{ mn} \mu\text{m}$ ($5 \text{ h} \mu\text{m}$ with an 0.1 efficiency). In this work, exposure times will be given in *time* $\times$ *bandwidth* units, such as $s \mu\text{m}$, corresponding to a $1 \mu\text{m}$ bandwidth. $1 s \mu\text{m}$ corresponds to a 1 s exposure time for a $1 \mu\text{m}$ bandwidth, or a 0.5 s exposure time for a $2 \mu\text{m}$ bandwidth.

$T(x)$ is higher, except in the central null, when the number of telescopes is larger.

5.3. Numerical simulation with photon noise

For a solar system at 10 pc, we have identified in Appendix B that the major source of noise is the photon noise from the main star residual light (due to partial resolving of its disk). The effect of “speckle” noise, arising from variations in the wavefront of individual beams and OPD variations (this definition includes pointing errors) will be kept small:

- With a wavefront accuracy of 25 nm, the dominant source of light contamination arises from the partial resolving of the star's disk (Appendix B). Wavefront stability better than 25 nm result in speckles significantly weaker than the stellar light's residual.



Fig. 11. Simulated reconstructed image of the solar system at 10 pc. Photon noise included. Total exposure time (T_{eff}) is 27 h (with a $1 \mu\text{m}$ bandwidth).

- Thanks to the rotation of the array, the “speckles” will be decorrelated from the planet's signal (this is not true in classical imaging with telescopes). This effect is described in Sect. 4.2.
- Postprocessing of individual frames allows, to some extent, to identify wavefront errors (Sect. 4.2).
- We propose to use telescopes of modest size (3-meter diameter), which will reduce the number of actuators (and their stroke) needed to actively control the wavefronts. This will keep the amplitude of wavefront variations small.

This photon noise is left after subtraction of the central star light on each snapshot and alters the estimation of the (u, v) components of the image and creates noise in the final reconstructed image. This noise appears as speckles with a maximum spatial frequency equal to the maximum spatial frequency of the signal. Figure 11 illustrates this effect: this simulated image of the solar system at 10 pc is to be compared with Fig. 8. In this example, the simulator was used to generate a sequence of 100 noisy snapshots of the solar system and a sequence of 100 noisy snapshots of the sun. Between each snapshot, the array was rotated by $\frac{1}{200}$ of a full rotation, resulting in a rotation of half a turn between the first and the last snapshot of the sequence. Each snapshot is a $972 s \mu\text{m}$ exposure, so that the total integration time is $27 \text{ h} \mu\text{m}$. Each of the two images (Solar system and Sun) was reconstructed using the technique presented in Sect. 2.4. The techniques that can be used to reconstruct an image of the star without the planets, using the same set of snapshots, are presented in Sect. 4.2. The difference between the two images is shown in Fig. 11.

The Earth is the brightest point in this image, and the S/N of the Earth detection, as measured on this reconstructed image, is 10. Jupiter is easily visible, Mercury and Venus ($S/N = 3$)

are seen at the detection limit, but Mars is lost in the noise ($S/N < 2$). In this particular example, the exposure time needed to reach $S/N = 10$ for the detection of the Earth in snapshot mode is, from Eq. (B.23), 1122 s μm . The non-redundancy of the array is responsible for a multiplication by 4.7 of this exposure time, while the absorption of the Earth's light by the coronagraph in some of the snapshots is responsible for another multiplication by 3.67. In this simulation, photon noise was also simulated to generate the reference image of the Sun without planets. This multiplies the noise in the final subtracted image by $\sqrt{2}$, and therefore requires an exposure time twice as long to reach the same S/N . When all these factors are taken into account, the expected exposure time to reach $S/N = 10$ is 10 h 45 mn for a 1 μm bandwidth (100% efficiency).

As can be seen in the image, most of the flux of the Earth is not in the narrow diffraction peak, but is diffused in a wide “cloud”: this effect is due to the coronagraph and the use of a reconstruction algorithm that does not take it into account (lack of deconvolution). This explains why the exposure time required to reach $S/N = 10$ is 2.7 times longer than predicted above. Because this effect is predictable, a proper reconstruction algorithm (deconvolution) could recover part of this loss. In this example, the combined side-effects of the coronagraph (lower transmission of the planet's photons and the use of an image reconstruction algorithm which does not take it into account) are responsible for an increase of the exposure time by a factor 10. Although this factor is high, it is a small loss compared to the gain that coronagraphy brings: without the coronagraph, the exposure time would have to be 190 days (1 μm bandwidth) to reach the same S/N . Moreover, some of this loss can be recovered by using a reconstruction algorithm that takes into account the coronagraph, and this loss is decreasing rapidly with the number of apertures.

5.4. Spectroscopy

In this concept, the light of the companion is spread in many diffraction peaks on the focal plane detector for each snapshot exposure. To obtain a spectrum of the companion, we have identified 2 possible strategies:

Use of a wavelength-sensitive detector array

If each pixel of the detector array used in the focal plane of our concept is sensitive to the wavelength of the incoming photons, it is possible to process the series of frames independently in wavelength bins. Spectral information is then accessible for each source in the field. Arrays of Superconducting Tunnel Junctions (STJs) seem to be the ideal detector for this purpose. STJs detectors are photon-counting devices, and are used to measure the wavelengths of individual photons. An experiment (Peacock et al. 1998) has demonstrated their ability to measure the wavelengths of photons from the UV to the NIR, with a typical spectral resolution of 10 (spectral resolution decreases with wavelength). A six by six pixels array of STJs has already been used for astronomical observations (Rando et al. 2000; de Bruijne et al. 2002). Development of larger arrays at longer wavelengths with a spectral resolution of about 30 at 10 μm would offer our concept the ideal focal

detector for spectroscopic imaging. It is however presently unclear if this technology will be used at such long wavelength, because of the requirement for a very low energy gap superconductor.

Dispersing the companion's light on a detector array

Spectroscopy of a point source in the field could be achieved by spatial selection of the source's light in the focal plane. If the position of the source in the sky is previously known, the position of the diffraction peaks of its image in the focal plane can be computed. A mask can then select the source's photons and they would then be spectrally dispersed on a 1D array. The mask would be a regular 2D set of holes if the array is redundant.

A possibly easier way to achieve the same result would be to produce an image without redilution of the pupil to concentrate the source's photons in one single diffraction peak. The light in this diffraction peak would then be spectrally dispersed on a 1D detector. In either case, it would be more efficient to simultaneously acquire on-source and off-source spectra to correct for variation of the null and of the background. If the array's sub-apertures are along a single axis (in the entrance pupil and exit pupil), the light in the focal plane can be concentrated in a narrow “slit” (by using cylindrical optics) and then dispersed on a 2D detector array.

Because the exposure time required to acquire a spectrum is significantly longer than the exposure time required to image the planet, we assume that a spectrum is being recorded for a previously imaged planet. Since the position of the planet is known, it is preferable to keep the array in a rotation angle chosen so that the planet is not significantly affected by the coronagraph. We can therefore use the result of Appendix B to compute the sensitivity of the concept in spectroscopic mode. With a 0.1 overall efficiency (including the loss of efficiency due to the phase mask, discussed in Sect. 5.2), a spectrum ($S/N = 3$) with a resolution of 30 can be obtained in 45 min for a redundant array and about 3.5 hours for a non-redundant array. With the redundant array, a spectrum with a resolution of 30 and a S/N of 30 can be obtained in 3 days.

5.5. Discussion

The S/N ratio in this concept is dominated by the effect of the residual star light N_{st1} and the zodiacal cloud component N_z in the example studied. As can be seen in Fig. 12, the relative contributions of those two terms change with l , the distance to the system. When the system is close-by, the main source of noise is the residual star light which leaks through the coronagraph because of the large angular diameter of the stellar disk. This leakage decreases rapidly with l ($N_{\text{st1}} \propto l^{-4}$) while N_z is independent of l . For $l > 14$ pc, the zodiacal component dominates the noise. N_z is only a function of the local zodiacal light background and the wavelength (Eq. (B.13)), while N_{pl} , N_{st1} and N_{st2} increase linearly with the total collecting surface of the interferometer (all other things kept equal). For $l > 14$ pc, the sensitivity of the concept is driven by the ratio N_{pl}/N_z , which can only be increased by increasing the total collecting surface of the array (increasing N or d). For $l < 14$ pc, decreasing

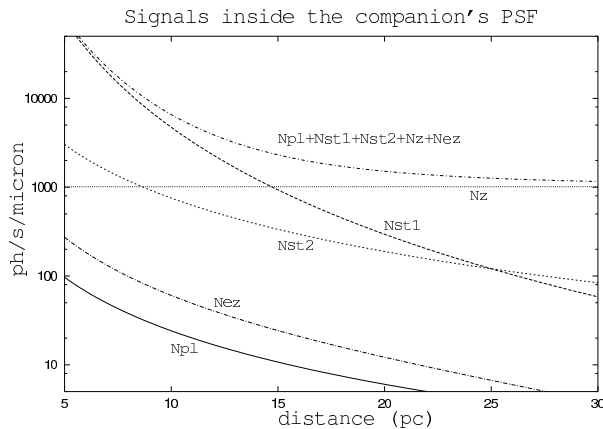


Fig. 12. Contribution (in ph s^{-1}) of the companion (N_{pl}), the star leakage (N_{st1} , N_{st2}), the zodiacal light (N_z) and the exozodiacal light (N_{ez}) to the photon count inside the companion's diffraction peaks, as a function of the distance of the observed planetary system.

the baseline B would improve the detection performance, but at the expense of reducing the maximum l for which a system can be detected (about 30 pc with $B = 60$ m). It is interesting to note that for $l > 25$ pc, $N_{\text{st2}} > N_{\text{st1}}$: the angular diameter of the star is becoming small enough for the wavefront errors ($\lambda/50$ at $0.5 \mu\text{m}$ in this example) to be the largest source of leakage. If the total collecting area is increased, then this could become the largest source of noise for $l > 25$ pc. The exozodiacal light component is much lower than either N_{st1} or N_z at all values of l . In this example, it would significantly lower the S/N only if the exozodiacal component is more than 20 Zodis. At such concentrations of exozodiacal dust, the spatial structure (clumps, arcs etc.) of the cloud would be a serious issue. This important conclusion is valid regardless of the type of interferometer/null: this is a general law that applies to all concepts of total collecting surface 42 m^2 : N_z dominates N_{ez} for cloud contents less than about 20 Zodis.

5.6. Comparison with other proposed techniques

Other proposed techniques use monapixel detectors combined with time-dependent optical pathlength differences. The flux received by the pixel is the product of the brightness map of the object (Star+planet(s)+zodiacal light+exozodiacal light) by a “transmission map” determined by the geometry of the interferometer. The transmission map is modified (rotation for example) so that the light of the companion can be extracted. Chopping can be used to improve the sensitivity by increasing the frequency of the planet's signal on the pixel. This synchronous monapixel detection requires a stable and deep null. It is also sensitive to spatial anisotropy of the exozodiacal cloud, because of the poorer imaging capability. In our imaging concept, on each snapshot, the “on-source” and “off-source” channels are simultaneously measured (on different pixels of the detector). It is therefore easier to correct for varying background level and varying null efficiency. For example, a variation in nulling performance from frame to frame can be

computed and corrected for by analysis of the snapshots: its signature on the detector is different from the planet's PSF. In our concept, we combine nulling and spatial decoupling of the planet's photons and the star's photons on the detector, whereas other concepts only use one of those 2 techniques (nulling for interferometers and spatial decoupling for single aperture imagers). In this work, we have demonstrated how combining the 2 techniques lowers the technical requirements characteristic of each of the techniques:

(1) The central null does not need to be in θ^4 or θ^6 . A θ^2 null is sufficient.

(2) The tolerance for wavefront errors and cophasing errors are lower: $\lambda/20$ at $0.5 \mu\text{m}$ for detection of an Earth at 10 pc.

In most nulling interferometer concepts, the null relies on a particular geometry of the array. In this concept, however, the null can be achieved with any array configuration, thus offering the possibility of a very good (u, v) plane coverage and excellent wide field imaging capabilities. Complex exozodiacal structures can be imaged and the risk of confusion between a planet and such structures is much lower. Imaging concepts using pupil densification and phase mask coronagraphy have been proposed by Boccaletti et al. (2000) and Guyon & Roddier (2000). In the concept presented by Boccaletti et al., there is no redilution of the pupil, and the authors suggest the use of a high number of apertures ($N = 36$) to obtain a clean field of view large enough for exoplanet detection. In the Guyon & Roddier concept, a small number of apertures ($N = 6$) is used along with pupil redilution for wide field of view imaging. In both concepts, the imaging capabilities were very limited, and aperture synthesis was not explored. The S/N computations in Appendix B also apply to those two concepts.

5.7. Implementation – Complexity

Unlike most nulling beam-combiners, the number of optical elements in our Fizeau imager does not increase rapidly with the number of sub-apertures. Figure 13 shows a possible optical layout for this concept: in this figure, there are a total of $6 \times N + 3$ reflecting surfaces and one transmissive element (the apodization mask, which could also be made reflective), excluding delay lines and at least one beam splitter (probably in the densified pupil) for wavefront sensing and fringe tracking. M1, the primary mirror, focuses the light on M2 which, with M3, is used to image the telescope pupil on the apodization mask. M3 also collimates the beam. Optics of the delay lines have not been represented in this simple figure. The M4 mirrors pick up the beams to create the densified pupil. The M5 parabolic mirror forms an image on the phase mask and recollimates the beam before pupil redilution. The M6 and M7 mirrors redilute the pupil before M8, the final imaging mirror. The nulling and beam combination optics are very simple and only have $2 \times N + 2$ reflecting surfaces and one transmissive mask. For $N > 4$ This number of optical elements is lower than for a non-coronagraphic nuller, for which the number of beam splitters required is about $N^2/2$. This solution seems especially attractive for large numbers of apertures.

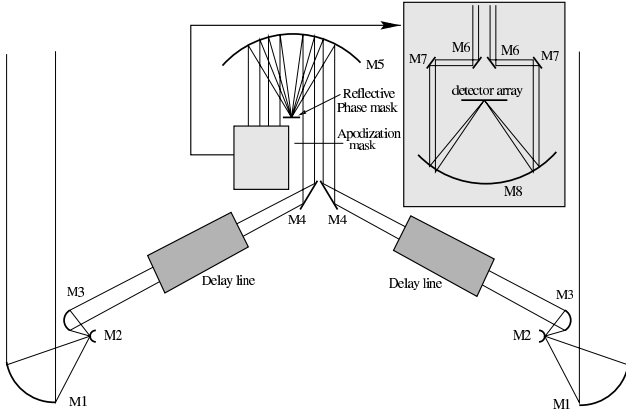


Fig. 13. Schematic of a possible optical layout for the concept.

6. Other capabilities

6.1. Non-coronagraphic imaging at $10\ \mu\text{m}$

When the phase mask coronagraph is removed from the focal plane between the 2 densified pupils, the interferometer is an aperture synthesis imager. With six 2-meter apertures in a non-redundant configuration, this concept can have a full (u, v) plane coverage (up to 60 m baseline) with half a rotation of the array. The field of view of the reconstructed image is only limited by the optics and detector, and can be several times λ/d . With 10 mas pixels, a 2048×2048 detector array would offer a $20''$ field of view. The angular resolution at $10\ \mu\text{m}$ would be 35 mas. No modification of the optics, other than moving the phase mask out of the focal plane of the densified pupil, would be required.

6.2. Imaging in the visible or Near-IR

The wavefront errors acceptable for imaging ($\lambda/10$) are much larger than for nulling ($\approx \lambda/500$). Achieving the wavefront correction required for nulling at $10\ \mu\text{m}$ allows the interferometer to do imaging down to visible wavelengths. In this concept, most of the visible photons would probably be used for wavefront sensing and aperture cophasing, and the reflectivity of IR-optimized optics might not be very high in the visible. For those reasons, the sensitivity of the interferometer would probably be much below the theoretical sensitivity of a $42\ \text{m}^2$ collecting area (six 3 m diameter apertures), but the angular resolution at $0.5\ \mu\text{m}$ would be less than 2 mas (60 m baseline). A dedicated visible detector array would be needed to take advantage of this potential. With a $10\text{k} \times 10\text{k}$ array with 1 mas per pixel, the field of view would be $10''$. The scientific interest of non-coronagraphic imaging would be greater for objects significantly fainter, at visible wavelength, than close-by ($d < 20\ \text{pc}$) stars. For example, the apparent visible luminosity of bright AGNs and quasars is typically 100 times less than a Sun-like star at 20 pc. This reduced number of photons for wavefront sensing and apertures cophasing could increase wavefront/cophasing errors and bring the shortest possible imaging wavelength from the visible to the Near-Infrared.

6.3. Off-source imaging

The very wide field of view theoretically achievable by this concept makes it possible to have both a wavefront sensing source and a science target in the same field of view. It is possible to obtain a reasonable sky coverage without relying on dual-beam interferometry, which would considerably increase the complexity of the interferometer. With a limiting visible magnitude of 15 (similar to the limiting magnitude of adaptive optics systems on 3-meter telescopes), and an off-axis guiding range of up to $20''$, the sky coverage is 10%. If the science target and the guide star are separated by more than λ/d ($1''$ at $10\ \mu\text{m}$), the "mixing" of the object photons and the guide star photons is very low. If it were an issue, the nulling coronagraph could be used to further reduce this effect.

7. Conclusion

The phase mask nulling stellar coronagraph can be applied to interferometric arrays with a small number of telescopes to produce clean wide field of view images. Rotational aperture synthesis allows full (u, v) plane coverage up to a maximum baseline of 60 m with only six 2 m-apertures. The use of an imaging coronagraphic technique is a very powerful tool to detect and image Earth-size planets around other stars. Exposure times of a few hours are sufficient to image an Earth-like planet around a Sun-like star. A planet is easily distinguished from an exozodiacal disk thanks to this imaging technique. The sensitivity to background emission (thermal emission of the optics, zodiacal light) and residual star light is very good because of the high spatial selectivity of the image. This high spatial selectivity also allows good spectroscopic sensitivity, which could be fully exploited with the use of STJ detector arrays. The wide field of view and good imaging capability of this concept also make it a very powerful instrument for general astrophysics. This solution is very attractive for simplicity of the optical layout especially for large number (more than 10) of apertures.

Acknowledgements. The authors are very grateful to the Boeing-SVS TPF study group for many helpful discussions that helped improve this concept. We also thank Catherine Ishida and Toby Owen for their suggestions to improve the manuscript. This work was supported by JPL grant 1217288, awarded to Boeing-SVS by JPL to study possible concepts for the TPF mission.

Appendix A: Performance of the phase mask coronagraph

A.1. The theory of the phase mask coronagraph for a circular aperture

The phase mask coronagraph (Roddier & Roddier 1997; Guyon et al. 1999) uses a small mask to dephase the light in the central part of the Airy pattern by half a period. The mask is a disk covering 43% the diameter of the first dark Airy ring. As shown in Fig. A.1, in the focal plane of the telescope, the light complex amplitude is multiplied by -1 inside the phase mask (phase shift of half a period) while it remains unchanged outside the mask.

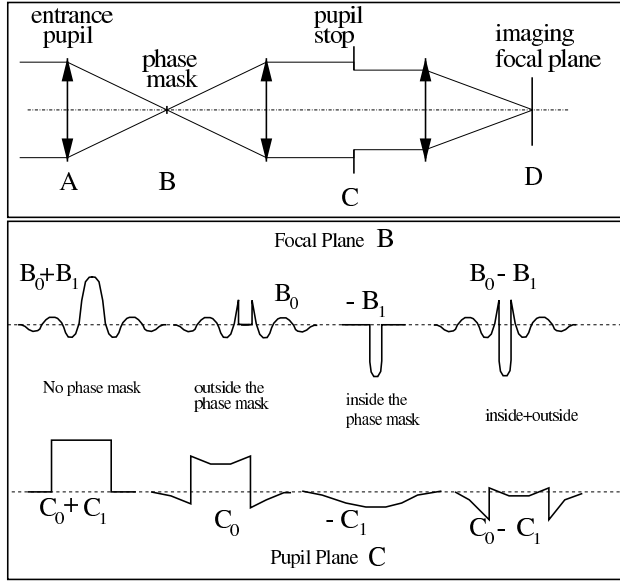


Fig. A.1. The phase mask coronagraph for a circular aperture.

With α and β the position vectors in the focal and pupil planes respectively, and $A(\beta)$, $B(\alpha)$, $C(\beta)$ and $D(\alpha)$ the light amplitude functions in planes A, B, C and D of Fig. A.1,

$$B(\alpha) = \mathcal{FT}(A(\beta)), \quad (\text{A.1})$$

where $\mathcal{FT}$ denotes the Fourier transform (and $\mathcal{FT}^{-1}$ the inverse Fourier Transform). For a circular entrance pupil of radius R , $A(\beta) = 1$ if $|\beta| < R$, and $|B(\alpha)|^2$ is the Airy function. When the phase mask is introduced:

$$B(\alpha) = B_0(\alpha) - B_1(\alpha). \quad (\text{A.2})$$

$B_0(\alpha)$ and $B_1(\alpha)$ are the complex amplitudes outside and inside the area covered by the phase mask, respectively. The effect of the phase mask is to multiply $B_1(\alpha)$ by -1 . With the same notation:

$$C(\beta) = \mathcal{FT}^{-1}(B(\alpha)) = C_0(\beta) - C_1(\beta), \quad (\text{A.3})$$

$$C_0(\beta) = \mathcal{FT}^{-1}(B_0(\alpha)), \quad (\text{A.4})$$

$$C_1(\beta) = \mathcal{FT}^{-1}(B_1(\alpha)). \quad (\text{A.5})$$

Increasing the phase mask radius increases $C_1(\beta)$ and decreases $C_0(\beta)$ inside the pupil. For a critical value of the phase mask radius, $C(\beta)$ is then brought close to zero inside the pupil, as shown in Fig. A.1. A “Lyot stop” that blocks the light outside the pupil in plane C is used to reject the light diffracted outside the pupil. For an off-axis point source, the phase mask in focal plane B has no effect (the Airy pattern is far from the mask) and all the light is inside the pupil in plane C: there is very little extinction for an off-axis source. With this simple phase mask coronagraph design, the maximum extinction factor (monochromatic on-axis point source, optimal phase mask size) for a circular pupil is 160. This simple design has been successfully tested in an experiment we carried out on an optical bench with a monochromatic light source (Guyon et al. 1999).

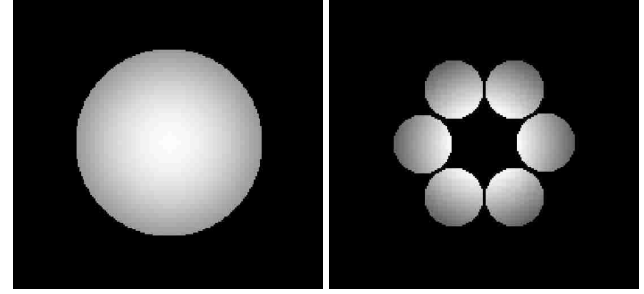


Fig. A.2. Apodized entrance pupils for the phase mask coronagraph: single circular pupil (left) and interferometer's densified pupil (right).

A.2. Entrance pupil apodization

When the phase mask size is optimal, the extinction factor for an on-axis point source cannot be better than 160 for a uniformly lit circular pupil. This can be seen in Fig. A.1: $C(\beta)$ is not flat inside the pupil but has a positive curvature on this representation. If the entrance pupil, $A(\beta)$ has a negative curvature (transmission increases towards the center of the pupil), the positive curvature of $C(\beta)$ can be canceled. By a simultaneous optimization of the transmission map of the entrance pupil and the size of the phase mask, it is possible to reach a total extinction for an on-axis point source.

We have developed an algorithm that computes the optimal transmission map for the pupil by changing $A(\beta)$ according to the $C(\beta)$ residual inside the pupil: three iterations bring the theoretical extinction factor from 160 to 10^7 (monochromatic light, on-axis point source). For a circular entrance pupil, the transmission map has a 49% minimal transmission at the edges of the pupil and a total integrated transmission of 73%. The apodization mask for such a pupil can be seen in Fig. A.2 (left). The phase mask size has to be increased when the apodization mask is used. Such apodization masks have been studied in great detail in the case of rectangular pupils (Aime et al. 2001; Aime et al. 2002). In the following discussion, we will consider an apodized entrance pupil.

The algorithm used to compute the apodization mask for a single aperture telescope can also be used in a multi-aperture pupil. The result of this algorithm for our 6 telescope interferometer densified pupil is shown in Fig. A.2 (right). It is interesting to note that even for an unfilled pupil, this apodization mask yields a infinite theoretical extinction for an on-axis point source. However, as the filling factor of the entrance pupil goes down, the total integrated transmission of the apodization mask decreases. For our 6 telescope interferometer densified pupil, the minimum transmission is 23% on the outside edges of the densified pupil and the total integrated transmission is 57.3%. Had the sub-pupils been hexagonal, the total transmission would have been 66% thanks to a better filling factor. In this study, we will consider an ideal nulling coronagraph in which the chromatism problem has been solved, equipped with an apodization mask in the entrance pupil plane.

In this appendix, we also estimate the amount of residual light in the coronagraphic focal plane arising from different errors.

A.3. The phase mask thickness

The relation between the phase shift p and the thickness e of the mask is given by

$$p = (n - 1) \frac{e 2\pi}{\lambda} \quad (\text{A.6})$$

n being the index of the material used to make the mask. A phase mask thickness error of δe yields a phase error

$$\delta p = (n - 1) \frac{\delta e 2\pi}{\lambda}. \quad (\text{A.7})$$

For an on-axis point source, and an apodized entrance pupil, the residual light amplitude distribution in the pupil plane is the Fourier transform of the complex amplitude error in the focal plane.

$$\text{Res}(\beta) = \mathcal{FT}[(n - 1)\delta e \times B_1(\alpha)]. \quad (\text{A.8})$$

The corresponding light contribution in the focal plane is

$$L = \int_{|\beta| < R} \text{Res}(\beta)^2 d\beta = \pi^2 \left(\frac{\delta e}{e} \right)^2 \times \int_{|\beta| < R} (\mathcal{FT}[B_1(\alpha)])^2 d\beta. \quad (\text{A.9})$$

The fraction of the total incoming light of the point source that “leaks” into the final focal plane is

$$F_1 = \pi^2 \left(\frac{\delta e}{e} \right)^2 \times \frac{\int_{|\beta| < R} (\mathcal{FT}[B_1(\alpha)])^2 d\beta}{\int (\mathcal{FT}[B_0(\alpha) + B_1(\alpha)])^2 d\beta}. \quad (\text{A.10})$$

In the apodized pupil scheme, $\mathcal{FT}[B_0(\alpha)] - \mathcal{FT}[B_1(\alpha)] = 0$ inside the pupil,

$$F_1 = \frac{\pi^2}{4} \times \left(\frac{\delta e}{e} \right)^2. \quad (\text{A.11})$$

With $\left(\frac{\delta e}{e} \right) = 0.001$, $F_1 = 2.5 \times 10^{-6}$.

A.4. The phase mask diameter

When the mask diameter is changed from ρ_0 to $\rho_0 + \delta\rho$, the same approach leads to

$$\text{Res}(\beta) = \mathcal{FT}[2B(\alpha)_{\rho_0 < |\alpha| < \rho_0 + \delta\rho}]. \quad (\text{A.12})$$

And the fraction of the total incoming light that leaks into the the final focal plane image is

$$F_2 = \frac{\int_{|\beta| < R} (\mathcal{FT}[2B(\alpha)_{\rho_0 < |\alpha| < \rho_0 + \delta\rho}])^2 d\beta}{\int (\mathcal{FT}[B_0(\alpha) + B_1(\alpha)])^2 d\beta} \quad (\text{A.13})$$

for small values of $\delta\rho$

$$F_2 = \frac{\rho_0^2 \times \int_{|\beta| < R} (\mathcal{FT}[2B(\alpha)\delta(|\alpha| - \rho_0)])^2 d\beta}{\int (\mathcal{FT}[B_0(\alpha) + B_1(\alpha)])^2 d\beta} \times \left(\frac{\delta\rho}{\rho_0} \right)^2 \quad (\text{A.14})$$

where $\delta(|\alpha| - \rho_0)$ is one if $|\alpha| = \rho_0$ and zero elsewhere. Numerically

$$F_2 = 1.702 \times \left(\frac{\delta\rho}{\rho_0} \right)^2. \quad (\text{A.15})$$

With $\left(\frac{\delta\rho}{\rho_0} \right) = 0.001$, $F_2 = 1.7 \times 10^{-6}$.

A.5. The spectral bandwidth

The phase mask needs to be achromatic: the phase shift should be half a period over the range of wavelength used for the imaging. Such an achromatic phase mask could be realized by stacking several layers of different materials, whose index-wavelength curves have to be carefully chosen. Let's consider an observation integrating wavelengths from $\lambda_0 - \delta\lambda$ to $\lambda_0 + \delta\lambda$ (flat spectrum) with a phase mask coronagraph optimized for λ_0 . Without an achromatic phase mask, the phase shift introduced by the mask is a linear function of the wavelength, and, by integration of Eq. (A.11). over the bandwidth, we obtain

$$F_3 = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda_0} \right)^2 \quad (\text{A.16})$$

where F_3 is the light “leakage” arising from the wavelength dependance of the phase shift.

Another source of chromatism is the variation of the Airy pattern size with wavelength. The change of wavelength is equivalent to a change of the phase mask size and the 2 are linked by

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\delta\rho}{\rho_0}. \quad (\text{A.17})$$

From integration of Eq. (A.14), the light “leakage” is then

$$F_4 = \frac{\rho_0^2 \times \int_{|\beta| < R} (\mathcal{FT}[2B(\alpha)\delta(|\alpha| - \rho_0)])^2 d\beta}{\int (\mathcal{FT}[B_0(\alpha) + B_1(\alpha)])^2 d\beta} \times \frac{1}{3} \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda_0} \right)^2. \quad (\text{A.18})$$

Numerically,

$$F_4 = 0.567 \times \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda_0} \right)^2. \quad (\text{A.19})$$

For a 1 μm bandwidth centered on 10 μm , 0.15 percent of the light of a point source is “leaking” into the final image. This problem can be solved at the expense of adding a wavelength-dependent magnification assembly. Such a device, made out of a few chromatic lenses, has already been successfully used to record fringes in white light (Roddier et al. 1980) and for speckle imaging (Boccaletti et al. 1998). This is will extend the bandwidth by a factor of at least 100, bringing down the light leak to less than 10^{-5} for a 1 μm bandwidth at 10 μm . Another very interesting solution to solve the chromatism problem, as suggested by Antoine Labeyrie (private communication), is to use a Bragg hologram as a phase mask. The mask could then be made so that each wavelength sees it as being the right size and having the right phase shift.

A.6. Pointing errors and wavefront errors

For a pointing error of $\delta\alpha$, the light “leakage” is, for small values of $\delta\alpha$

$$F_5 = \frac{\int_{|\beta| < R} (\mathcal{FT}[\int 2B(\alpha)\delta(|\alpha| - \rho_0) \cos(\theta - \theta_{\delta\alpha}) d\theta])^2 d\beta}{\int (\mathcal{FT}[B_0(\alpha) + B_1(\alpha)])^2 d\beta} \times |\delta\alpha|^2 \quad (\text{A.20})$$

Numerical simulations give, for small values of $\delta\alpha$,

$$F_5 = 0.364 \times \frac{|\delta\alpha|^2}{\rho_0^2}. \quad (\text{A.21})$$

For higher-order phase errors, the computer simulations give

$$F_5 = \gamma \times (1 - \text{Strehl}) \quad (\text{A.22})$$

where *Strehl* is the Strehl ratio of the PSF. This formula was tested for Zernikes polynomials 4 to 100 and γ is then between 0.6 and 1, depending upon the Zernike polynomial.

Appendix B: Point source detection sensitivity in a snapshot exposure

In this appendix, we compute the point source detection sensitivity without making any assumptions about the image reconstruction algorithm. We consider a snapshot frame in which the distribution of the residual starlight is exactly known. The photons of the point source (planet) are concentrated in a series of diffraction peaks. We estimate the signal (planet's photons) and noise (photon noise from the residual starlight, background, zodiacal light and exozodiacal light) in these diffraction peaks. This computation does not take into account the problem of confusion with other structures (exozodiacal light concentrations, other planets), a problem for which this concept is well suited.

The computations are first done for a redundant array and we then give quantitative measures for the decrease of S/N due to the non-redundancy of the array. We suppose that the planet's position on the sky is not on a null of the coronagraph. In a real observation of a previously unknown planet, there is a probability for the planet to be occulted by the coronagraph. This effect is quantified in Sect. 5.2.

We consider a space interferometer of N telescopes of diameter d spread along a baseline B (end to end), operating at $\lambda = 10 \mu\text{m}$ (spectral bandwidth of $1 \mu\text{m}$). The observation target is a star of angular diameter R_{st} of light flux F_{st} (in $\text{ph s}^{-1} \text{m}^2 \mu\text{m}^{-1}$) as seen from Earth and a companion with a light flux F_{pl} at an angular distance a from the star. At $10 \mu\text{m}$, the ratio between F_{st} and F_{pl} for a Sun-Earth system is approximately 5×10^6 . We give analytical expressions for each of the terms of the S/N expression. We also give numerical values for the observation of a Sun-Earth system at 10 pc ($F_{\text{st}} = 5 \times 10^6 \text{ ph s}^{-1} \text{m}^2 \mu\text{m}^{-1}$, $F_{\text{pl}} = 1 \text{ ph s}^{-1} \text{m}^2 \mu\text{m}^{-1}$, $R_{\text{st}} = 2.26 \times 10^{-9} \text{ rad}$), with a 1 Zodi cloud (face-on). Whenever numerical values are given, we consider a 6 aperture interferometer, 3 m diameter each with a baseline of 60 m ($N = 6$, $B = 60 \text{ m}$, $d = 3 \text{ m}$).

The companion's photon count

The size of a diffraction peak in the PSF is λ/B . There are $(B/(d \times \sqrt{N}))^2$ such diffraction peaks in the PSF (redundant array). With τ the average transmission of the apodization mask in the pupil (0.57 for a 6 aperture interferometer), $\tau(F_{\text{pl}}\pi d^2)/4$ is the total number of photons from each aperture in the diffraction peak of an aperture. Since the area of this diffraction peak is $(\lambda/d)^2$, $\tau(F_{\text{pl}}\pi d^4)/(4\lambda^2)$ is the peak intensity in the image of

the companion by one telescope. Because N telescopes' images are combined coherently, the peak intensity of the recombined image is N^2 times the peak intensity of the companion image in one telescope. The photon count inside the diffraction peaks of the companion's PSF is obtained by multiplying the photon count per diffraction peak by the number of diffraction peaks:

$$N_{\text{pl}} = N^2 \times \tau \frac{F_{\text{pl}}\pi d^4}{4\lambda^2} \times \left(\frac{\lambda}{B}\right)^2 \times \left(\frac{B}{d\sqrt{N}}\right)^2, \quad (\text{B.1})$$

$$N_{\text{pl}} = N \times \tau \frac{F_{\text{pl}}\pi d^2}{4}. \quad (\text{B.2})$$

Because we have made the assumption that the array is redundant, we obtain the expected result that all of the companion's light "collected" by the interferometer is in the diffraction peaks of the PSF. The numerical value for our example is

$$N_{\text{pl}} = 24.17 \text{ ph s}^{-1} \mu\text{m}^{-1}. \quad (\text{B.3})$$

The residual light from the star

Because the angular diameter of the Solar-type stars at 5 to 20 pc is 0.5 to 2 mas, in this computation, we do not need to worry about the star's angular diameter being larger than the distance between consecutive diffraction peaks in the PSF of the interferometer. The star is also smaller than the angular resolution of the interferometer we consider. Therefore, for a given direction, the residual light from a point source at an angular distance θ from the optical axis is proportional to θ^2 (Appendix A). When using an array that has no strong preferential direction (unlike the (u, v) plane coverage optimized arrays), the null is symmetric and the off-axis residual flux fraction equation, is, as obtained from our simulations (2000),

$$F_R = \left(1.6 \times \frac{B}{\lambda}\right)^2 \times \theta^2 \quad \text{for } \theta < \frac{\lambda}{1.6 \times B},$$

$$F_R = 1 \quad \text{for } \theta > \frac{\lambda}{1.6 \times B}.$$

In this work, we will consider R_{st} to be smaller than $\frac{\lambda}{1.6 \times B}$. By integrating this equation over the stellar disk, the residual light from the on-axis star is

$$F_{\text{stres}} = F_{\text{st}} \times \left(1.6 \times \frac{B}{\lambda}\right)^2 \times \frac{R_{\text{st}}^2}{2}. \quad (\text{B.4})$$

The residual light from the star is mostly concentrated in a small ring around the optical axis, and the detection of a companion is thus easier if the angular separation is important. However, for this simple estimate, we will consider that this residual light is spread evenly inside the PSF envelope (λ/d) . This is a very conservative assumption that will yield to pessimistic values for the detection of companions that are not in the bright ring of residual light from the star. The residual star light is spread over $\frac{\lambda}{d}$, as is the light of the companion. The diffraction peaks from the PSF of the companion occupy $\frac{1}{N}$ of this area (redundant array). Therefore, from (B.4), the photon count due to this residual is

$$N_{\text{stl}} = N \tau \frac{\pi d^2}{4} F_{\text{st}} \left(1.6 \times \frac{B}{\lambda}\right)^2 \frac{R_{\text{st}}^2}{2} \times \frac{1}{N}, \quad (\text{B.5})$$

$$N_{st1} = \tau \frac{\pi d^2}{4} F_{st} \left(1.6 \times \frac{B}{\lambda}\right)^2 \frac{R_{st}^2}{2}. \quad (\text{B.6})$$

The numerical value for our example is

$$N_{st1} = 4721 \text{ ph s}^{-1} \mu\text{m}^{-1}. \quad (\text{B.7})$$

The wavefront errors

With the same conservative assumption as for the residual light from the star estimate, and using (A.21), with $\gamma = 1$,

$$N_{st2} = \tau \frac{\pi d^2}{4} F_{st} (1 - \text{Strehl}). \quad (\text{B.8})$$

In this formula, *Strehl* is the Strehl of the PSF in the densified pupil scheme, and is to be related to densified pupil wavefront errors, which include cophasing errors between the sub-apertures. For small wavefront errors, the *Strehl* and the variance of the wavefront phase errors σ^2 are related through

$$\text{Strehl} = e^{-\sigma^2}. \quad (\text{B.9})$$

By inserting Eq. (B.9) into Eq. (B.8), for small wavefront errors,

$$N_{st2} = \tau \frac{\pi d^2}{4} F_{st} \sigma^2. \quad (\text{B.10})$$

$N_{st1} = N_{st2}$ for $\sigma = 1.53 \times 10^{-2}$ rad, which corresponds to a $\lambda/410$ precision on the wavefront at $10 \mu\text{m}$, or $\lambda/20$ at $0.5 \mu\text{m}$. Reaching this accuracy on the wavefront is possible with smooth polishing of all optics and good cophasing of the sub-apertures. In this study, we consider a wavefront flat to $\lambda/50$ at $0.5 \mu\text{m}$, for which $N_{st2} = 0.16 \times N_{st1}$, and we adopt

$$N_{st2} = 755 \text{ ph s}^{-1} \mu\text{m}^{-1}. \quad (\text{B.11})$$

The instrumental thermal emission and zodiacal light

With B_Z the background contribution from zodiacal light ($\text{ph s}^{-1} \text{m}^{-2} \text{sr}^{-1}$), the corresponding photon count (ph s^{-1}) inside the companion's PSF diffraction peaks is

$$N_Z = N\tau \frac{\pi d^2}{4} \times B_Z \times \left(\frac{\lambda}{B}\right)^2 \times \left(\frac{B}{d\sqrt{N}}\right)^2 \quad (\text{B.12})$$

$$N_Z = \tau \frac{\pi}{4} \times B_Z \times \lambda^2. \quad (\text{B.13})$$

We adopt a value of 15 MJy sr^{-1} for the zodiacal light component at $10 \mu\text{m}$. At $10 \mu\text{m}$,

$$1 \text{ MJy sr}^{-1} = 1.5 \times 10^{12} \text{ ph } \mu\text{m}^{-1} \text{ sr}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \quad (\text{B.14})$$

hence,

$$B_Z = 2.25 \times 10^{13} \text{ ph } \mu\text{m}^{-1} \text{ sr}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}, \quad (\text{B.15})$$

and

$$N_Z = 1.01 \times 10^3 \text{ ph } \mu\text{m}^{-1} \text{ s}^{-1}. \quad (\text{B.16})$$

The thermal emission of the optics of the interferometer (telescopes + recombination optics + detector) can be included in N_Z , but by cooling the optics below 40 K, this contribution is smaller than the zodiacal light.

Exozodiacal light component

Estimating the amount of exozodiacal light photons in the diffraction peaks of the companion's PSF is harder than what we did for the zodiacal light component because the exozodiacal light cannot be considered as uniform across the field of view of the interferometer. For a given exozodiacal cloud model, the photon count will depend upon the relative position of the companion and the star (center of the exozodiacal cloud). For this example, we adopt the following model for the exozodiacal cloud (Reach et al. 1995):

- The cloud is seen face-on.
- The cloud vertical optical depth decreases as $r^{-0.37}$, r being the distance from the star in Astronomical Units.
- The grain temperature decreases as $r^{-0.42}$.
- The inner edge of the cloud is at $r = 0.02$ (in the solar system, distance at which the dust temperature is 1300 K, the dust sublimation temperature).

We adopt a value of 25 MJy/sr at $r = 1$ for a 1 Zodi disk, and we consider a z Zodi disk. With this model, the surface brightness of the exozodiacal cloud is, in MJy/sr ,

$$EZ(r) = \frac{1117.53 \times z \times r^{-0.37}}{e^{4.8 \times r^{0.42}} - 1}, \quad (\text{B.17})$$

or, in $\text{ph s}^{-1} \mu\text{m}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$,

$$EZ(r) = \frac{1.676 \cdot 10^{15} \times z \times r^{-0.37}}{e^{4.8 \times r^{0.42}} - 1} \quad (\text{B.18})$$

for $r > 0.02$, and 0 for $r < 0.02$. In the final image, the companion light is concentrated in a regular pattern (redundant array) of diffraction peaks, separated by $\frac{\lambda \times \sqrt{N}}{B}$ one from the other in each axis. There are also multiple images of the exozodiacal cloud, each separated by the same distance $\frac{\lambda \times \sqrt{N}}{B}$ on each axis. The shift between these two regular patterns is given by the position of the companion relative to the star. Because of the periodicity of these patterns (redundant array), the number of exozodiacal photons in the companion's PSF is a 2-D periodic function of the relative position of the companion and the star. By summing the exozodiacal cloud surface brightness over the number of diffraction peaks $\left(\frac{B^2}{d^2 \times N}\right)$ of the companion's PSF and the number of images of the exozodiacal cloud, we can compute N_{EZ} , the number of exozodiacal photons on the companion's PSF diffraction peaks

$$N_{EZ} = N\tau \frac{\pi d^2}{4} \times \left(\frac{\lambda}{B}\right)^2 \times B_{EZ}, \quad (\text{B.19})$$

where B_{EZ} is the Exozodiacal light Equivalent background level (in $\text{ph } \mu\text{m}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$) and

$$B_{EZ} = \sum_{k,l} EZ(\sqrt{(x+k \times \delta)^2 + (y+l \times \delta)^2}), \quad (\text{B.20})$$

where k and l are integers which are used to compute the discrete points of the exozodiacal cloud which will contribute to N_{EZ} and δ is the distance between successive diffraction peaks,

$$\delta = \frac{\lambda \times \sqrt{N}}{B}. \quad (\text{B.21})$$

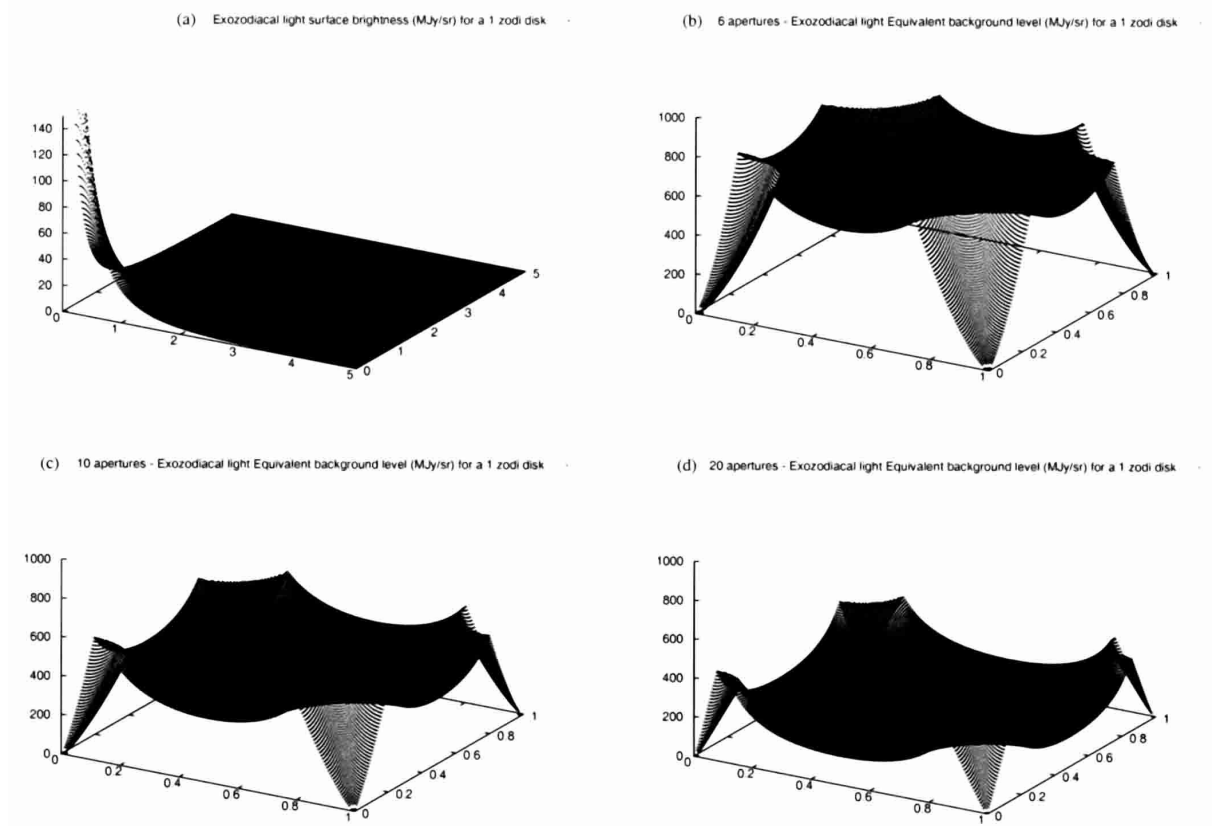


Fig. B.1. **a)** True exozodiacal light distribution in a 1 Zodi system at 10 pc (spatial coordinates are in AU). **b), c)** and **d)** Exozodiacal light Equivalent background level when this system is observed respectively with a 6, 10 and 20 apertures interferometer (spatial coordinates in units of δ). In **b), c)** and **d)**, the effect of the nulling coronagraph has been simulated by multiplying the Exozodiacal light Equivalent background level by the transmission profile of the phase mask coronagraph.

B_{EZ} is a δ -periodic function of x and y and is shown (for $0 < x < \delta$ and $0 < y < \delta$) in Fig. B.1 for $N = 6$, $N = 10$ and $N = 20$. As a comparison, the true exozodiacal cloud surface brightness is also shown in the same figure. This figure illustrates the effect of having a sparse aperture: the relatively small angular spacing between diffraction peaks (or fringes in 1 dimension) results in a “mixing” of a large amount of exozodiacal light into the light of the companion. In this figure, B_{EZ} was computed for a 60 m baseline interferometer at $10 \mu\text{m}$ observing a 1 Zodi cloud at 20 pc. B_{EZ} is independent of the individual sub-apertures diameter. With 6 sub-apertures, the median Exozodiacal light Equivalent background level across the field is 603 MJy sr^{-1} and δ is 0.8 AU (355 MJy sr^{-1} and 1.1 AU for 10 apertures, 173 MJy sr^{-1} and 1.5 AU for 20 apertures). By replacing B_{EZ} by this value in equation B.19, we obtain (for 6 apertures, 3 m diameter each, 60 m baseline):

$$N_{EZ} = 60.5 \text{ ph s}^{-1} \mu\text{m}^{-1}. \quad (\text{B.22})$$

Signal to noise ratio

The signal to noise ratio for the detection of a companion is (noiseless detector)

$$\frac{S}{N} = \sqrt{T_{\text{eff}}} \frac{N_{\text{pl}}}{\sqrt{N_{\text{pl}} + N_{\text{st1}} + N_{\text{st2}} + N_Z + N_{EZ}}}, \quad (\text{B.23})$$

where T_{eff} is the effective exposure time (in $\text{s} \mu\text{m}$). With the values computed above, we obtain a S/N of 3 in $101 \text{ s} \mu\text{m}$ effective exposure time, corresponding to a 17 mn exposure time with a 0.1 efficiency (transmission of optics multiplied by the quantum efficiency of the detector) and a $1 \mu\text{m}$ bandwidth. The residual star light and the zodiacal light are by far the most important sources of noise in this computation.

Non-redundant arrays

When using a non-redundant array, the PSF of the companion is less contrasted: its light is spread over a larger area. With a redundant array, most of the light (light inside the diffraction peaks) occupies a fraction F_{red} of the PSF, with

$$F_{\text{red}} = \frac{1}{N}. \quad (\text{B.24})$$

For a non-redundant array, it is difficult to estimate which diffraction peaks should be considered as part of the area in which the companion’s signal should be taken into account for the S/N computation. Rather than measuring the signal in discrete domains, as was done for the redundant array above, one should deconvolve the snapshot image to recover the companion. However, such a deconvolution is not easy to achieve because of the position-dependency of the PSF introduced by the use of a coronagraph, and is beyond the scope of this work. For

this simple estimate, we model the non-redundancy of the array as an increase of the relative area F of the diffraction peaks in the PSF and a decrease of the flux they contain. The number of star leakage, zodiacal and exozodiacal photons "mixed" with the companion's photon is then increased by $\frac{F}{F_{\text{red}}}$ relative to the redundant array configuration. With a non-redundant array such as the one shown in Fig. 1, most of the companion's photons are contained in half of the total PSF area: in the PSF of the non-redundant 6-apertures array, 80% of the flux is contained in 50% of the PSF's area. Therefore, with $F = 0.5$ we expect the noise term of Eq. (28) is to be multiplied by

$$\sqrt{\frac{F}{F_{\text{red}}}} = \sqrt{\frac{N}{2}}, \quad (\text{B.25})$$

which is equal to $\sqrt{3}$ in our example, and the signal (planet's photons) is multiplied by $E = 0.8$. Note that the photon noise from the companion itself is not increased, but since it represents a very small fraction of the noise, we can ignore it in this simple estimate. This simple estimate shows that using a non-redundant array will increase the exposure time required for detection of the companion by approximately $\frac{N}{2 \times E^2}$, which in our example is 4.7. With a larger number of apertures, the difference of S/N becomes larger between a redundant and a non-redundant array, but it also becomes easier to obtain a good (u, v) plane coverage without using a very non-redundant array.

References

- Aime, C., Soummer, R., & Lopez, B. 2001, *A&A*, 370, 680
Aime, C., Soummer, R., & Ferrari, A. 2001, *A&A*, 379, 697
Aime, C., Soummer, R., & Ferrari, A. 2002, *A&A*, 389, 334
Angel, J. R. P., & Woolf, N. J. 1997, *AJ*, 475, 373
Beichman, C. A. 1998, *Proc. SPIE*, 3350, 719-723, *Astronomical Interferometry* (Robert D. Reasenberg; Ed.)
Boccaletti, A., Riand, P., Moutou, C., & Labeyrie, A. 2000, *Icarus*, 145, 628
Bracewell, R. N. 1978, *Nature*, 274, 780
de Bruijne, J. H. J., Reynolds, A. P., Perryman, M. A. C., et al. 2002, *A&A*, 381, L57-L60
Dermott, S. F., Jayaraman, S., Xu, Y. L., Gustafson, B. A. S., & Liou, J. C. 1994, *Nature*, 369, 719
Guyon, O., Roddier, C., Graves, J. E., et al. 1999, *PASP*, 111, 1322
Guyon, O., & Roddier, F. 2000, *Proc. of the Conf., Darwin and Astronomy – The Infrared Space Interferometer*, Stockholm, Sweden, 17–19 November 1999, 41
Guyon, O., & Roddier, F. 2001, *PASP*, 113, 98
Hajian, A. R., Armstrong, J. T., Hummel, C. A., et al. 1998, *ApJ*, 496, 484
Jenniskens, P., Betlem, H., de Lignie, M., & Langbroek, M. 1997, *ApJ*, 479, 441
Kresak, L. 1993, *A&A*, 276, 646
Labeyrie, A. 1996, *A&AS*, 118, 517
Leger, A., Mariotti, J.-M., Mennesson, B., et al. 1996, *Icarus*, 123, 249
Liou, J. C., & Zook, H. A. 1997, *Icarus*, 128, 354
Lyot, B. 1939, *MNRAS*, 99, 580
Malbet, F. 1996, *A&AS*, 115, 161
Mennesson, B., & Mariotti, J. M. 1997, *Icarus*, 128, 202
Nakamura, R., Fujii, Y., Ishiguro, M., et al. 2000, *ApJ*, 540, 1172
Peacock, T., Verhoeve, P., Rando, N., et al. 1998, *A&AS*, 127, 497
Pedretti, E., Labeyrie, A., Arnold, L., et al. 2000, *A&AS*, 147, 285
Rando, N., Peacock, A., Favata, F., & Perryman, M. 2000, *Exp. Astron.*, 10, 499
Reach, W. T., Franz, B. A., Weiland, J. L., et al. 1995, *Nature*, 374, 521
Riaud, P., Boccaletti, A., Rouan, D., Lemarquais, F., & Labeyrie, A. 2001, *PASP*, 2001, 113, 1145
Roddier, C., Roddier, F., Martin, F., Baranne, A., & Brun, R. 1980, *J. Optics (Paris)*, 11, 149
Roddier, F., & Roddier, C. 1997, *PASP*, 109, 815
Rouan, D., Riaud, P., Boccaletti, A., Clenet, Y., & Labeyrie, A. 2000, *PASP*, 112, 1479
Sykes, M. V., & Walker, R. G. 1992, *Icarus*, 95, 180
Wyne, C. G. 1979, *Opt. Comm.*, 28, 21

Annexe E

**“Wide field interferometric
imaging with single-mode fibers”**

Wide field interferometric imaging with single-mode fibers

O. Guyon^{1,2,*}

¹ Institute for Astronomy, University of Hawaii, 640 N. A’ohoku Place, Hilo, HI 96720, USA

² Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 4 Place Jussieu, 75005 Paris, France

Received 23 January 2002 / Accepted 12 March 2002

Abstract. Classical single-mode fiber interferometers, using one fiber per aperture, have very limited imaging capabilities and small field of view. Observations of extended sources (resolved by one aperture) cannot be fully corrected for wavefront aberrations: accurate measurements of object visibilities are then made very difficult from ground-based fiber interferometers. These limitations are very severe for the new generation of interferometers, which make use of large telescopes equipped with adaptive optics, but can be overcome by using several fibers per aperture. This technique improves the wide field imaging capabilities of both ground-based and space interferometers.

Key words. techniques: interferometric – instrumentation: adaptive optics – instrumentation: high angular resolution

1. Introduction

In the visible and near-infrared, single-mode optical fibers allow efficient transport of coherent light over large distances: the transmission losses inside the fiber are typically 1 dB/km in the near-infrared. The throughput of a fiber interferometer can be very high, since the number of optical elements before the fiber is small, and there is no need for numerous beam steering mirrors. Moreover, the beam combination can be done using fiber optics couplers, and does not require high numbers of glass to air interfaces. A second interesting property of single mode optical fibers is the spatial filtering of the incoming wavefronts. Spatial filtering with single-mode optical fibers is superior to pinhole filtering (Keen et al. 2001) and is used in interferometry to restore coherence of the telescope’s beams. Single-mode fibers only allow the propagation of a fundamental mode (LP_{01}). The loss of light coherence of the entrance pupil due to wavefront aberrations is then traded for a loss of coupling efficiency (Coudé du Foresto et al. 2000). The object visibility measurements can be corrected for this loss of coupling efficiency by recording in real time the amount of light coupled in each fiber (real-time self calibration of the interferometer), which greatly improves the accuracy of the object visibility measurement. Thanks to these two properties, fiber optics offer a reliable and simple solution to transport and combine coherent beams in interferometers with few apertures, and the recent progress in integrated optics will soon allow complex beam

combiners to be built for larger interferometer arrays (Malbet et al. 1999; Berger et al. 1999; Berger et al. 2001).

Unfortunately, the restoration of coherence by spatial filtering comes at the expense of a very small field of view (FOV), which is the size of the diffraction spot of the largest telescope in the array. This is a serious limitation for the new generation of interferometers (Keck, VLTI, OHANA) which make use of large AO-equipped telescopes: the FOV is very small for such large telescopes. Moreover, these interferometers make it possible to observe fainter non-stellar sources such as AGNs and YSOs, for which the required FOV is often larger than for stellar observations. In this work, it is shown in Sects. 2 and 3 that spatial filtering reduces the field of view and that wavefront aberrations corrupt the object visibility measurements. This latter effect is quantified and discussed in Sects. 4 and 5. The use of multiple fibers per telescope offers an attractive solution to these limitations (Sect. 6) and greatly improves the wide field imaging capabilities of space (Sect. 7) and ground-based (Sect. 8) interferometers.

2. Coupling efficiency and field of view

2.1. Coupling efficiency

Coupling of starlight into a single-mode fiber is achieved by positioning the fiber head in the focal plane and centering it on the PSF of the star. The coupling efficiency,

* e-mail: guyon@ifa.hawaii.edu

which is the fraction of the starlight coupled into the fiber, is given by

$$\rho = \frac{|\int E_{fp} E_{01}^* dA|^2}{\int |E_{fp}|^2 dA \times \int |E_{01}|^2 dA}, \quad (1)$$

where E_{fp} is the incident electric field at the head of the fiber, in the focal plane, and E_{01} is the electric field of the fundamental (LP_{01}) mode of propagation in the fiber. E_{fp} is obtained by Fourier transform of the electric field in the entrance pupil, and E_{01} is very well approximated by a Gaussian of constant phase across the width of the fiber. The coupling efficiency between the LP_{01} mode and the Airy function is 0.82 (Shaklan & Roddier 1988; Ruilier 1998). Therefore, under optimal conditions, no more than 82% of the incoming starlight can be coupled into the single-mode fiber. Fresnel reflection by the surface of the fiber head reduces this coupling efficiency to 78% unless an anti-reflective coating is used on the fiber head.

2.2. Field of view of the fiber

The coupling efficiency decreases rapidly with the distance of the point source to the optical axis of the telescope. Using Eq. (1), Shaklan & Roddier (1988) have shown that the coupling efficiency, in the case of a circular aperture and a fundamental mode approximated by a Gaussian, is

$$\rho(\alpha, d, f, \omega, \lambda) = \frac{8}{\omega^2} e^{-2\left(\frac{|\alpha|f}{\omega}\right)^2} \times \left[\int e^{-\left(\frac{r}{\omega}\right)^2} I_0(2r|\alpha|f/\omega^2) J_1(\pi dr/\lambda f) dr \right]^2. \quad (2)$$

Where f is the telescope focal length, d is the telescope diameter, λ is the wavelength, ω is the $1/e$ width of the fundamental mode, α is the angular position of the point source relative to the optical axis, J_1 is the first order Bessel function and I_0 is the zero order modified Bessel function. We note that this expression is only a function of $X_1 = |\alpha|/(\lambda/d)$ and $X_2 = (f\lambda)/(\omega d)$:

$$\rho(X_1, X_2) = 8e^{-2(X_1 X_2)^2} \times \left[\int e^{-r^2} I_0(2X_1 X_2 r) J_1\left(\frac{\pi r}{X_2}\right) dr \right]^2 \quad (3)$$

where r is now dimensionless. $\rho(0, X_2)$ is maximum for $X_2 = 1.401$, and this value will be used in this work. We can then express ρ as a function of X_1 only, which leads to:

$$\rho(\alpha) = 8e^{-3.923\left(\frac{|\alpha|}{\lambda/d}\right)^2} \times \left[\int e^{-r^2} I_0\left(2.802 \frac{|\alpha|}{\lambda/d} r\right) J_1\left(\frac{\pi r}{1.402}\right) dr \right]^2. \quad (4)$$

The relation between the amplitude E of the electric field coupled in the fiber and the luminosity $\mathcal{I}$ of a point source which position is α is then

$$E(\alpha) = \sqrt{\mathcal{I}} \frac{d\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\rho(\alpha)}. \quad (5)$$

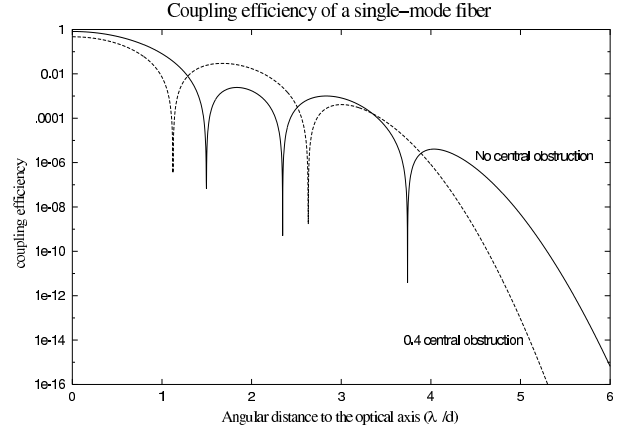


Fig. 1. The coupling efficiency of the light from a point source to a single-mode fiber at the telescope focus is a function of the position of the source on the sky.

Figure 1 shows the coupling efficiency as a function of $|\alpha|$, in units of λ/d , for an unobstructed circular pupil and a circular pupil with an central obscuration of diameter $0.4 \times d$. In each case, f has been chosen to maximize the coupling efficiency for $|\alpha| = 0$. At $|\alpha| = \lambda/d$, the coupling efficiency is 10 times smaller than it is on-axis for a non-obstructed circular aperture, and $\rho(0.58\lambda/d) = 0.5\rho(0)$.

Therefore, the field of view of an interferometer using one single-mode fiber per aperture to transport the beam is limited to λ/d . This very limited field of view (FOV) is a serious constraint for the observation of many objects, such as active galactic nuclei (AGNs) and young stellar objects (YSOs). Aperture synthesis using either the Earth rotation for ground-based interferometers or a rotation of the array for space interferometers could allow reconstruction of images with a much larger FOV than permitted by the use of single-mode fibers.

A point of concern is the use of single-mode fibers on an interferometer whose telescopes have different diameters and/or pupil shapes. The coupling efficiency, as projected on the sky, is then different for each telescope, and this effect has to be taken into account for image reconstruction of objects larger than $\lambda/d_{\max}$ ($d_{\max}$ is the diameter of the largest aperture in the array). Residual wavefront aberrations also produce a similar discrepancy between the fiber coupling efficiencies. These effects are studied in the next 2 sections.

3. Observation of extended sources with a fiber interferometer

3.1. Instrumental response to a point source

A general description of fiber interferometers is given in Coudé du foresto et al. (1997), and we only recall here some of the basic concepts for a 2 telescope interferometer (Fig. 2).

A fiber interferometer cophased (zero optical path-length difference (OPD) from the source to the detector)

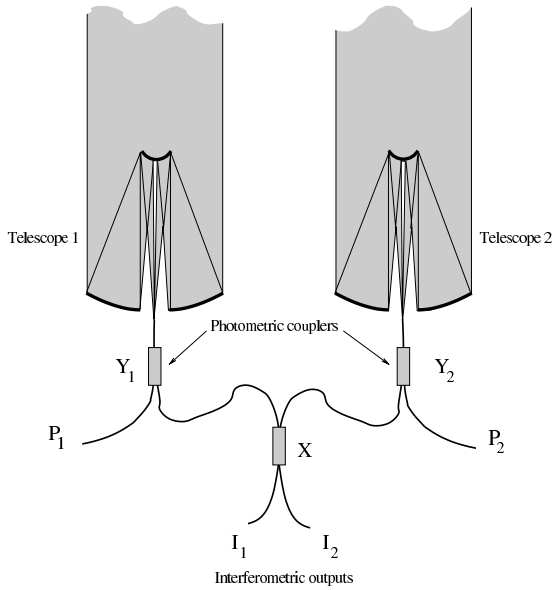


Fig. 2. Optical layout of a 2 telescopes fiber interferometer. Adapted from Coudé du Foresto et al. (1997). The light of each telescope is coupled into a fiber in the focal plane. Before interferometric combination in fiber coupler X, the coupling efficiency in each arm of the interferometer is measured (photometric outputs P_1 and P_2) thanks to the fiber couplers Y_1 and Y_2 .

for a direction $\mathbf{r}_0$ on the sky couples the electric field of the observed source on the telescopes' focal planes into the fibers. With a 2 telescope interferometer observing an unresolved point source at a direction $\mathbf{r}$, the electric fields E_1 and E_2 in the fibers, as a function of time t , are given by

$$\mathbf{E}_i(t) = E_i e^{j(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k}_i + \omega t)} \quad (6)$$

for $i = 1, 2$, with $\omega = 2\pi c/\lambda$, $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$ and $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ are the positions of the 2 telescopes. The beam combiner (a fiber coupler in this case, noted X in Fig. 2) sums the two electric fields, with a time-dependent phase term $\psi(t)$ between the two, and the electric field at its output is

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(t) &= \mathbf{E}_1(t) + \mathbf{E}_2(t) e^{j\psi(t)} \\ &= E_1 e^{j(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k}_1 + \omega t)} + E_2 e^{j(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k}_2 + \omega t + \psi(t))}. \end{aligned} \quad (7)$$

The intensity measured at the output of the beam combiner is

$$I(t) = \mathbf{E}(t) \mathbf{E}^*(t) \quad (8)$$

$$I(t) = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \psi(t)), \quad (9)$$

with the baseline vector $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$. If a 50/50 fiber splitter is used, there are in fact two interferometric outputs (Fig. 2):

$$I_1(t) = \frac{E_1^2 + E_2^2}{2} + E_1 E_2 \cos(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \psi(t)) \quad (10)$$

and

$$I_2(t) = \frac{E_1^2 + E_2^2}{2} - E_1 E_2 \cos(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \psi(t)). \quad (11)$$

The OPD between the two beams is usually modulated ($\psi(t)$ is not constant), and the temporal modulation of I obtained by this changing OPD leads to the measurement of $E_1^2 + E_2^2$ (mean level), $E_1 E_2$ (fringe amplitude) and $\phi = \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k}$ (fringe phase). For example, most interferometers introduce a time-dependent OPD variation to scan the fringe packet and extract the fringe parameters in each scan.

The phase of the interferometric signal, $\phi = \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k}$, can only be referenced through the simultaneous observation of the object and a reference star or by using phase closure techniques, which requires at least 3 apertures.

3.2. Instrumental response to an extended source

The expression of the interferometric signal for an extended source, of light distribution $\mathcal{I}(\boldsymbol{\alpha})$, is obtained by integration of Eq. (9) over $\boldsymbol{\alpha}$:

$$\begin{aligned} I(t) &= \int_{\boldsymbol{\alpha}} E_1^2(\boldsymbol{\alpha}) \\ &+ E_2^2(\boldsymbol{\alpha}) + 2E_1(\boldsymbol{\alpha})E_2(\boldsymbol{\alpha}) \cos(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \psi(t)) d\boldsymbol{\alpha}. \end{aligned} \quad (12)$$

From Eq. (5),

$$E_i(\boldsymbol{\alpha}) = \sqrt{\mathcal{I}(\boldsymbol{\alpha})} \frac{d_i \sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\rho_i(\boldsymbol{\alpha})} \quad (13)$$

for $i = 1, 2$, where ρ_1 and ρ_2 are the coupling efficiencies functions for telescopes 1 and 2 respectively (given by Eq. (4) for non-obstructed circular pupils without wavefront aberrations). Therefore,

$$\begin{aligned} I(t) &= \int_{\boldsymbol{\alpha}} \mathcal{I}(\boldsymbol{\alpha}) \left[\frac{d_1^2 \pi}{4} \rho_1(\boldsymbol{\alpha}) + \frac{d_2^2 \pi}{4} \rho_2(\boldsymbol{\alpha}) \right. \\ &\quad \left. + 2 \frac{d_1 d_2 \pi}{4} \sqrt{\rho_1(\boldsymbol{\alpha}) \rho_2(\boldsymbol{\alpha})} \cos(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \psi(t)) \right] d\boldsymbol{\alpha}. \end{aligned} \quad (14)$$

3.3. Measurements of the object's Fourier transform without wavefront aberrations

Several cases are briefly discussed in the absence of wavefront aberrations:

1. $d_1 = d_2 = d$, $\rho(\boldsymbol{\alpha}) = \rho_0$

The coupling of the fiber is considered constant across the field. This corresponds to the small field approximation of fiber interferometers, a valid approximation when the object is unresolved by the individual apertures. Equation (14) becomes

$$I(t) = \rho_0 \frac{d^2 \pi}{2} \left[\int \mathcal{I}(\boldsymbol{\alpha}) d\boldsymbol{\alpha} + \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}(\mathbf{k}) \right] \right] \quad (15)$$

where $\tilde{\mathcal{I}}$ is the Fourier transform of $\mathcal{I}$. The interferometer measures one component of the Fourier transform of the source's light distribution per baseline.

2. $d_1 = d_2 = d$

Because the two apertures have the same diameter,

the coupling efficiency is also the same for the two apertures for all values of α . Equation (14) becomes

$$I(t) = \frac{d^2\pi}{2} \left[\int \mathcal{I}_a(\alpha) d\alpha + \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}_a(\mathbf{k}) \right] \right] \quad (16)$$

where

$$\mathcal{I}_a(\alpha) = \rho(\alpha) \times \mathcal{I}(\alpha). \quad (17)$$

The interferometer measures here one Fourier component (per baseline) of an apodized image of the source. The apodization profile is the transmission profile of the fiber on the sky.

3. $d_1 \neq d_2$

The coupling efficiencies of the two fibers on the sky are different. Equation (14) becomes

$$I(t) = \frac{d_1^2\pi}{4} \left[\int \mathcal{I}_{a1}(\alpha) d\alpha \right] + \frac{d_2^2\pi}{4} \left[\int \mathcal{I}_{a2}(\alpha) d\alpha \right] + \frac{d_1 d_2 \pi}{2} \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}_{a12}(\mathbf{k}) \right] \quad (18)$$

where

$$\mathcal{I}_{ai}(\alpha) = \rho_i(\alpha) \times \mathcal{I}(\alpha), \quad (19)$$

for $i = 1, 2$, and

$$\mathcal{I}_{a12}(\alpha) = \sqrt{\rho_1(\alpha)\rho_2(\alpha)} \times \mathcal{I}(\alpha). \quad (20)$$

The interferometer measures a Fourier component of the product of the source and an apodization mask. The apodization mask is the square root of the product of the two fiber apodization profiles on the sky.

3.4. Effect of time-variable wavefront perturbations

Time-variable wavefront aberrations change the fiber coupling efficiencies of each fiber for an on-axis point source. More seriously, the on-sky maps of the fiber coupling efficiency are changing in structure. In the following discussion, we note $\rho_1(\alpha, t)$ and $\rho_2(\alpha, t)$ the coupling efficiencies of the two fibers for the sky position α at time t .

3.4.1. Observation of an object of small size

Here, we consider an object which is not resolved by the individual apertures: the size of the object is much smaller than the diffraction limit of each telescope. The coupling efficiency is then constant across the object for each aperture. Because ρ_1 and ρ_2 are not functions of α , Eq. (14) becomes:

$$I(t) = \frac{d_1^2\pi}{4} \rho_1(t) \int \mathcal{I}(\alpha) d\alpha + \frac{d_2^2\pi}{4} \rho_2(t) \int \mathcal{I}(\alpha) d\alpha + \frac{d_1 d_2 \pi}{2} \sqrt{\rho_1(t)\rho_2(t)} \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \tilde{\mathcal{I}}(\mathbf{k}) \right]. \quad (21)$$

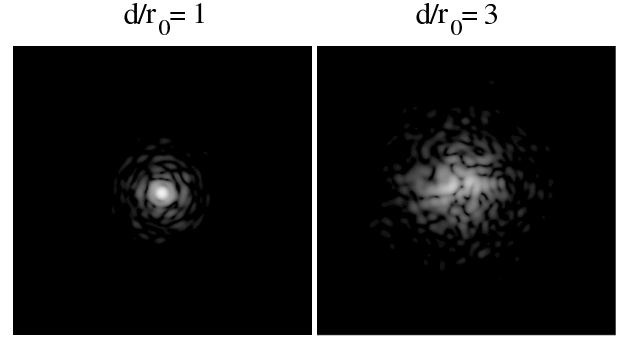


Fig. 3. Effect of the atmospheric turbulence on the coupling efficiency of a single-mode fiber on the sky. This figure shows typical instantaneous coupling efficiencies caused by atmospheric turbulence for two values of d/r_0 (d is the telescope diameter and r_0 is the Fried parameter defining the strength of atmospheric turbulence). The brightness scale is logarithmic from 0 (no transmission) to 1 (total transmission).

The complex visibility of the observed object, $V(\mathbf{k})$, can be expressed as

$$V(\mathbf{k}) = \frac{\tilde{\mathcal{I}}(\mathbf{k})}{\tilde{\mathcal{I}}(\mathbf{0})}. \quad (22)$$

The photometric outputs (Fig. 2), $P_1(t)$ and $P_2(t)$, are measuring respectively $\rho_1(t)$ and $\rho_2(t)$:

$$P_i(t) = \beta_i \frac{d_i^2\pi}{4} \rho_i(t) \int \mathcal{I}(\alpha) d\alpha, \quad (23)$$

for $i = 1, 2$, where β_1 and β_2 are the fraction of fiber flux being sent into the photometric outputs by the fiber splitter Y_1 and Y_2 respectively. Q_1 and Q_2 represent the flux in each fiber to the combiner (fiber splitter X).

$$Q_i(t) = \frac{1 - \beta_i}{\beta_i} \times P_i(t) \quad (24)$$

for $i = 1, 2$.

$$I(t) = Q_1(t) + Q_2(t) + \sqrt{Q_1(t) \times Q_2(t)} \times \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} V(\mathbf{k}) \right]. \quad (25)$$

From Eqs. (24) and (25), it appears that $|V(\mathbf{k})|$ can be computed from the photometric and interferometric output(s) $P_1(t)$, $P_2(t)$ and $I(t)$. Precise measurement of $\psi(t)$ is required to compute the phase of $V(\mathbf{k})$. This self-referencing technique is used on the fiber-fed FLUOR beam combination unit of the IOTA interferometer.

3.4.2. Observation of an extended object

If the size of the object is a significant fraction of the diffraction limit of the telescopes, ρ is not uniform across the object: for a given telescope, the fiber coupling efficiency is a function of both the angular vector α and of time. Figure 3 shows a typical instantaneous coupling efficiency ρ as a function of position on the sky α for two

370

O. Guyon: Wide field interferometric imaging with single-mode fibers

values of atmospheric turbulence. The photometric outputs are:

$$P_i(t) = \beta_i \frac{d_i^2 \pi}{4} \int \rho_i(\boldsymbol{\alpha}, t) \mathcal{I}(\boldsymbol{\alpha}) d\boldsymbol{\alpha}, \quad (26)$$

for $i = 1, 2$. The interferometric output is:

$$I(t) = Q_1(t) + Q_2(t) + \sqrt{Q_1(t)Q_2(t)} \mathcal{R}e \left[e^{j\psi(t)} \frac{\tilde{\mathcal{I}}_{a12}(\mathbf{k})}{\tilde{\mathcal{I}}_{a12}(\mathbf{0})} \right] \quad (27)$$

where

$$\mathcal{I}_{a12}(\boldsymbol{\alpha}) = I(\boldsymbol{\alpha}) \sqrt{\rho_1(\boldsymbol{\alpha}, t) \rho_2(\boldsymbol{\alpha}, t)}. \quad (28)$$

In this case, the knowledge of $I(t)$, $P_1(t)$ and $P_2(t)$ is not sufficient to compute the visibility $|V(\mathbf{k})|$ of the object: $\rho_1(\boldsymbol{\alpha}, t)$ and $\rho_2(\boldsymbol{\alpha}, t)$ also need to be known to accurately interpret the observed fringe visibility. To illustrate this effect, the simple example of the observation of a double star observed with two identical telescopes is considered. The wavefront of each telescope is affected by a random tip-tilt, due to atmospheric turbulence or telescope pointing errors. $\boldsymbol{\alpha}_1$ and $\boldsymbol{\alpha}_2$ are the positions of the two stars, of identical brightness and both unresolved by the interferometer. Three cases for an observation at time t_0 are considered:

(1) Telescope 1 is pointing at star 1 and telescope 2 is pointing at star 2 ($\rho_1(\boldsymbol{\alpha}_1, t_0) = 1$, $\rho_1(\boldsymbol{\alpha}_2, t_0) = 0$, $\rho_2(\boldsymbol{\alpha}_1, t_0) = 0$ and $\rho_2(\boldsymbol{\alpha}_2, t_0) = 1$).

(2) Telescope 1 and 2 are both pointing halfway between star 1 and 2 ($\rho_1(\boldsymbol{\alpha}_1, t_0) = \rho_1(\boldsymbol{\alpha}_2, t_0) = \rho_2(\boldsymbol{\alpha}_1, t_0) = \rho_2(\boldsymbol{\alpha}_2, t_0) = 0.5$).

(3) Telescope 1 and 2 are both pointing at star 1 ($\rho_1(\boldsymbol{\alpha}_1, t_0) = \rho_2(\boldsymbol{\alpha}_1, t_0) = 1$, $\rho_1(\boldsymbol{\alpha}_2, t_0) = \rho_2(\boldsymbol{\alpha}_2, t_0) = 0$).

$P_1(t_0)$ and $P_2(t_0)$ are identical in each case: it is impossible to tell between the 3 cases from the values of the photometric signals. In case 1 there is no coherence between the light in the two fibers and $\mathcal{I}_{a12} = 0$ and the measured fringe visibility is 0, while in case 2, $\mathcal{I}_{a12} = 0.5 \times \mathcal{I}$ and the measured fringe visibility corresponds to the separation of the 2 stars. Finally, in case 3, the observed visibility is 1, because the interferometer behaves just as if there was only one star. During real observations, the atmospheric seeing and pointing errors of the telescopes would induce variations into the measured visibilities which cannot be corrected by measurements of P_1 and P_2 .

4. Effect of atmospheric turbulence on object visibility measurements

In this section, the amplitude of the effect presented above is estimated for the observation of various astrophysical sources. In these numerical simulations, only the effect of atmospheric turbulence has been simulated, for various values of r_0 , the Fried parameter. This is adequate for ground-based interferometers without Adaptive Optics (such as CHARA, PTL, IOTA and NPOI). The effect of atmospheric turbulence on ground-based interferometers

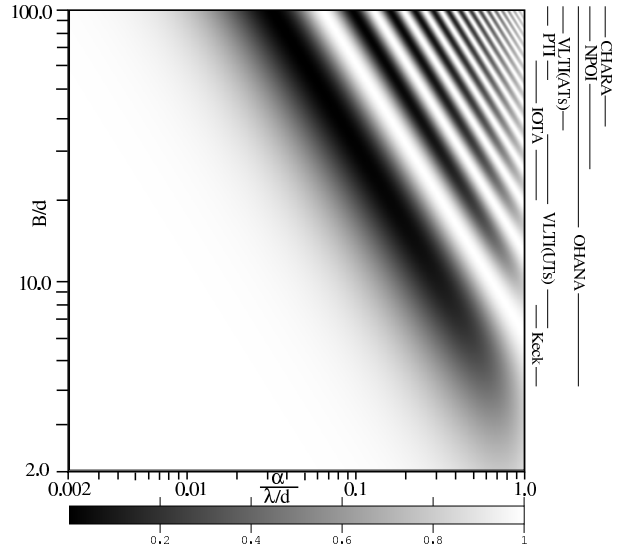


Fig. 4. Fringe visibilities for the observation of two stars of equal brightness separated by α (angular separation) without wavefront degradation ($d/r_0 = 0$). B is the distance between the 2 telescopes of diameter d . λ is the wavelength of the observation. On the right, B/d values for some interferometers have been indicated.

with adaptive optics (such as Keck, OHANA and VLTI) can still be obtained from this study by adopting a r_0 value which best represents the corrected wavefront: the value of r_0 that would yield the full width at half maximum ($FWHM$) of the corrected long-exposure PSF if there was no AO system. For each telescope+AO system, this derived value of r_0 will decrease as a function of the brightness of the source used for wavefront sensing.

To reproduce the effect of atmospheric turbulence, a simple 2-telescope fiber-fed interferometer has been simulated. Two independent time series of 2000 wavefronts ($d/r_0 = 1$) were first generated, one for each telescope. These wavefronts are then scaled to the appropriate value of d/r_0 for the simulation. For each step, the simulator, written in C, first computes the on-sky fiber coupling efficiency map for each telescope. These two maps are then multiplied by the intensity map of the source to yield the values of the photometric outputs (Eq. (26)). The square root of the product of these two maps is multiplied by the intensity map of the source (Eq. (28)), and the result is then Fourier transformed to obtain the uncorrected fringe visibility, which is then corrected using the values of the photometric outputs (Eq. (27)). Although the code can work with different telescope pupils (shape, diameter, central obstruction etc.), the results presented in this work were obtained with two circular pupils (no central obstruction) of identical diameter.

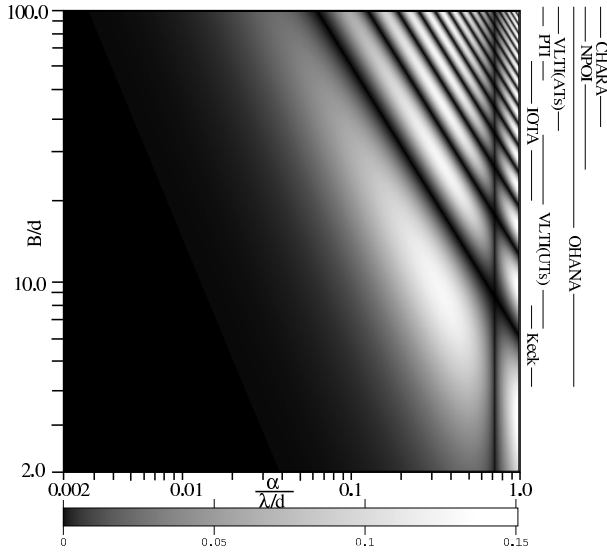


Fig. 5. This figure shows the absolute value of the mean difference between the fringe visibilities measurements with $d/r_0 = 1$ and the fringe visibilities measurements with $d/r_0 = 0$ (Fig. 4).

4.1. One example: The observation of a double star

Mass estimates of stars rely upon precise measurements of orbits of double stars. Thanks to interferometers, it is possible to make such measurements on otherwise unresolved binaries (spectroscopic binaries).

In this simulation, one of the stars is on the optical axis of each telescope. As can be seen in Fig. 4, when the second star is close to the edge of the field of view of the fiber ($\alpha/(\lambda/d)$ is close to 1), the measured visibility is affected by the vignetting introduced by the fiber. One can correct for this effect because the electric field E_{01} of the fundamental mode of the fiber is known. Atmospheric turbulence will introduce a variation (as a function of time) of the measured visibilities. One might think that it is possible to correct for this effect by averaging a large number of measurements. Figure 5 shows that such an average (here, an average of 2000 visibility measurements, each one of those has been previously been corrected according to the values of the photometric outputs P_1 and P_2) is significantly different from the measurement that would be obtained without atmospheric turbulence. The difference is especially large when the visibility of the object is low (the interferometer is resolving the double star): the error can then be larger than the measured value of the visibility. Figure 6 shows how these errors affect the measure of the system separation.

For d/r_0 values larger than 1, the errors are almost independent of d/r_0 . This is an expected result since the error is then a function of the ratio between the size of the object (separation between the 2 stars in this example) and the size of a speckle: this ratio defines the gradient of fiber coupling efficiency across the object, which is the cause of this effect. Figure 7 shows how those errors vary

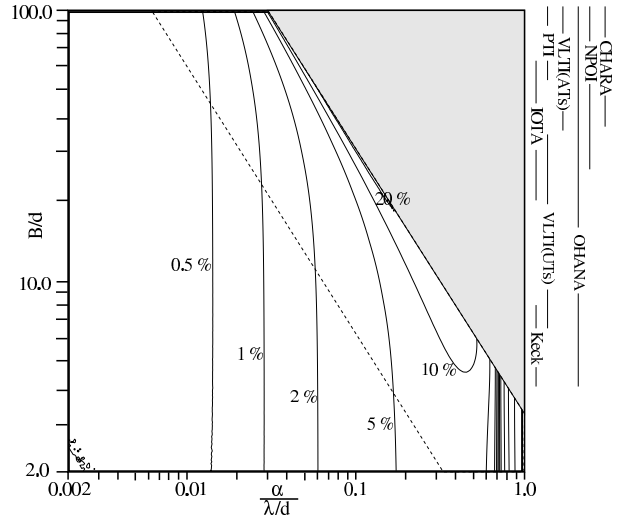


Fig. 6. This figure shows the relative error for measurement of the separation of the double star if the mean of the visibility measurements is used ($d/r_0 = 1$). The visibility of the double star is 90% along the dashed line.

as a function of d/r_0 for $\alpha/(\lambda/d) = 0.22$ and $B/d = 5.92$. Errors for other values of $\alpha/(\lambda/d)$ and B/d vary in a similar way. It is found that the standard deviation between measurements is very close to the systematic error introduced by the atmospheric turbulence. This is true for all points except the ones close to $\alpha/(\lambda/d) = 0.7$, for which, although the standard deviation is relatively high, the average visibility measurement is not significantly affected by atmospheric turbulence. This “equilibrium” value of $\alpha/(\lambda/d)$ is a function of d/r_0 and is therefore not constant during an observation: this property cannot be used to hope to obtain exact visibility measurements. It is found that, in order to significantly decrease the visibility measurement error, d/r_0 needs to be smaller than 1. Existing Adaptive Optics systems deliver Strehl ratios of typically 30% to 70% on bright sources in the near-infrared. This degree of correction, as suggested in Fig. 7, can only reduce the visibility measurement error by a factor of 2.5 at best. The adaptive optics correction is lower for fainter sources and in many cases, Adaptive Optics does not significantly reduce the visibility measurement error. Therefore, the results presented in this study for $d/r_0 = 1$ are also valid for most ground-based interferometers, with or without adaptive optics. High-performance ($\text{Strehl} > 0.9$) could however greatly improve the quality of the measurements.

4.2. Other types of sources: Stellar diameter measurement, AGNs and YSOs

Existing interferometers can measure stellar visibilities with an accuracy of about one percent. If the star is partially resolved by a telescope of the interferometer, it is however often impossible to reach this accuracy.

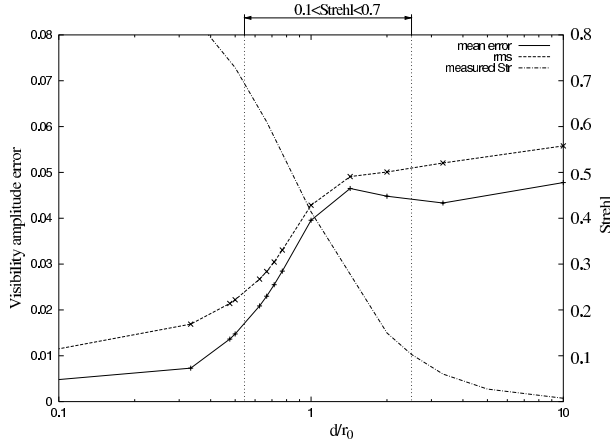


Fig. 7. Evolution of the systematic error in the visibility measurement and the rms of the distribution of these measurements with the strength of the atmospheric turbulence (d/r_0). The Strehl, as measured from the set of wavefronts used for these simulations, is also plotted. The space between the two dotted lines represents the range of residual wavefront aberration delivered by current AO systems in the near-infrared.

We consider the observation of a star of diameter d_{star} with a 2-telescope interferometer. The error on the measurement of the fringe visibility due to the apparent size of the star and atmospheric turbulence have been computed with the same code as for the double star (averaging of 2000 independant photometry-corrected visibility measurements). Figure 8 shows how these errors affect the precision of the stellar diameter measurement (with $d/r_0 = 1$). The errors are generally smaller than in the case of the double star because the flux is more concentrated in the central region. Moreover, a very simple model (uniform disk) is adopted for the star and only one simple quantity (the diameter) is estimated. The errors tend to be large (more than a few percent) if the visibility is measured close to the first null. For $B/d > 2$, the accuracy on the stellar diameter is generally better than 1% if the measure is done at baselines shorter than the resolving baseline (for which the visibility is null).

The effect of atmospheric turbulence on the fringe visibility measurements of AGNs and YSOs is hard to quantify precisely due to the lack of a simple and accurate model of light intensity distribution for those sources. However, the two examples studied above (double stars and stellar disks) provide us with some general estimate of the measurement errors for various sources and some conclusions can be drawn:

- Atmospheric turbulence seriously alters visibility measurements of sources that are not very concentrated: stellar diameters measurements are less corrupted than double star separation measurements;
- The error on the measured physical quantity is larger when the visibility of the object is small.

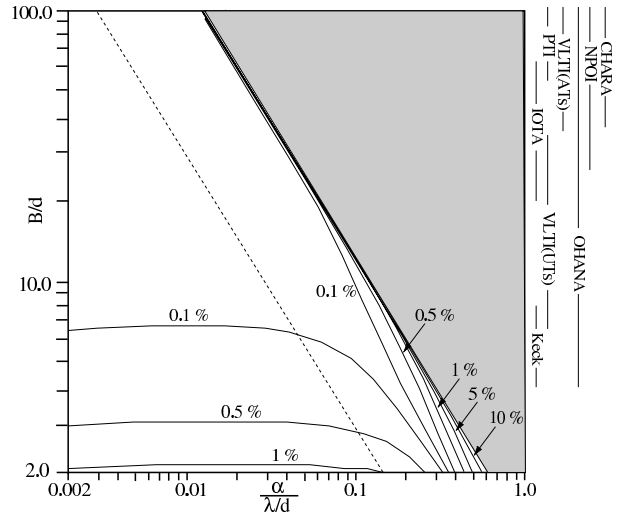


Fig. 8. Error in the measure of stellar diameters. B is the interferometer baseline, d the apertures diameter, α the stellar angular diameter. As for Fig. 6, the visibility along the dashed line is 90% and $d/r_0 = 1$. The errors are minimal along a line corresponding to a 40% visibility approximately, which explains why the 1%, 0.5% and 0.1% error curves are found on either side of this line. The large errors (more than 5%) are encountered when the fringe visibility is small.

Measurements near or beyond the first zero of the visibility curve should be avoided;

- This effect still allows measurements of simple physical quantities (stellar diameters) but is likely to seriously alter more evolved measurements (small variations of stellar diameters, limb darkening, aperture synthesis imaging).

5. Discussion

Imaging of extended sources with fiber-fed interferometers is made very delicate because of two effects.

- The field of view of the single mode fiber is small (λ/d);
- When the source size is a significant fraction of the field of view of the single mode fiber, the visibility measurements are corrupted by atmospheric turbulence.

Field of view of the fiber: To increase the field of view of the single mode fiber, the telescope diameter could be reduced, at the cost of lowering the flux in the fibers. This solution is of limited use because it seriously affects the limiting magnitude of the interferometer. Another obvious solution is to increase the operating wavelength.

Visibility measurement errors due to atmospheric turbulence: This effect has been studied in Sect. 4. One might think that because these errors can be estimated, the visibility measurements could be corrected for, using this work. Unfortunately, during actual observations, d/r_0 does not

stay constant and additional effects (dome seeing, mirror seeing, shape of the primary mirror etc.) prevent such correction: the wavefront perturbation key parameters are not constant in time. This effect is also a function of the morphology of the source, which is generally poorly known. However, several solutions to this problem can be implemented without much complexity:

- **Better statistical analysis of the measurements:** Measurements could be “weighted” according to the values of the photometric outputs. For example, visibility measurements are often very corrupted when at least one of the photometric outputs is low.
- **Reducing the size of the apertures:** Figs. 6 and 8 show that reducing d (the point of measure in these figures is then moved to the upper left, along a line of constant visibility, parallel to the dashed line) decreases the visibility measurement error. This technique is only efficient for bright (the apertures can be stopped down) sources.
- **Monitoring the PSF:** Real-time imaging of the two PSFs on the fiber heads can yield to an estimate of $\rho_1(\alpha, t)$ and $\rho_2(\alpha, t)$ (Eqs. (26) to (28)).

The statistical analysis of the measurements can help with the standard deviation between measurements, but most of the systematic visibility measurement errors cannot be corrected for. Reducing the size of the aperture affects the limiting magnitude of the interferometer and degrades the precision of the measurements because of photon noise. Monitoring of the PSF seems to be the most promising technique and can be done by imaging the image reflected by the fiber head with a high-speed camera. Alternatively, efficient photon-counting detectors, such as APDs, could be used, since only a small number of “pixels” are required. This last technique is efficient for sources smaller than λ/d , because large sources will tend to “blur” the PSF (the information that leads to estimates of ρ_1 and ρ_2 is lost).

One elegant solution to both effects is to use several fibers per telescope. By segmenting an aperture into subapertures and using one fiber per subaperture, the field of view of the fibers is increased and the visibility measurement errors due to atmospheric turbulence are reduced. This approach offers the advantage of reducing the size of the apertures (see above) without significant loss of light.

6. The multifiber apertures

6.1. The principle

The use of one fiber per aperture limits the FOV to the size of a coherent domain in the focal plane, λ/d . Increasing the FOV can be done by increasing the size of this coherent domain (reducing d) or by coupling N coherent domains in N single-mode fibers. There are therefore two solutions to increase the FOV.

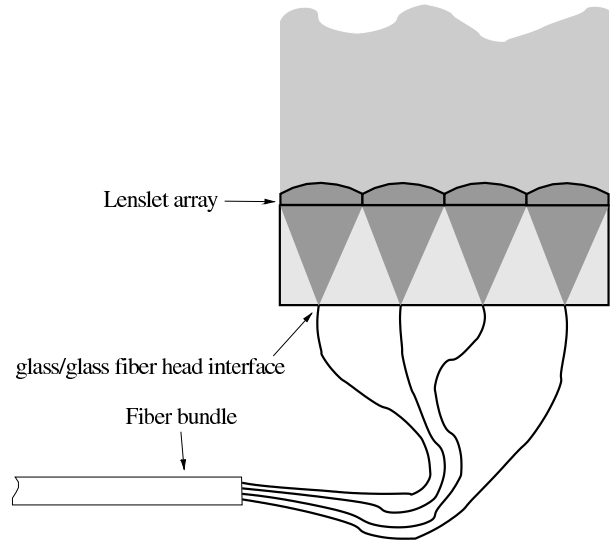


Fig. 9. The telescope beam is coupled in several single-mode fibers. A lenslet array in the pupil plane is used to couple each subpupil's light in a single-mode fiber.

- Reducing the size of the pupil to be coupled in a fiber. To avoid losing most of the signal, the pupil is segmented into N subpupils and the light of each subpupil is coupled to a fiber;
- Paving the focal plane with an array of fibers. Each coherent domain is coupled to a fiber. Alternatively, this technique could be implemented sequentially, by mapping the field of view with numerous pointings of the array.

Paving the focal plane with fibers would increase the FOV but poses problems for beam recombination. We have therefore chosen to use the first solution. A possible implementation of this scheme is shown in Fig. 9: a lenslet array in a pupil plane is used to couple each subaperture to its corresponding fiber. This is very similar to the optical scheme used to couple subapertures to multi-mode fibers in curvature adaptive optics systems.

All subapertures of the interferometer have the same physical size. As a result, the number of fibers on a given aperture is proportional to its area.

6.2. Field of view

N is the number of apertures in the array, $d_i, i = 1 \dots N$, the diameter of each of those apertures, d_{sa} the diameter of each subaperture and $M_i, i = 1 \dots N$, the number of fibers for each aperture. Since d_{sa} should be the same for all subapertures,

$$M_i = \left(\frac{d_i}{d_{sa}} \right)^2. \quad (29)$$

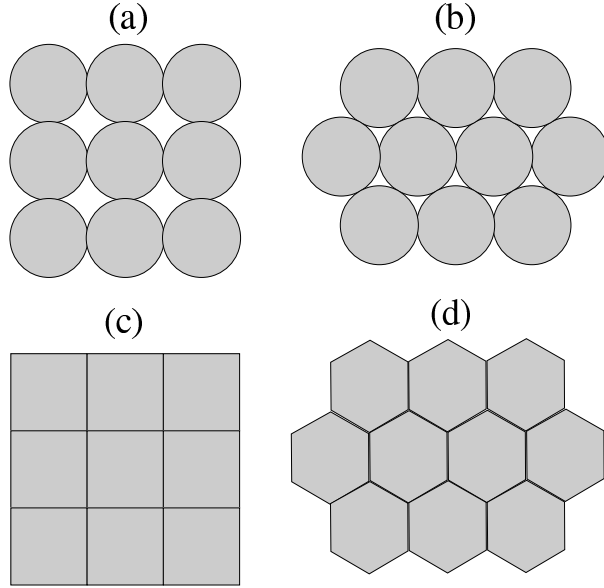


Fig. 10. Four possible subapertures geometries.

The field of view of the interferometer is

$$FOV = \frac{\lambda}{d_{sa}} = \sqrt{M_i} \times \frac{\lambda}{d_i} \quad (30)$$

for $i = 1 \dots N$. At each telescope, the FOV is multiplied by the square root of the number of fibers used. Paving the focal plane with optical fibers would have resulted in the same increase of FOV.

6.3. Coupling efficiency

Figure 10 shows four possible subaperture geometries. We compute the coupling efficiency for each of those geometries, neglecting the edge effects ($M_i \gg 1$).

In geometry (a) and (b), the coupling efficiency is the product of the filling factor of the disks across the pupil and the coupling efficiency of a circular pupil into a fiber:

$$\rho_a = \frac{\pi}{4} \times 0.82 = 0.64 \quad (31)$$

$$\rho_b = \frac{\pi}{4 \sin(\frac{\pi}{3})} \times 0.82 = 0.74. \quad (32)$$

For geometries (c), and (d), we have computed the optimal coupling efficiency for square and hexagonal apertures using Eq. (1).

$$\rho_c = 0.793 \quad (33)$$

$$\rho_d = 0.815. \quad (34)$$

A tight hexagonal paving of the pupil plane allows a coupling efficiency ρ_d almost (0.5% difference) as good as a direct coupling of the entire circular pupil into a single fiber.

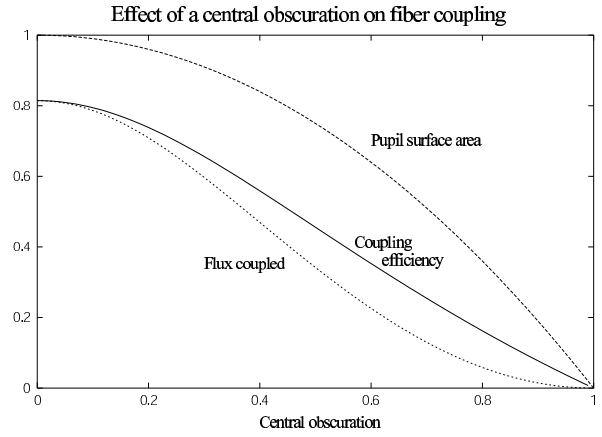


Fig. 11. The central obscuration of a pupil reduces the coupling efficiency. The pupil surface area is normalized to the unobstructed pupil surface area. The flux coupled is normalized to the total flux gathered by the unobstructed aperture.

For apertures with a central obstruction of diameter $a \times d$, Eq. (2) becomes

$$\rho(\alpha) = \frac{8}{\omega^2} e^{-2(\frac{\alpha f}{\omega})^2} \left[\int e^{-(\frac{r}{\omega})^2} I_0(2r\alpha f/\omega^2) \times [J_1(\pi dr/\lambda f) - a J_1(a\pi dr/\lambda f)] dr \right]^2. \quad (35)$$

Using this equation, we can compute, for each value of a , the combination of ω , f and d which yields the best coupling efficiency. As can be seen in Fig. 11, the coupling efficiency decreases rapidly with the size of the central obscuration. For a central obscuration of 0.4, the coupling efficiency is 56%. However, if the pupil is subdivided into hexagonal subapertures, each coupled to a fiber, the overall coupling efficiency is $\rho_d = 0.815$.

Under diffraction-limited conditions, the division of the pupil in several hexagonal subpupils does not result in a loss of coupling efficiency. In the case of a circular pupil with a central obscuration, there is a gain of coupling efficiency.

6.4. Beam combining

The high number of optical fibers in this concept is a strong constraint for the design of a beam combiner. Two possible schemes have been identified.

- **Reconstruction of the entrance pupils.** The most intuitive approach is to optically reconstruct the incoming wavefront (in fact, some approximation of it) for each pupil of the interferometer, as seen in Fig. 12. Wide-field beam recombination techniques can then be used as if each entire telescope beam had been transported. In this scheme, the fibers (several per telescope) are only used to transport the wavefront from

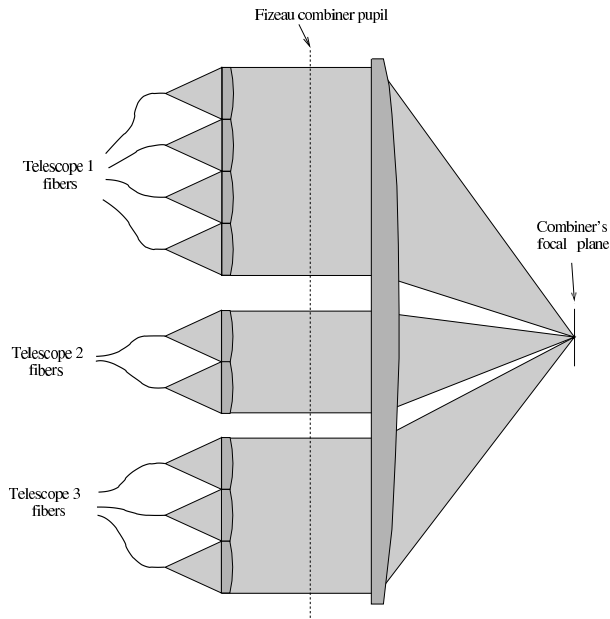


Fig. 12. One possible scheme for beam combination: the telescopes' pupils are optically reconstructed and fed in a Fizeau combiner.

the telescopes to the beam combiner. One attractive approach for beam combination is a Fizeau-type beam combiner (shown in Fig. 12), where the beams are combined in a common focal plane. The pupil of the beam combiner can be identical to the entrance pupil, it can be a densified (Labeyrie 1996) version of it, or it can be a fixed pupil. In the first 2 cases, the beam combiner pupil needs to be rearranged to follow the geometry of the entrance pupil of the array (as seen by the source).

- **Use of integrated optics components.** A more promising technique is the use of a large number of fiber couplers to determine the complex amplitude of each subpupil in the array, relative to a common (for the whole array) phase. Phase closure techniques could be used between subapertures of different telescopes if more than 2 telescopes are used. Integrated optics components (Malbet et al. 1999; Berger et al. 1999; Berger et al. 2001) can include a high number of fiber couplers in a small volume and seem to be a very promising technology for this beam combination scheme, illustrated in Fig. 13. In this case, the beam combiner considers the fibers as the coherent beams from a high number of sub-telescopes (as many as there are fibers). The beams of sub-telescopes belonging to the same telescope are already cophased thanks to adaptive optics. It would be very interesting to determine what is the optimal set of beam couplings for wide-field imaging with a limited number of photons.

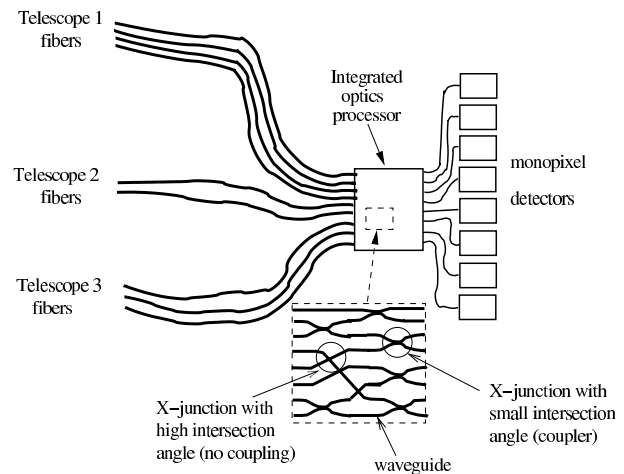


Fig. 13. Another possible scheme for beam combination: multiple interferences are done between the fibers inside an integrated optics “optical processor”.

6.5. Photometric calibration

In this concept, the coupling field of view of an individual fiber is increased by dividing the entrance pupil into subapertures, each of those being coupled to a fiber. When this coupling field of view is significantly larger than the observed source, the effect presented in Sects. 3 and 4 is greatly reduced. If this coupling field of view is significantly larger than the atmospheric seeing, the flux in each fiber is constant in time and there is no need for photometric calibration of the interferometer.

In practice, this second requirement is hard to meet because of the very large number of fibers required. Therefore, photometric calibration of the interferometer would still greatly improve the fringe visibility measurement accuracy, as it currently does for monofiber interferometers (FLUOR instrument on the IOTA interferometer). This photometric calibration of the interferometer would be done by spitting the light of each fiber before the beam combination, yielding one photometric output per subaperture. Such a calibration unit could be integrated directly into the integrated optics processor presented in Sect. 6.4. It is very interesting to note that in this scheme, the different subapertures can be considered as different telescopes of an interferometric array, regardless of their belonging to the same main aperture.

7. Use on a space interferometer

7.1. (u,v) plane coverage and field of view

Guyon & Roddier (2001) have demonstrated that with only six 2-meter apertures, a full (u,v) plane coverage up to a 60 m baseline is accessible with the rotation of an array. Wide field of view imaging is possible with such arrays if the phase information across the pupil is preserved: collapsing each pupil on a single mode fiber would reduce the field of view. To exploit this full (u,v) plane

coverage and reconstruct wide field images, the flux received by the telescope over a large solid angle needs to be brought to the beam combiner. We consider such an optimized array geometry and review the characteristic field of view quantities for a fiber interferometer using rotational aperture synthesis. In this section, we consider an array of N identical telescopes: $d_0 = d_1 = \dots = d_N = d$ and $M_0 = M_1 = \dots = M_N = M$.

– Coupling field of view

Using the results of Sect. 6.2,

$$FOV_c = \frac{\lambda}{d_{sa}} = \sqrt{M} \times \frac{\lambda}{d}, \quad (36)$$

with d , the diameter of each telescope, d_{sa} the diameter of each subaperture and M , the number of fibers for each aperture.

– Fourier field of view

We first consider an array of N telescopes of infinitely small diameter. There are $N(N-1) + 1$ (u, v) points measured per snapshot exposure (two symmetrical points per baseline plus the origin). In the case of a rotating array, the (u, v) -plane coverage of the final reconstructed image is a series of $N(N-1)/2$ circles (excluding the origin). This correctly describes the (u, v) plane coverage if each aperture’s flux is coupled into a fiber (the information about the size of the pupil is not preserved). The maximum distance between two consecutive baseline lengths measured is

$$d_c = e(N) \frac{B}{N(N-1)/2} \quad (37)$$

where $e(N)$ is the efficiency of the (u, v) plane coverage of the array (Guyon & Roddier 2001) and B is the longest baseline of the array. This efficiency decreases from 1 to 0.869 as N increases from 4 to 10. In this simple estimate, we will consider $e(N) = 1$, which is a valid approximation for $N < 10$. In a (u, v) -plane coverage optimized array, the diameter or the individual apertures is sufficient to fill the “gap” between consecutive baselines: $d = d_c$ (Guyon & Roddier 2001).

Reconstructing an image requires one to interpolate the (u, v) plane between the measured spatial frequencies: this is equivalent to a convolution in the (u, v) plane by a kernel of characteristic size equal to the distance between the known (u, v) points. In this case, this distance is d_c . Therefore, with only one fiber per aperture, this imposes a limitation FOV_f on the field of view of the reconstructed image:

$$FOV_f = \frac{\lambda}{d_c} = \frac{\lambda N(N-1)}{2B}. \quad (38)$$

If no interpolation is done in the (u, v) plane, there is no “windowing” in the image plane, but the PSF has strong secondary peaks separated by FOV_f : the clean field of view would therefore be FOV_f . In the case of a

subdivision of each pupil into M hexagonal subpupils (M fibers per aperture), Eq. (37) becomes

$$d_c < \frac{e(N) \frac{B}{N(N-1)/2}}{\sqrt{M}} \quad (39)$$

and Eq. (38) becomes

$$FOV_f > \sqrt{M} \frac{\lambda N(N-1)}{2B}. \quad (40)$$

From Eqs. (36) and (40), and noting that, for an array with a full (u, v) plane coverage ($d = d_c$), with $e(N) \approx 1$, Eq. (37) yields $N^2 d \approx 2B$,

$$FOV_f > FOV_c. \quad (41)$$

Therefore, on the reconstructed image, the field of view will be limited by the coupling of the light into the fibers, and

$$FOV = \sqrt{M} \times \frac{\lambda}{d}. \quad (42)$$

Equation (42) states that the number of (u, v) points measured is sufficient to yield a clean PSF without strong secondary peaks inside the field of view permitted by the fiber coupling.

7.2. Spatial filtering by the fibers

Single-mode fibers have been proposed for use on space interferometers because of their spatial filtering capabilities. The wavefront errors at the telescope’s pupil result in a loss of coupling efficiency into the fiber but there is no loss of coherence inside the fiber: it only allows one coherent mode to be coupled. Because image reconstruction and nulling are more tolerant to amplitude variations than phase variation, the constraints on the wavefront quality are reduced by the use of such fibers.

In this concept, the wavefront over each subaperture is cleaned by this spatial filtering and the coupling efficiency decreases with the amount of wavefront distortion over this subaperture. The spatial filtering is done at a higher spatial frequency than if only one fiber was used per aperture. The signals in the fibers are perfectly cophased only if the wavefront is flat at spatial frequencies lower than $1/d_{sa}$: it is therefore essential to accurately control the quality of the wavefront at low spatial frequencies, either before injection into the fibers (adaptive optics) or after (active delay lines to cophase the fibers). Spatial filtering transforms the wavefront distortions of higher spatial frequencies into coupling efficiency losses, which can also affect the visibility measurements. This effect can be corrected for by photometric calibration of the interferometer, as discussed in Sect. 6.5.

8. Use on a ground-based interferometer: OHANA

8.1. Presentation of the OHANA project

OHANA (Optical Hawaiian Array for Nanoradian Astronomy) makes use of the existing optical and

Table 1. Telescopes included in the simulation of the OHANA array, and their 3D coordinates.

Telescope	D (m)	Lat.(d)	Long.(d)	elev. (m)
CFHT	3.6	19.8252518	155.468876	4204.1
Gemini	8.1	19.8238014	155.469047	4213.4
Keck 1	10.0	19.8259465	155.474719	4159.6
Keck 2	10.0	19.8265606	155.474234	4159.6
Subaru	8.2	19.8255040	155.476019	4163.0
IRTF	3.0	19.8262183	155.471999	4168.1
UKIRT	3.8	19.8224315	155.470327	4198.5
UH	2.2	19.8229911	155.469434	4213.6

near-infrared telescopes on the summit of Mauna Kea to build a fiber interferometer (Mariotti et al. 1996; Mariotti et al. 1998). Optical fibers are preferred to classical beam propagation for the simplicity of the beam collection at the telescope foci and the easy transport of coherent light over hundreds of meters. The spatial filtering is also very desirable since the Strehl ratios delivered by the adaptive optics systems on the OHANA telescopes, in the near-infrared, are typically about 50% or less.

8.2. Fiber coupling field of view

The OHANA array, because it makes use of pre-existing telescopes, is made of apertures of various sizes, from the 10 m-class telescopes (Keck I, Keck II, Subaru and Gemini) to the 4m-class telescopes (CFHT, IRTF and UKIRT). The field of view of the interferometer is the smallest FOV seen by the fibers. If only one fiber per telescope is implemented, the field of view is limited to 20 milli-arc-second at $\lambda = 1 \mu\text{m}$ and 40 milli-arc-second at $\lambda = 2 \mu\text{m}$.

A more serious problem for the imaging of extended objects is the matching of the field of view for the different telescopes studied in Sect. 3.3: with only one fiber per telescope, the field of view coupled into the fibers varies by a factor of 2 from telescope to telescope (factor of 4 in area). This is a serious problem when the observed source overfills the smallest field of view. Another obstacle to high accuracy object visibility measurements is the effect of residual wavefront aberrations, studied in Sect. 4.

The use of several fibers per aperture, as presented in Sect. 6, would solve these two problems and allow observations of extended objects. Table 2 lists, for each telescope of the OHANA array, the approximate number of fibers required for an observation with a specific FOV.

8.3. (u, v) plane coverage

The instantaneous (u, v) plane coverage of the OHANA array is very sparse due to the large baselines and relatively small number of apertures. However, aperture supersynthesis greatly improves this situation: the measured (u, v) points lie along arcs that are drawn as the object moves across the sky.

Table 2. Approximate number of fibers required per telescope of the OHANA array for 0.05, 0.1, 0.5 and 1 arcsec FOV observations at $1 \mu\text{m}$.

	0.05''	0.1''	0.5''	1''
CFHT	1	4	77	305
Gemini	4	16	377	1505
Keck 1	6	24	588	2351
Keck 2	6	24	588	2351
Subaru	4	16	396	1581
IRTF	1	3	53	212
UKIRT	1	4	85	340
UH	1	2	29	114

The size of the telescopes of the array (up to 10 m) is not negligible when compared to the distance between them (up to 800 m). Therefore, a significant gain in (u, v) plane coverage can be achieved by preserving the phase information across the pupil. The points measured in the (u, v) plane are then thick arcs. Figure 14 shows the (u, v) coverage accessible to OHANA when observing sources at various declinations, when their elevation is more than 20 degrees above the horizon. Although there is a significant gain in (u, v) plane coverage, the number of telescopes and their diameters are still too small to fill most of the frequency gaps between the arcs. The Fourier clean field of view, which is given by the spacing between the arcs, is about $\lambda/20$ m for OHANA, which is about twice as small as the field of view of the fibers of the big telescopes of the array. Therefore, in this case, the use of several fibers per aperture is mostly motivated by the need to reduce the turbulence-induced visibility measurement errors in the array and increase the coupling FOV: the size of the gaps in the (u, v) plane coverage is not significantly reduced by using several fibers per telescope.

9. Conclusion

Wide field imaging with fiber-fed interferometers (and more generally with interferometers which use spatial filtering) is made very difficult because of the small field of view of the fibers (or the pinhole). This work has also demonstrated that the spatial filtering of partially corrected turbulent wavefronts limits the fringe visibility measurement accuracy. This effect is especially serious for the next generation of interferometers (Keck, VLTI, OHANA) which will make use of large (10 m-class) telescopes with adaptive optics. For such projects, this work has shown that photometry-calibrated fringe visibility measurement errors will commonly be of the order 5% or more for extended objects (AGNs and YSOs) if only one fiber per telescope is used. The use of several fibers per aperture is an attractive solution to both improve the photometry-corrected visibility measurement accuracy and extend the field of view of these interferometers, and it can also allow fiber-based wide field interferometric imagers to operate from space.

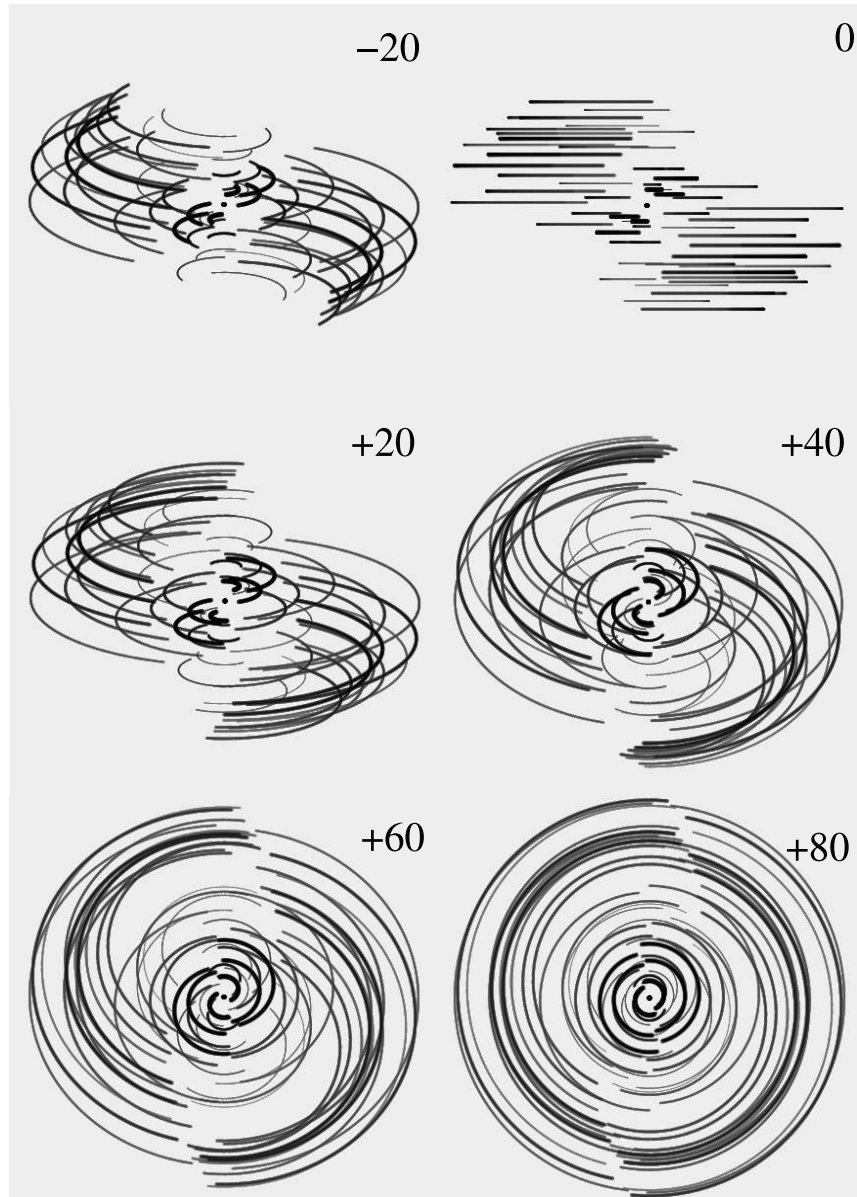


Fig. 14. OHANA maximum (u, v) coverage for objects at various declinations.

Acknowledgements. The author is very grateful to Olivier Lai, Guy Perrin and Katherine Roth for constructive discussions about this work and suggestions to improve the manuscript.

References

- Berger, J. P., Rousset-Perraut, K., Kern, P., et al. 1999, A&AS, 139, 173
 Berger, J. P., Haguenaue, P., Kern, P., et al. 2001, A&A, 376, L31
 Coudé du Foresto, V., Ridgway, S., & Mariotti, J. M. 1997, A&AS, 121, 379
 Coudé du Foresto, V., Faucherre, M., Hubin, N., & Gitton, P. 2000, A&AS, 145, 305
 Guyon, O., & Roddier, F. 2001, PASP, 98, 113
 Keen, J. W., Buscher D. F., & Warner, P. J. 2001, MNRAS, 326, 1381
 Labeyrie, A. 1996, A&AS, 118, 517
 Malbet, F., Kern, P., & Schanen-Duport, I. 1999, A&AS, 138, 135
 Mariotti, J.-M., Coudé du Foresto, V., Perrin, G., Zhao, P., & Lena, P. 1996, A&AS, 116, 381
 Mariotti, J.-M., Coudé du Foresto, V., Perrin, G., & Lena, P. J. 1998, Astronomical Interferometry, ed. R. D. Reasenberg, Proc. SPIE, 3350, 785
 Ruilier, C. 1998, Proc. SPIE, 3350, 319
 Shaklan, S., & Roddier, F. 1988, Appl. Opt., 21, 2334